

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ



№ 2

февраль
2025

ГЛАЗ КАК ДРЯННОЙ
ФОТОАППАРАТ

ПРИКЛЮЧЕНИЯ
СЕРЕБРА

ЗАДАЧИ
О ЧАСАХ

Enter

НАШИ НОВИНКИ

КАЛЕНДАРЬ КОМИКСОВ
от журнала «КВАНТИК» на 2025 год –
настенный перекидной календарь
с занимательными комиксами



АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ
«КВАНТИК», выпуск 23

включает в себя
все материалы журналов «Квантик»
за I полугодие 2023 года



Приобрести продукцию «КВАНТИКА»

можно в магазине «Математическая книга» (г. Москва, Большой Власьевский пер., д.11),
в интернет-магазинах: biblio.mccme.ru, my-shop.ru, ozon.ru, WILDBERRIES, Яндекс.маркет
и других (полный список магазинов на kvantik.com/buy)

**ПОДПИСЫВАЙТЕСЬ
НА ЖУРНАЛ
«КВАНТИК»**



в почтовых отделениях
по электронной и бумажной версии
Каталога Почты России:



индекс **ПМ068** –
подписка по месяцам полугодия

Подробнее обо всех вариантах подписки см. kvantik.com/podpiska

онлайн
на сайте Почты России
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068



По этой ссылке вы можете
оформить подписку
и для своих друзей, знакомых, родственников

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА



Минобрнауки России
ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»
за лучший детский проект о науке

2017



БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ
за плодотворную работу
и просветительскую
деятельность

2021



Российская академия наук
**ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ
ЖУРНАЛА**
за лучшие работы в области
популяризации науки

2022



Победитель конкурса в номинациях
**ЛУЧШИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ СРЕДНЕГО
ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА**
ЛУЧШЕЕ ДИЗАЙНЕРСКОЕ РЕШЕНИЕ

2024

Журнал «Квантик» № 2, февраль 2025 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору
в сфере связи, информационных технологий
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина,
Е. А. Котко, И. А. Махова, Г. А. Мерзон,
М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников
Художественный редактор
и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя:
119002, г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: kvantik@mccme.ru сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал
в отделениях почтовой связи Почты России:
Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
Онлайн-подписка на сайте Почты России:
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По вопросам оптовых и розничных продаж
обращаться по телефону **(495) 745-80-31**
и e-mail: biblio@mccme.ru
Формат 84x108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 26.12.2024
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986



www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

vk.com/kvantik12

t.me/kvantik12



■	ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ	
	Глаз как дрянной фотоаппарат. <i>П. Волцит</i>	2
	Приключения серебра. <i>Г. Идельсон</i>	12
■	МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ	
	Правильный двенадцатиугольник и его диагонали. <i>Н. Авилов</i>	8
■	ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ	
	Квантик на базаре. <i>Б. Дружнин</i>	16
■	МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК	
	Задачи о часах. <i>А. Заславский</i>	18
■	ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
	Два вида волн. <i>А. Бердников</i>	21
	Как взвеситься в невесомости? <i>Н. Солодовников</i>	IV с. обложки
■	ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ	
	Ложка дёгтя в бочке мёда – 2. <i>В. Красноухов</i>	22
■	КАК ЭТО УСТРОЕНО	
	Тайна формата А4	24
■	ОЛИМПИАДЫ	
	Русский медвежонок. Избранные задачи 2023 года	25
	XCI Санкт-Петербургская олимпиада по математике. Избранные задачи I тура	26
	ВСОШ 2024/25: Муниципальный этап в Московской области. Избранные задачи	27
	Наш конкурс, VI тур	32
■	ОТВЕТЫ	
	Ответы, указания, решения	28



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Пётр Волцит



ГЛАЗ КАК ДРЯННОЙ ФОТОАППАРАТ

Глаз человека часто сравнивают с фотоаппаратом. Роговицу уподобляют наружной линзе окуляра, хрусталик – внутренней линзе, настраивающей резкость. (Правда, в глазу настройка фокуса достигается растяжением и сжатием хрусталика, а в фотоаппарате – удалением или приближением линзы неизменной формы, но это несущественные детали.) Зрачок, как и отверстие в диафрагме фотоаппарата, регулирует количество света, падающего на светочувствительный слой: в глазу это сетчатка, а в фотоаппарате – плёнка либо электронная матрица.

Всё верно: глаз и фотоаппарат действительно похожи по принципу работы! И, на первый взгляд, наш глаз даже намного совершеннее. Например, светочувствительное вещество в фотоплёнке состоит из зёрен диаметром (в лучшем случае) 5–10 микрометров (микрон, мкм), а чаще намного больше. Диаметр пикселя матрицы цифровой камеры обычно 5 мкм. А диаметр колбочек и палочек – светочувствительных клеток глаза – около 1 мкм!

Значит, наш глаз в пять раз «острее» цифрового фотоаппарата? Не спешите... Первая (сравнительно небольшая) проблема состоит в том, что и плёнка, и матрица фотокамеры имеют ничтожно малую в сравнении с фокусным расстоянием толщину. Толщина слоя фотоэмульсии на плёнке составляет 12–13 мкм. Толщина матрицы цифровой камеры – порядка 5 мкм. А вот у колбочек и палочек при диаметре в 1 мкм длина светочувствительной части (её называют *наружным сегментом*) составляет от 30 до 50 мкм. Это и есть, фактически, толщина светочувствительного слоя. В жёлтом пятне сетчатки – области наилучшего зрения – она наибольшая (50 мкм), а к краям сетчатки делается тоньше.

На такие длинные клетки невозможно точно навести резкость. Сфокусируешь свет в начале колбочек или палочек – так к концу он уже рассеется. Сфокусируешь на конце – окажется рассеянным в начале. А чувствительностью к свету обладает весь наружный сегмент колбочки и палочки: на какой бы его участок ни упал свет, клетка в любом случае активируется.

В том числе и тогда, когда активироваться ей не следует: это её соседка должна была «увидеть» свет, а ей самой полагалось зарегистрировать тьму.

Если сфокусировать свет в точку (бесконечно малого диаметра) в начале наружного сегмента 40-микронной колбочки, к концу мы получим пятно диаметром около 3 мкм, больше диаметра самой колбочки. Может, фокусировать свет не на концах клетки, а на середине? Тогда сверху и снизу пятно рассеяния составит 1,5 мкм – уже лучше, но всё равно шире самой клетки. (Повторить расчёт вы можете сами в задаче 1 на с. 7.) Колбочки в жёлтом пятне расположены очень плотно, почти вплотную, так что рассеянный свет, скорее всего, выйдет за пределы одной клетки.

К тому же наши расчёты – это лишь идеальная модель. Во-первых, глазное яблоко заполнено не вакуумом, а гелеобразным веществом, которое само по себе немного рассеивает свет. Во-вторых, фокус всё время немного «пляшет», потому что глаз совершает микроскопические движения влево-вправо, а мышцы, настраивающие хрусталик, слегка подрагивают. Поэтому точка, в которой фокусируются лучи, постоянно смещается, и лучи попадают не только на ту клетку, куда им «положено», но и на соседние, возбуждая и их тоже.

Но страшнее всего вопиюще несуразное устройство самой сетчатки. Вы наверняка представили себе, что светочувствительный наружный сегмент колбочки повернут навстречу свету – так и надо было бы сделать «по уму». Но, увы, он повернут назад, а перед ним, на пути световых лучей, расположен ещё внутренний сегмент с ядром и всеми другими органеллами клетки. А поверх колбочек и палочек расположены другие клетки сетчатки, в том числе нейроны, отводящие сигнал в мозг. Естественно, все эти слои клеток дополнительно рассеивают свет.

Таковыми уж сформировались наши глаза в процессе эволюции, что «провода» в них оказались проложенными поверх светочувствительной матрицы. Эволюция вообще очень плохой инженер и часто «изобретает» конструкции, за которые инженера-человека пинком вышибли бы из любого конструкторского бюро без права даже мыть полы в коридоре.



В итоге первичное «изображение» на сетчатке, составленное в виде мозаики возбуждённых и невозбуждённых клеток, оказывается размытым, малоконтрастным. Как будто вы снимали плохой камерой, да ещё и неверно выставили настройки съёмки.

Контрастность и резкость фотографии можно отчасти подправить в графическом редакторе. А что делать с плохим «снимком» на сетчатке? Нет ли у нас в голове какого-нибудь «фотошопа»? Есть. И «установлен» он не только в мозгу, но и прямо в глазу, сразу за слоем светочувствительных клеток (точнее, над ним, учитывая, как расположены нервные волокна).

Чтобы понять механизм работы этого «графического редактора», нужно вспомнить механизм передачи импульса с одной нервной клетки (нейрона) на другую. Нейроны обычно не срастаются друг с другом вплотную: даже в местах контактов (синапсов) между ними всегда остаётся щель. Чтобы передать импульс следующей клетке, передающий нейрон выделяет в эту щель вещества-медиаторы. Медиаторы активируют принимающий нейрон, возбуждают в нём нервный импульс, который бежит дальше.

Это если медиаторы обычные, возбуждающие. Но они могут быть и тормозными (ударение именно такое). Такие медиаторы не активируют следующую клетку, а наоборот, тормозят проведение по ней импульса. Или, по крайней мере, затрудняют его: делают нейрон вялым, «тормозным».

Тормоза нужны любой машине, они даже нужнее двигателя. И в нервной системе реакции торможения играют важную роль. Они позволяют нам сосредоточиться на одной задаче, временно отключив остальные мысли: позволяют засыпать, давая мозгу отдых. Реакция торможения лежит в основе умения затаиваться, помогающего многим животным (да и людям) остаться незамеченными при приближении хищника.

А в сетчатке тормозные медиаторы позволяют поднять контрастность полученного сетчаткой размытого изображения. Для этого нужно лишь многократно взаимно соединить отростками нервные клетки, проводящие импульсы от каждой колбочки или палочки в мозг. И снабдить эти отростки именно тормозными

медиаторами. (В сетчатке есть не только отростки, но и отдельные горизонтальные нейроны, связывающие нервные пути от каждой колбочки в сеть, но это не так важно: сгодились бы и просто боковые «веточки».)

Автоматическая система подстройки контрастности готова! Рассмотрим её работу на простом примере: человек смотрит на границу чёрной и белой областей. На бумаге (стене, мониторе) граница резкая и контрастная. На сетчатке – не очень. Часть клеток, на которые свет не должен был упасть, всё же получили крохи рассеянного света и передали, пусть и слабый, нервный сигнал. А часть клеток, на которые должно было попасть 100 % света, из-за рассеяния получили его меньше и передают недостаточно сильный сигнал¹.

Если сигналы дойдут до мозга в таком безобразном виде, мозг «увидит» белое и чёрное поле и мутную серую полосу между ними. Но, на наше счастье, нейроны начинают химическое «сражение», пытаются медиаторами затормозить друг друга. Разумеется, чем чаще по клетке бегут импульсы, тем больше тормозных веществ выделяют связанные с нею боковые клетки. И тем сильнее затормозят её соседей.

Там, где клетки проводят импульсы от ровной белой (или ровной чёрной) области, их силы равны: один нейрон тормозит соседа в той же степени, что и сосед – его самого. В итоге мозг получает от обоих сигналы равной силы и верно распознаёт однородную белую (или чёрную) область. А вот на границе белой и чёрной областей «белый» (точнее, «светло-серый») нейрон окажется сильнее «чёрного» («тёмно-серого»). Значит, и затормозит его сильнее. А «чёрный» не сможет как следует дать ему сдачи: ведь по нему импульсы пробегают намного реже. И чем больше «белый» будет тормозить «чёрного», тем слабее и слабее у того будет становиться сигнал, тем меньше и меньше он будет тормозить соперника.

¹ Говоря про сигнал «слабый» и «сильный», мы упрощаем реальную ситуацию. Нервный импульс всегда одинаково сильный: он либо распространяется по нейрону, либо нет (по принципу «всё или ничего»). Но за единицу времени сильно возбуждённый нейрон может передать очень много импульсов, а слабо возбуждённый – совсем мало. Мозг «считывает» частоту импульсов либо как сильный сигнал (яркий свет, сильная боль, громкий звук), либо как слабый (тусклый свет, тупая боль, шёпот).



В итоге от пограничного «белого» нейрона до мозга дойдёт даже ещё более сильный сигнал, чем от нейронов, «увидевших» центральные части белого поля: те-то друг друга чуть притормаживают, а пограничный нейрон с одного бока полностью «задушил» голос оппонента и избавился от торможения с его стороны.

Так что мозг получит не просто контрастное, а суперконтрастное изображение (см. схему вверху с. 7). Вы никогда не замечали, что порой края белой области, граничащей с чёрной, кажутся невероятно яркими, буквально светящимися? Хотя там нанесено то же самое количество белой краски, что и в центре пятна.

Ещё нагляднее этот эффект «бокового торможения» (по-научному – *латерального ингибирования*) проявляется на полосах Маха. Эту иллюзию открыл австрийский физик Эрнст Мах. Посмотрите на два изображения полосок разных оттенков серого. Слева на рисунке 1 полосы разделены белыми интервалами и выглядят обычно. А справа те же полоски сдвинуты вплотную – и на каждой границе двух полосок тёмный край кажется нам ещё темнее, а светлый – ещё светлее.



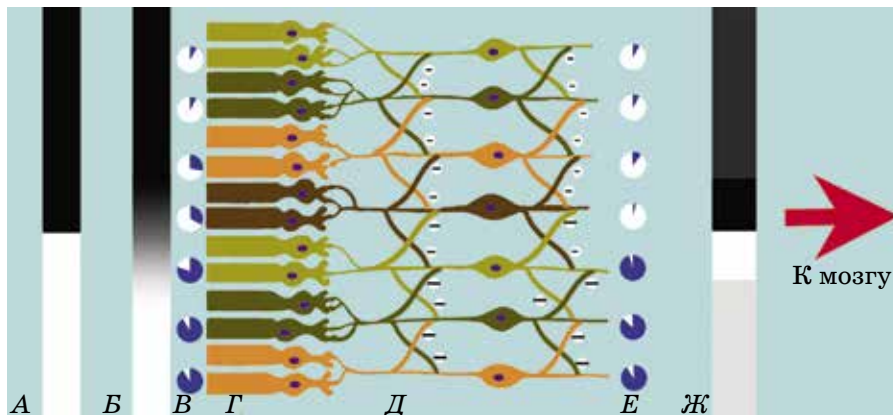
Рис. 1

Объяснение всё то же: клетки сетчатки, соседствующие с лучше освещёнными, угнетаются и посылают в мозг совсем слабый сигнал. Мозг воспринимает его как ещё более тёмную полоску, чем в реальности. А соседки «тёмных» клеток, забив конкурентов, наоборот, свой сигнал усиливают. И мозг, получив от них сильный сигнал, мысленно рисует более светлое поле.

Да, система автоматической подстройки контрастности иногда может порождать оптические иллюзии. Но ведь это лучше, чем видеть всё размытым, правда?

Мы рассмотрели лишь один, самый первый «графический редактор», установленный прямо в глазу. На самом деле всё гораздо сложнее, что видно на примере задачи 2. Дать полное объяснение тут весьма непросто, и мы предлагаем вам просто удивиться картинкам из задачи, задуматься над ней, а когда-нибудь потом и решить – может, сначала выбрав себе профессию, связанную с изучением работы мозга.

Схема автоматического повышения контрастности изображения на нейронах сетчатки. *А* – так в реальности выглядит фрагмент рассматриваемого объекта, проецируемый на данный участок сетчатки. *Б* – в таком виде свет от рассматриваемого участка попадает на светочувствительные клетки (*Г*). *В* – интенсивность возбуждения светочувствительных клеток. *Д* – боковые отростки нейронов, выделяющие тормозные медиаторы. Размер знаков «минус» показывает интенсивность торможения. *Е* – интенсивность нервных импульсов на нейронах, отводящих импульсы от каждой группы палочек, в момент выхода из сетчатки. *Ж* – изображение, складывающееся в мозгу



совершенно однородные (белизна бумаги везде одинакова). Но большинству людей кажется, что «перекрёстки» чуть темнее: они сероватые, а не чисто белые (за исключением того «перекрёстка», на который мы смотрим прямо: он попадает на жёлтое пятно в глазу, в область наилучшего зрения, где, в частности, над колбочками почти нет рассеивающих свет клеток). Почему же «перекрёстки» сереют?

ЗАДАЧИ

1. Рассчитайте, как сильно рассеется свет, сфокусированный зрачком и хрусталиком точно на середине светочувствительного сегмента палочки. Примем, что диаметр зрачка равен 1,5 мм (при ярком освещении он именно такой), расстояние от зрачка до сетчатки – 20 мм, диаметр наружного сегмента колбочки – 1 мкм, а длина его – 40 мкм. Преломлением и рассеянием лучей в стекловидном теле и на клетках сетчатки пренебрежём.

2. Посмотрите на рисунок 2: белые линии, разделяющие чёрные квадратики,

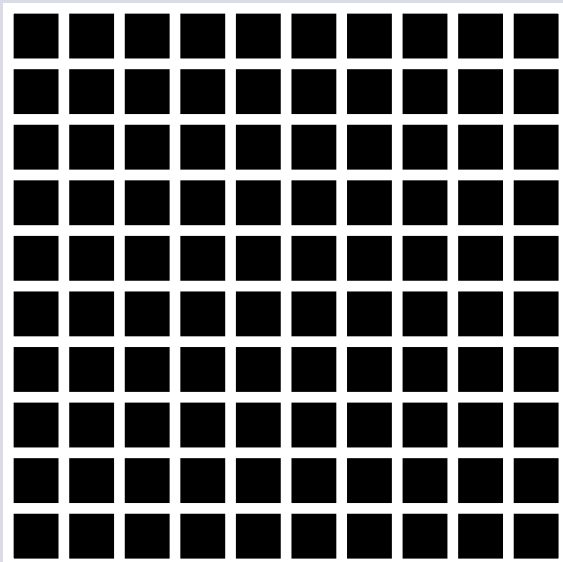


Рис. 2

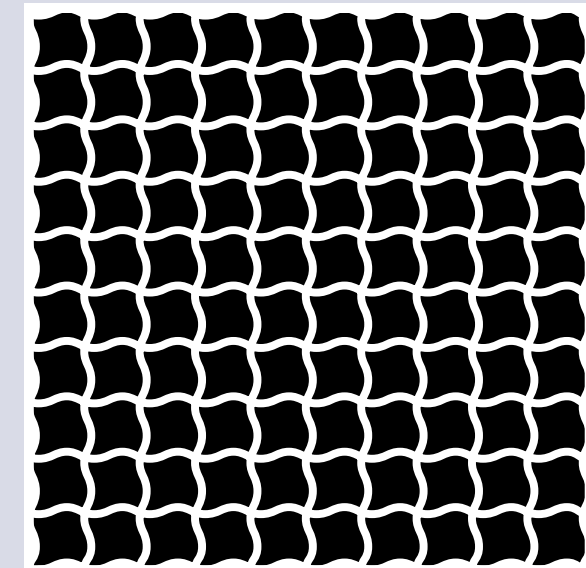


Рис. 3

ПРАВИЛЬНЫЙ ДВЕНАДЦАТИУГОЛЬНИК И ЕГО ДИАГОНАЛИ

Австрийцы высоко чтут память композитора Йозефа Хауэра потому, что он разработал свою 12-тоновую систему создания музыкальных композиций. Именно поэтому на австрийской почтовой марке 1983 года, выпущенной к столетию со дня рождения композитора, изображён его портрет на фоне правильного двенадцатиугольника с проведёнными диагоналями.



Хауэр к математике имеет косвенное отношение, а вот двенадцатиугольник с его диагоналями (рис. 1) – любопытный объект для интересующихся математикой¹.

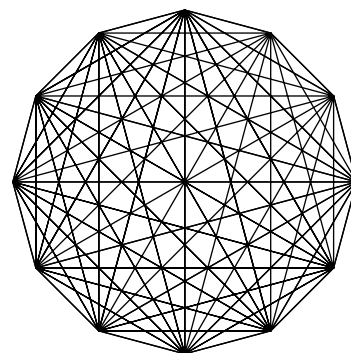


Рис. 1

Как же построить правильный двенадцатиугольник, используя классические инструменты: циркуль и линейку? Существует несколько приёмов, но мы рассмотрим, пожалуй, самый короткий.

Вначале построим две взаимно перпендикулярные прямые, пересекающиеся в точке O , затем с центром в этой точке построим окружность произвольно-

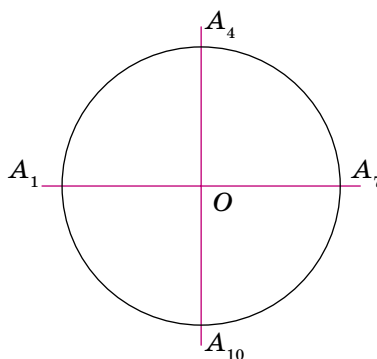


Рис. 2

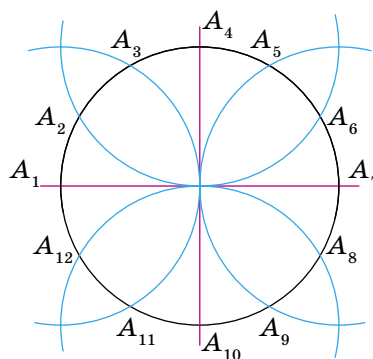


Рис. 3

¹ См. также статью «Знакомьтесь: двенадцатиугольник» по материалам кружка Д. Калинина в «Квантике» № 7 за 2014 год.

го радиуса (рис. 2). Точки пересечения A_1 , A_4 , A_7 и A_{10} окружности с прямыми – это четыре вершины двенадцатиугольника. Построим четыре окружности того же радиуса с центрами в точках A_1 , A_4 , A_7 и A_{10} и найдём ещё восемь вершин двенадцатиугольника (рис. 3). Осталось соединить вершины

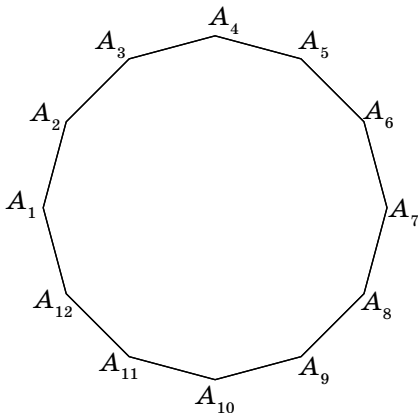


Рис. 4

по порядку и провести диагонали полученного правильного двенадцатиугольника $A_1...A_{12}$ (рис. 4).

Сразу возникает вопрос: а сколько у него диагоналей? Учитывая, что из каждой из 12 вершин выходит девять диагоналей, получаем ответ: $(12 \cdot 9)/2 = 54$ диагонали. Подумайте, почему произведение уменьшено в 2 раза.

Диагонали многоугольника, пересекаясь словно нитки искусной мастерицы, образуют симпатичную кружевную салфетку. Все внутренние узлы этой салфетки, кроме центрального, образованы пересечениями двух, трёх или четырёх отрезков (а в центре пересекаются шесть диагоналей). Например, убедитесь, что диагонали A_1A_4 , A_2A_5 и A_3A_6 пересекаются в одной точке. Все диагонали двенадцатиугольника разбивают его только на треугольные и четырёхугольные части.

В скольких точках пересекаются диагонали двенадцатиугольника? Уточним, что вершины тоже являются точками пересечения диагоналей. Как решить эту, прямо скажем, скучную задачу? Но математику приходится иногда это делать. Чтобы облегчить себе жизнь, можно, например, подсчитать точки пересечения в одном из двенадцати секторов (рис. 5) с таким расчётом, чтобы точки не повторялись при

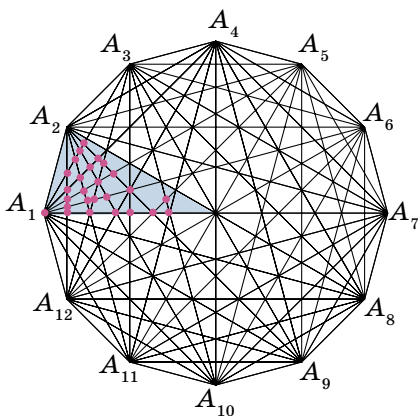


Рис. 5





поворотах, и добавить ещё одну центральную точку. Получим $12 \cdot 26 + 1 = 313$ точек.

Применяя такой же приём, подсчитаем, на сколько частей делят двенадцатиугольник его диагонали. Рассмотрим тот же сектор, в котором 20 синих и 17 белых частей, поэтому всего $12(20 + 17) = 444$ части, из которых 276 – треугольники и 168 – четырёхугольники (рис. 6).

Стороны двенадцатиугольника и его диагонали образуют большое количество многоугольников, все вершины которых являются вершинами данного двенадцатиугольника. На рисунке 7 изображены два из них – пятиугольник и семиугольник. Сравните число таких пятиугольников с числом семиугольников.

Считать не обязательно! Можно заметить, что каждому семиугольнику соответствует только один пятиугольник, вершинами которого являются те вершины двенадцатиугольника, которые не являются вершинами семиугольника. То есть между пятиугольниками и семиугольниками существует взаимно однозначное соответствие, поэтому их поровну.

Среди точек пересечения диагоналей можно выделить подмножества, принадлежащие одной окружности. Если раскрасить вот такой «павлиний хвост», как на рисунке 8, то «зелёные» точки лежат на «зелёных» окружностях, а «жёлтые»

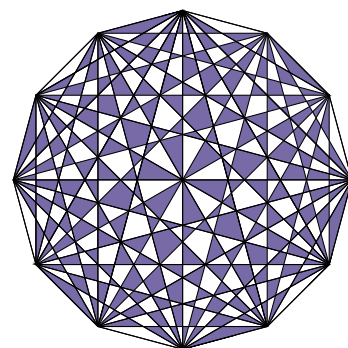


Рис. 6

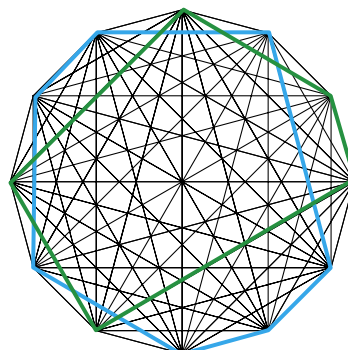


Рис. 7

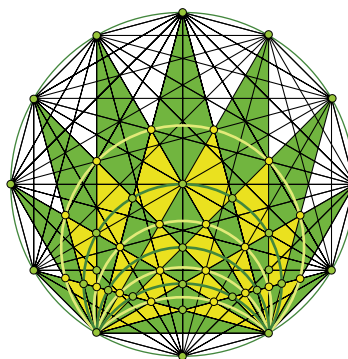


Рис. 8

точки – на «жёлтых» окружностях. Почему? Всё становится понятным, если вспомнить, что угол с вершиной внутри окружности измеряется полусуммой двух дуг этой окружности, одна из которых заключена между его сторонами, а другая – между их продолжениями.

Если двенадцатиугольную «салфетку» раскрасить как на рисунке 9, то можно заметить, что двенадцатиугольник состоит из 6 квадратов, 6 равносторонних треугольников и одного шестиугольника в центре. Но этот правильный шестиугольник состоит ещё из 6 равносторонних треугольников. Поэтому площадь правильного двенадцатиугольника со стороной a равна сумме площадей 6 квадратов со стороной a и 12 равносторонних треугольников со стороной a .

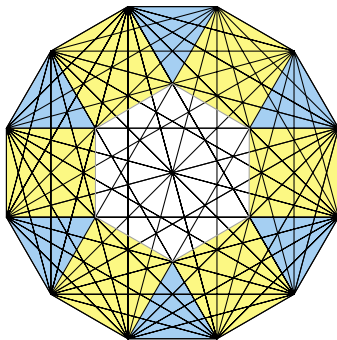


Рис. 9

И в заключение – два интересных непростых факта, замаскированных в «дебрях» диагоналей двенадцатиугольника. Оказывается, следующие тройки точек образуют правильные треугольники: середина стороны A_1A_2 , середина диагонали A_3A_7 , середина диагонали A_9A_{12} (рис. 10), а также вершина A_3 , точка пересечения диагоналей A_4A_8 и A_6A_{10} , точка пересечения диагоналей A_1A_{11} и A_8A_{12} (рис. 11).

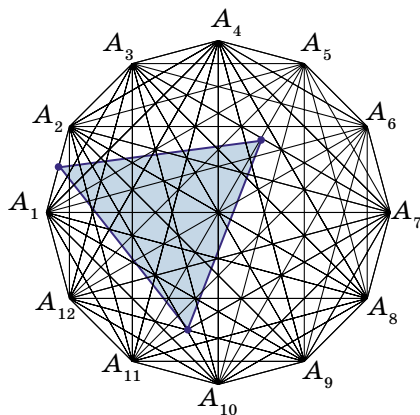


Рис. 10

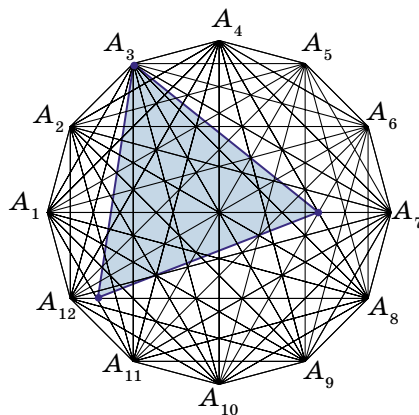
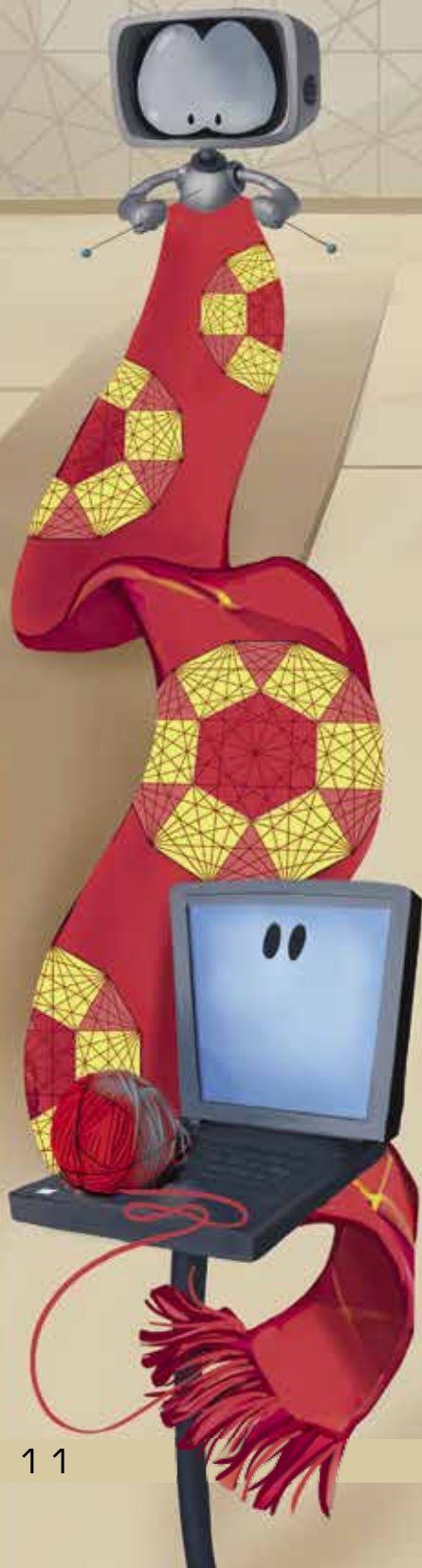


Рис. 11

Художник Татьяна Долгая





ПРИКЛЮЧЕНИЯ СЕРЕБРА

С древних времён серебро и золото использовали в качестве денег. Главные их особенности – это, во-первых, редкость, а во-вторых – химическая стабильность: они не ржавеют, не растворяются в уксусе и т. д.

Но золота на Земле относительно мало и оно слишком дорого, поэтому до конца XIX века в качестве основной валюты использовалось серебро. На иврите «серебро» и «деньги» – это одно и то же слово. В древности просто отвешивали необходимое количество серебра (и опять-таки, на иврите название денежной единицы – «шекель», однокоренное со словом «взвешивать»). Со времён Персидской империи стали использовать отчеканенные монеты, на которых написана их стоимость, гарантированная царём.

Золото почти всегда находится в природе в свободном виде, но серебро гораздо чаще встречается в виде серебряной руды, то есть химических соединений, из которых его надо извлекать. Традиционный метод добычи серебра – выплавка. Он подходит только для богатых серебром руд и требует много дров. Параллельно с древних времён был известен другой способ – получение серебра из руды с помощью ртути. В средневековой Европе его использовали для очистки серебра от примесей, а не для добычи. Прелесть этого метода в том, что ртуть – жидкая, и серебро в ней растворяется (такой раствор называется *амальгамой*), а при нагревании ртуть легко испаряется, оставляя растворённое в ней серебро.

Вскоре после открытия Америки в ней нашли очень богатые месторождения серебра. Примерно в 1555 году испанский купец и изобретатель Бартоломе де Медина с помощью некоего немецкого мастера сумел применить амальгамный метод к мексиканской руде. Это было не очень просто и сначала не получалось, пока де Медина не стал добавлять в смесь прокалённый сульфат меди. Он назвал его *магистралом*.

Приём, использованный де Мединой, позволял применить амальгамный метод для промышленного производства серебра. Он назывался методом *патио*, или *двориков*. Прямо под открытым небом делали

круглый дворик или бассейн, в который добавляли измельчённую руду, соль, немного воды и немного *магистрала*, и перемешивали всю эту кашу с помощью скотины в течение нескольких недель. Под действием яркого тропического солнца происходила медленная химическая реакция, в которой получался хлорид серебра. Потом добавляли ртуть и ещё перемешивали в течение нескольких недель. Ртуть вступала в химическую реакцию с хлоридом серебра, и в результате получалось металлическое серебро, растворяющееся в ртути. Тяжёлая ртуть с растворённым в ней серебром опускалась вниз, а вода с каломелью (хлоридом ртути) поднималась, затем ртуть собирали и нагревали. Улетающие пары ртути собирали отдельно, чтобы использовать вторично, а получающееся серебро переплавляли в слитки.



Производство серебра методом патио в Мексике.
Художник Пьетро Гуальди, 1840 г.

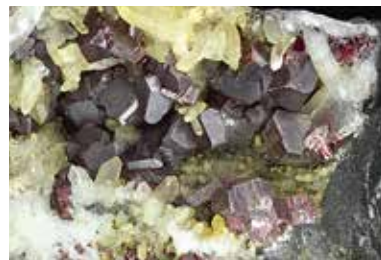
Пары ртути очень ядовиты, но, судя по всему, это не очень сильно волновало владельцев патио, использовавших принудительный труд местных индейцев. И, видимо, всё-таки то, что производство происходило под открытым небом, несколько облегчало ситуацию.

Проблема амальгамного метода в том, что он требует очень большого количества ртути, причём только часть её можно использовать повторно, а значительная часть превращается в каломель, из которой в те времена не умели добывать ртуть.



ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

В природе ртуть встречается в виде руды ярко-красного цвета под названием *киноварь*. Её с древних времён используют в качестве красной краски. Поначалу ртуть добывали на рудниках в Альмадене в Испании и оттуда везли в Новый Свет через океан.



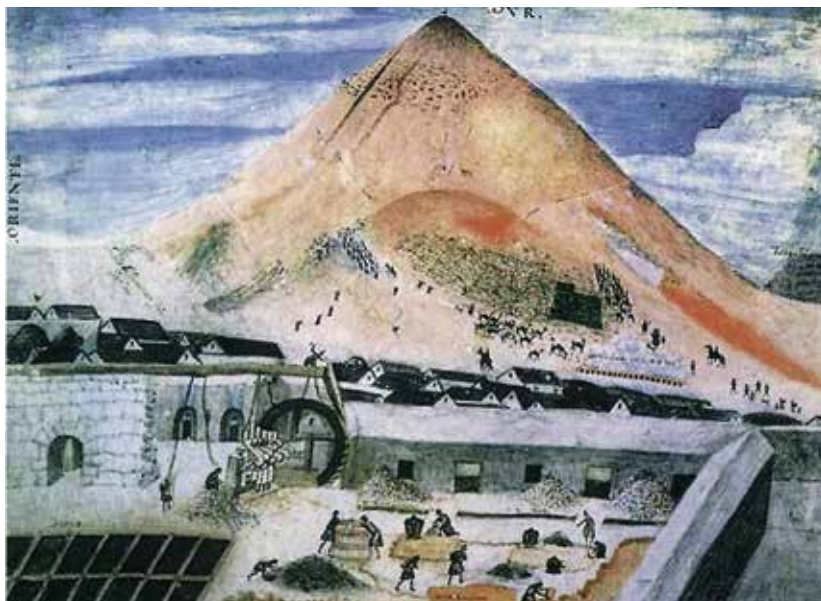
Кристаллы киновари из Альмадена в Испании.

Фото: Joaquim Callén

Корабль, привозивший в Испанию серебро, должен был везти обратно двукратные количества ртути.

В 1545 году нашли крупнейшее в мире месторождение серебряной руды в Потоси, нынешней Боливии, на высоте 4000 м над уровнем моря. Везти в Потоси ртуть из Испании совсем невозможно, и поэтому вначале там добывали серебро с помощью выплавки.

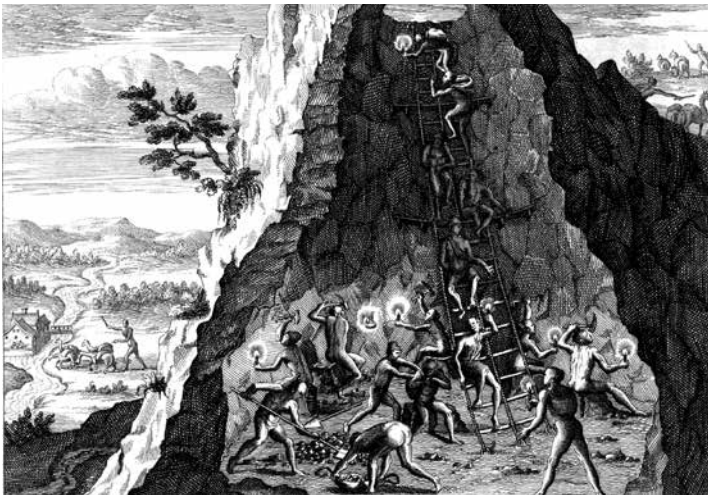
Но в 1564 году индейский раб показал своему владельцу богатое месторождение киновари в месте под названием Хуанкавелика в Перу. В 1570 году испанское правительство приобрело это месторождение, и там стали производить ртуть. От Хуанкавелика до



Производство серебра в Потоси на картине неизвестного художника, 1584 г. На заднем плане – гора Серро Рико (Богатая гора), крупнейшее месторождение серебряной руды. Удивительно, какую роль сыграло это глухое место в мировой истории. Испанский музей в Нью-Йорке.



То же место на современной фотографии
Потоси — «всего» 1800 км, ртуть перевозили по горным дорогам на ламах и мулах, и Потоси превратилось в крупнейший в мире центр производства серебра.



Добыча серебряной руды из горы в Потоси.
Гравюра Теодора де Бри, 1596 г.

Работали в основном индейцы. На индейские селения накладывали трудовую повинность в счёт дани, которую они должны были платить королю. Сначала работникам платили, но по мере инфляции серебра трудовая повинность всё больше походила на рабство. Окрестные жители постепенно разбегались, и рабочая сила становилась всё большим дефицитом.

Серебро переплавляли в слитки, на ламах же везли до Тихого океана, затем морем до Панамы, там по суше через Панамский перешеек, и большими флотилиями, чтобы уберечься от пиратов, везли серебро в Испанию.

Окончание следует

Художник Алексей Вайнер



КВАНТИК НА БАЗАРЕ

Весной друзья вывезли робота на дачу. Вот где Квантик развернулся по-настоящему! Он не только вскопал все грядки, но и легко выкорчевал три пня, давно торчавшие на участке без всякой пользы. Ещё он починил забор и положил на крышу сарая новый рубероид. А свободное время Квантик посвящал чтению, отчего умнел с каждым днём.

Лизе и Вове очень хотелось робота «вывести в люди». Но разгуливать в компании с «металлическим чудовищем» они не решались – уж слишком много внимания привлекла бы такая компания. Выход нашёлся удивительно легко – на Квантика надели старые джинсы, куртку с высоко поднятым воротником, бейсболку и большие тёмные очки. В таком виде Квантик вполне походил на обычного мальчишку, если, конечно, не особенно присматриваться.

И вот друзья в сопровождении Квантика отправились на железнодорожную станцию, где рядом с платформой вовсю шла торговля разными вкусностями. Электричества на базаре, естественно, не наблюдалось, поэтому продавцы пользовались устаревшими весами с двумя чашечками и наборами разных гирь. Лук, укроп, петрушка и прочая зелень продавались пучками, так что при их покупке обходились без весов.

Но вот очередь дошла до картошки. Дядька в ушанке (хотя зима давно закончилась) отвесил три килограмма. И тут Квантик неожиданно попросил продавца поменять местами гири и картошку.

– Зачем? – в один голос воскликнули Лиза и дядька.

– Сами всё увидите, – заверил Квантик.

Дядька нехотя подчинился. И что? Чашка, на которой гири заменили картошку, резко опустилась, а чашка с картошкой поднялась.

– Всё ясно! – сказал Вова. – Эти весы неправильные. – Положите на одну чашку гирю в 2 килограмма, а на другую – две килограммовые гири.

И действительно, равновесия не наблюдалось.

– Так что, вы у меня картошку не купите? – приуныл дядька в ушанке. – Тут ни у кого её больше нет.

Друзья задумались. Перед глазами возникла сковородка с румяной и ароматной жареной картошкой.





– Не грустите, – вмешался Квантик, – сейчас на этих весах ровно 3 килограмма отмерим. Сделаем так.

Что предложил Квантик?

Картошка последовала в рюкзак вслед за зеленью. До чего же здорово ходить на базар с Квантиком! Покупай сколько и чего захочешь – он легко унесёт. Ребята решили купить побольше клюквы, чтобы наварить из неё превосходный, а главное – очень полезный морс. Клюкву с названием «Валдайская» продавала дама неопределённого возраста.

– Нам, пожалуйста, 5 кг клюквы, – попросила Лиза.

– Пять не получится, – с сожалением вздохнула дама. – У меня только три гири: 1, 3 и 9 килограммов.

– Ещё как получится! – возразила Лиза. – Просто взвесьте пять раз по одному килограмму.

– Или три плюс один плюс один, – добавил Вова.

– Можно и за один раз 5 килограммов взвесить, – вмешался в разговор Квантик. – И вообще, этими гирями можно за один раз взвешивать от 1 до 13 кило.

Что предложил Квантик?

Друзья уже собирались уходить, когда на базаре поднялся страшный шум. Буквально через минуту появился наряд полиции, патрулирующий станцию.

– Кошелёк у меня из сумки вытащили, – жаловалась полицейским какая-то бабуля.

– Давно?

– Да только что, – заохала бабуля. – Вон, убегает.

Полицейские кинулись за убегающим парнем в рабочей спецовке. Погоня продолжалась пару километров. И только полицейские собрались схватить ворышку, как тот завернул за угол. Последовав за ним, преследователи растерялись – парень смешался с толпой таких же рабочих, ожидающих спецавтобус. И тут подоспели наши друзья с Квантиком. Он быстро оценил ситуацию и предложил полицейским, чтобы те попросили каждого назвать вслух своё имя, отчество и фамилию. И скоро бабуля радостно пересчитывала свои деньги, а полицейские от всей души благодарили друзей за неоценимую помощь.

Почему Квантик дал полицейским такой совет?

Жареная картошка получилась на славу, только жаль, что Квантик не смог оценить её по достоинству.

Художник Анна Рацкевич



ЗАДАЧИ О ЧАСАХ

Сейчас уже не каждый знаком с часами со стрелками, хотя ещё недавно они были повсеместно распространены и послужили поводом для многих интересных математических задач – например, сколько раз в сутки совпадают часовая и минутная стрелки и т.п.

В таких часах секундная стрелка совершает полный оборот за одну минуту, минутная – за один час, а часовая – за 12 часов. Поэтому, например, все три стрелки совпадают в полночь и в полдень. А есть ли между полуночью и полуднем ещё моменты, когда все три стрелки совпадают? А если нет, то могут ли они совпасть с небольшой погрешностью?

В этой статье мы ответим на этот вопрос, решив задачу 1.

Задача 1. Докажите, что в любой момент времени между 00:00:00,1 и 11:59:59,9 какие-то две стрелки часов образуют угол, больший $0,5^\circ$.

Поскольку сразу решить задачу 1 довольно сложно, разберём несколько задач попроще. Начнём с часов, имеющих только две стрелки.

Задача 2. Сколько раз строго между полуднем и полуночью совпадают минутная и часовая стрелки?

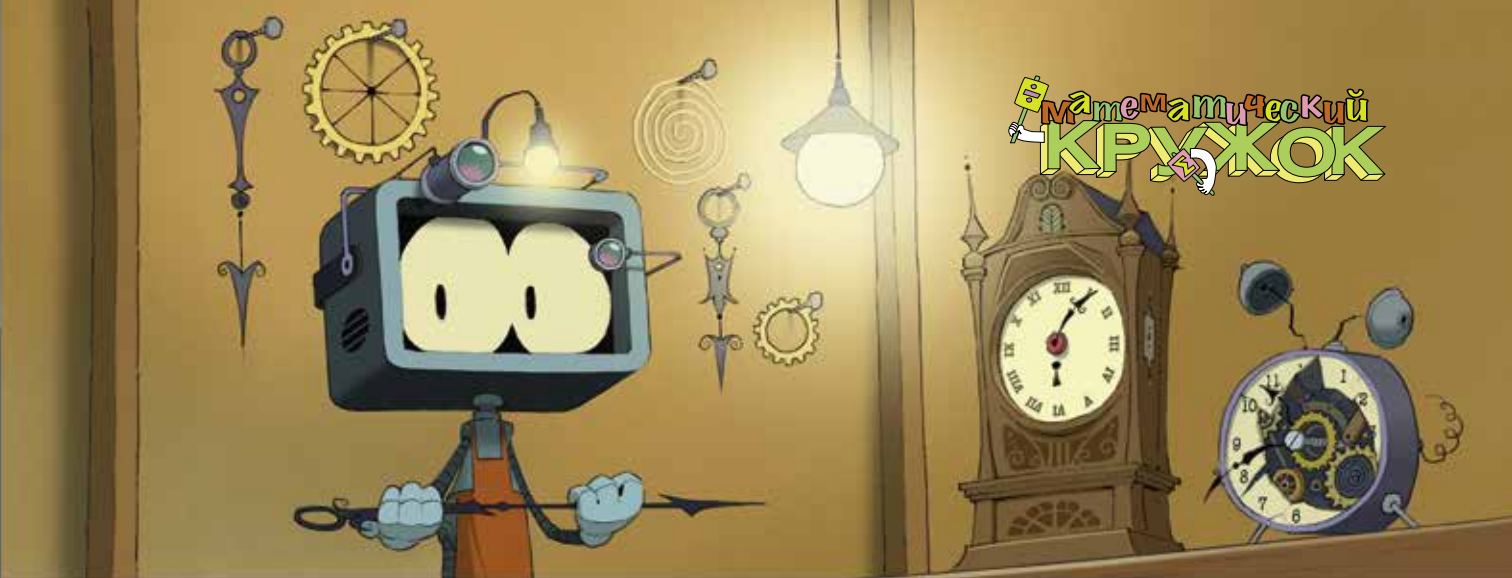
Ответ: 10 раз.

Решение. Чтобы стрелки совпали, минутная стрелка должна пройти на целое число оборотов больше часовой. Пусть доля полного оборота, пройденная часовой стрелкой, равна x (где $0 < x < 1$). Тогда минутная стрелка прошла $12x$, следовательно, $11x$ – целое число. Значит, $x = k/11$, где $k = 1, \dots, 10$ (значения $k = 0$ и $k = 11$, соответствующие полудню и полуночи, мы не считаем).

Задача 3. Рассеянный часовщик сделал часы с двумя одинаковыми стрелками. Сколько раз между полуднем и полуночью по этим часам нельзя определить время?

Ответ: 132 раза.

Решение. Время нельзя определить в те моменты, когда возможно поменять стрелки местами. Как и в предыдущей задаче, обозначим долю полного оборота, пройденную часовой стрелкой, через x . Тогда минутная стрелка прошла $12x$. Когда



часовая стрелка находится в положении минутной, пройденный ею путь равен $12x - n$, где n — какое-то целое число оборотов. Поэтому путь, пройденный минутной стрелкой, равен $144x - 12n$ и отличается от x на целое число оборотов. Следовательно, $x = k/143$, где $k = 1, \dots, 142$. Но 10 моментов, когда стрелки совпадают, надо исключить, поскольку в эти моменты время определяется однозначно.

Дополним теперь часы секундной стрелкой и решим аналог задачи 2.

Задача 4. Сколько раз строго между полуднем и полуночью совпадут все три стрелки?

Ответ: ни разу.

Решение. Как мы знаем, минутная и часовая стрелки совпадают, когда путь, пройденный часовой стрелкой, составляет $k/11$ полного оборота. Аналогично, для совпадения часовой и секундной стрелок этот путь составляет $m/719$ полного оборота, где $m = 1, \dots, 718$. Приравнивая эти выражения, получаем, что $719k = 11m$. Поскольку числа 11 и 719 простые, это равенство

возможно, только если k кратно 11 и m кратно 719, то есть совпадение будет лишь в полдень и в полночь.

Теперь, наконец, можно приступить к решению задачи 1. Прежде всего отметим, что за 0,1 секунды секундная стрелка проходит угол, равный $0,6^\circ$, а часовая — в 720 раз меньше. Поэтому в 00:00:00,1 и 11:59:59,9 угол между этими стрелками будет больше, чем $0,5^\circ$.

Далее, покажем, что для любого момента времени, когда секундная и часовая стрелки не совпадают, найдётся момент, когда секундная стрелка совпадает с часовой, а максимальный угол между стрелками меньше. Действительно, рассмотрим какой-то момент, когда секундная стрелка догоняет часовую. Если минутная стрелка в этот момент находится позади секундной, то угол между ней и часовой уменьшается. А если минутная стрелка находится впереди часовой, то уменьшается угол между ней и секундной. Аналогично, если секундная стрелка уже обогнала часовую, то угол между минутной и какой-то



другой стрелкой за время, прошедшее с момента совпадения, увеличится.

Таким образом, достаточно доказать утверждение задачи для моментов совпадения секундной и часовой стрелок. Как мы знаем, в эти моменты доля полного оборота, пройденная часовой стрелкой, равна $k/719$. Значит, минутная стрелка прошла $12k/719$, а поскольку она не совпадает с часовой, они образуют угол, не меньший $1/719$ полного оборота, что больше, чем $0,5^\circ$.

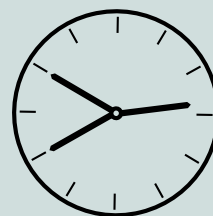
В заключение приведём ещё несколько интересных задач о часах. Надеемся, что теперь они не будут слишком сложными для читателей.

Задача 5. Известен следующий способ определять стороны горизонта по часам и солнцу: надо направить часовую стрелку на солнце, и тогда прямая, делящая пополам угол между часовой стрелкой и положением «1 час» на часах, укажет на юг. В чём секрет этого способа? В какое время года его лучше применять? В каких широтах он даст

более точные результаты? Как быть, если часы электронные? А как определить время по солнцу и компасу?

Задача 6. После того как Мартовский Заяц уронил часы в чай, у них изменилась скорость вращения секундной стрелки. В результате, кроме полудня и полуночи, все три стрелки стали совпадать и в некоторые другие моменты. Сколько всего в сутках таких моментов?

Задача 7. У часов, изображённых на рисунке справа, неизвестно, где верх, где низ и где какая стрелка. Зато известно, что часы показывают правильное время. Какое?



Задача 8. Муха в полночь села на секундную стрелку часов и до полудня каталась на стрелках, пересаживаясь с одной на другую при каждом обгоне одной стрелки другой. Сколько кругов по циферблату она сделала и на какой стрелке оказалась в полдень?

Задача 9. Как с помощью двух часов измерить высоту дома?

Художник Алексей Вайнер



Два вида волн

В бухте у берега видны большие волны (одна-две на фото), поверх которых идёт рябь поменьше. Однако большие волны идут к берегу, а мелкие – от берега. Объясните, как так получается, если ветра в бухте нет, и почему волны такого разного размера?

Автор Александр Бердников Фото автора Художник Yustas





ЛОЖКА ДЁГТЯ В БОЧКЕ 🍷🍷🍷 – 2

Статью под похожим названием мы уже публиковали в «Квантике» №7 за 2019 год. Здесь мы продолжим тему использования хиральности (когда «правая» и «левая» версии фигуры не совмещаются друг с другом – как наши руки, например), но уже не с трёхмерными, а с плоскими игровыми деталями. Рассмотрим набор из 12 одинаковых Г-образных тетрамино (рис. 1). Детали односторонние: их можно поворачивать, но нельзя переворачивать.

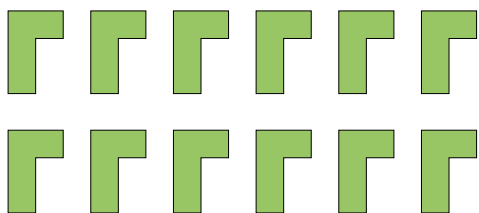


Рис. 1

Этим набором легко замостить прямоугольник 6×8 (см. примеры на рисунке 2).

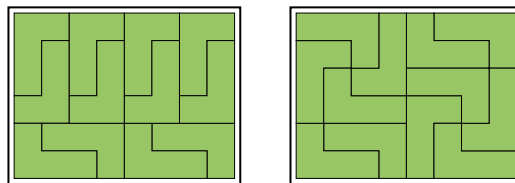


Рис. 2

Расчёты показывают, что существует 20 различных вариантов замощения этого прямоугольника нашими деталями.

Заменим теперь одну из деталей нашего набора такой же, но перевёрнутой деталью; окрасим её для ясности в другой цвет (рис. 3).



Рис. 3



Задача 1. Уложите новый набор в ту же коробочку 6×8 .

Не тут-то было! Задача существенно усложнилась... Автор этой головоломки (В. Красноухов) утверждает, что существует единственный вариант решения этой задачи.

Благодаря вкраплению «чужеродной» (по хиральности) детали в исходный однородный набор появляется много новых занимательных задач.

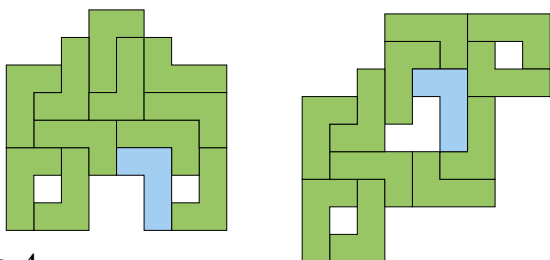


Рис. 4

Например, из нового набора можно сложить множество симметричных фигур. Парочку из них приведём в качестве примера (рис. 4).

Задача 2. Найдите хотя бы парочку других.

Задача 3. Используя все 12 деталей нового набора (11 правых и 1 левую), постройте одновременно три фигуры, одинаковые по форме, размерам и хиральности. Задача имеет три различных решения.

Задача 4 (не самая сложная). Используя все 12 деталей нового набора (11 правых и 1 левую), постройте одновременно четыре симметричные фигуры. Решение единственное.

Желаем успехов!

Художник Алексей Вайнер

Материал подготовил
Дмитрий Златопольский



ТАЙНА ФОРМАТА А4

Для печати на принтере мы обычно используем бумагу формата А4. Размеры таких листов: 297 на 210 мм. Почему выбраны такие странные значения, можно прочитать в статье Е.Смирнова «Арифметика листа бумаги» в «Квантике» № 1 за 2017 год. А вот ещё одно замечательное свойство листа бумаги с таким соотношением сторон.

Возьмите лист бумаги формата А4 и согните его так, чтобы верхняя сторона легла на правую (рис. 1, 2). Затем согните лист, совместив левую сторону выступающей нижней части с наклонной стороной (рис. 3, 4). Отрезав ножницами отогнутый треугольник, вы получите практически равнобедренный треугольник, показанный на рисунке 5 (убедитесь в этом!). Почему так происходит?

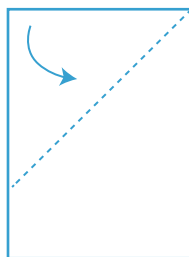


Рис. 1

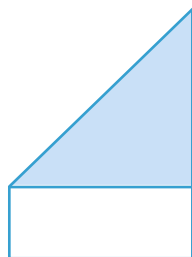


Рис. 2

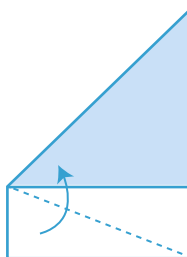


Рис. 3

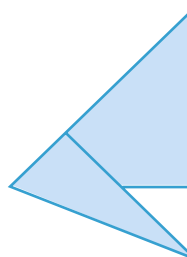


Рис. 4

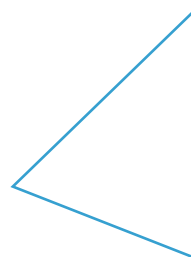


Рис. 5

Русский медвежонок

ОЛИМПИАДЫ

Избранные задачи 2023 года

1. Услышать можно **это** среди толпы людской,
Увидеть отражение – в столярной мастерской.

Какое слово заменено словом **это**?

- (А) возглас; (Б) голос; (В) ропот;
(Г) топот; (Д) шёпот.

Т. А. Амбарцумова

Буратино, а папа Карло
ведь в столярной мастерской
работает? Он-то точно
нам с задачей поможет



Два ежа там точно есть.
Непонятно только, что
такое «ды»



2. В «Толковом словаре живого великорусского языка» В.И. Даля, изданном во второй половине XIX в., можно найти слово *ежежды*. А что оно означает?

- (А) при условии что; (Б) потому что;
(В) жадно; (Г) уже давно; (Д) каждый раз.

П. И. Долгополов

3. Закончите цитату из произведения Астрид Линд-
грен «Карлсон, который живёт на крыше»¹ названием
одного из районов Стокгольма: *Ночью на этом крылечке
можно спать, если в домике слишком жарко. А утром,
когда проснёшься, любоваться, как солнце встаёт над
крышами домов где-то за _____.* Знание текста
произведения для решения задачи **не** требуется.

- (А) Гамластаном; (Б) Вазастаном; (В) Норрмаль-
мом; (Г) Остермальмом; (Д) Сёдермальмом.

¹Перевод Л. З. Лунгиной.

Б. Л. Иомдин

Значит, говорите, живёте
на крыше? А адрес постоянной
прописки у Вас имеется?



Да нет тут никакой
мыши. Я просто условие
задачи прочитал...



4. Назовём слова *мышь, листок, пра-
вило* разнобуквицами. А какое из этих
слов – **не** разнобуквица?

- (А) поезд; (Б) столешница;
(В) разнобуквица; (Г) четырёхугольник;
(Д) все эти слова – разнобуквицы.

И. Б. Иткин, Л. И. Иткин

Материал подготовил Илья Иткин



ОЛИМПИАДЫ ХСИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Материал подготовил
Константин Кохась

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс. Первый (письменный) тур очередной олимпиады прошёл 16 ноября 2024 года.

Избранные задачи I тура

1 (6 класс). Галя, Толя и Валя записали в тетрадях одну и ту же строку из 10 различных букв. Каждый стёр несколько букв в своей тетради. У Гали осталось слово БАСНЯ, у Толи – ДЕНЬ. Могло ли у Вали остаться слово ДЯТЕЛ? Если да – напишите исходную последовательность букв, если нет – объясните, почему не могло.

Кирилл Сухов

2 (6 класс). Докажите, что никакую прямоугольную таблицу не удастся покрасить в три цвета так, чтобы в каждой строке было 12 красных и 16 синих клеток (а остальные зелёные), и в то же время в каждом столбце – 24 синих и 20 зелёных клеток (а остальные красные).

Константин Кохась

3 (6 класс). Арсений написал 10 троек, дописал справа четвёрку, потом справа ещё 9 троек, дописал справа четвёрку, снова 9 троек, снова четвёрку, и так несколько раз, чередуя группы из 9 троек и четвёрки, а в конце числа после очередных 9 троек дописал единицу. Докажите, что получилось составное число.

Александр Голованов

4 (7 класс). Существует ли натуральное число, оканчивающееся на 34, у которого делителей, оканчивающихся на 8, больше, чем делителей, оканчивающихся на 9?

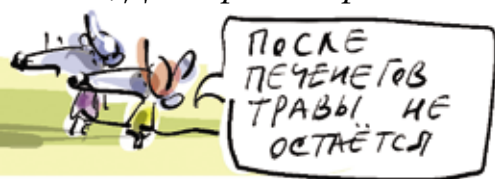
Александр Кузнецов и др.

5 (7 класс). В каждой клетке квадратного поля 10×10 стоит печенег или хазар. Печенеги всегда говорят правду, а хазары каждое число увеличивают на 1 (например, если хазар хочет сказать «четыре», он произносит «пять»). Каждого спросили, сколько печенегов среди его соседей по стороне, сложили все ответы и получили сумму 292. Затем каждого спросили, сколько хазар среди его соседей по стороне, сложили все ответы и получили сумму 140.

а) Сколько всего хазар стоит на этом поле?

б) Сколько имеется способов расставить печенегов и хазар на этом поле так, чтобы получились такие суммы?

Андрей Солянин, Дмитрий Ширяев





Избранные задачи

Материал подготовили:
Назар Агаханов,
Олег Подлипский,
Александр Терёшин

1 (5 класс). Девять сладкоежек купили 5 пирогов. Каждый пирог разрезали на 6 или 8 кусочков. Все съели одинаковое количество кусочков и ничего не осталось. По сколько кусочков съел каждый из сладкоежек?

Сергей Бойченко

2. В банке можно положить вклад на месяц под фиксированный процент. В конце месяца банк начислит проценты, а потом округлит (по обычным правилам) начисленную сумму до целого числа рублей. У Васи и Пети одинаковые суммы денег. Вася разделил свои деньги на две равные части и открыл два вклада, а Петя положил все свои деньги на один вклад. Может ли оказаться, что после выплаты процентов сумма у Васи будет

а) (6 класс) больше суммы у Пети?

б) (7 класс) меньше суммы у Пети?

Олег Подлипский

3 (7 класс). За круглый стол сели семь математиков. Каждому из них дали карточку, на которой написано число «1» или «-1». Затем на доску записали семь чисел – произведения чисел на карточках каждых двух математиков, сидящих рядом. После этого на доску записали восьмое число – произведение всех семи чисел на карточках математиков. Какое наименьшее значение может принимать сумма 8 выписанных на доске чисел?

Павел Останин

4 (8 класс). Найдите значение суммы

$$S = (1^2 + 1 \cdot 2 + 2^2) + (2^2 + 2 \cdot 3 + 3^2) + (3^2 + 3 \cdot 4 + 4^2) + \dots + (98^2 + 98 \cdot 99 + 99^2) + (99^2 + 99 \cdot 100 + 100^2).$$

Назар Агаханов

5 (8 класс). На биссектрисе острого угла ABC отмечены точки D и E так, что $AB = BD = AE$ и $DE = BC$ (точка D лежит между B и E). Докажите, что $AD = CD$.

Александр Терёшин



Художник Сергей Чуб

■ НАШ КОНКУРС, IV тур («Квантик» № 12, 2024)

16. Квантик написал на доске выражение, состоящее из двоек, скобок, знаков «+» и «×», значение которого равно 24. Ноуттик заменил в этом выражении все знаки «+» на знаки «×», а все знаки «×» на знаки «+». Могло ли оказаться, что значение нового выражения тоже равно 24?

Ответ: могло, например,

$$2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 = 24;$$

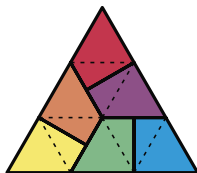
$$2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 = 24.$$

17. Известно, что пятизначное число $abcde$ делится на 41. Его последнюю цифру удалили и поставили в начало. Докажите, что полученное число $eabcd$ тоже делится на 41.

Переместить последнюю цифру числа $abcde$ в начало — это всё равно, что добавить к числу $e \cdot 100000$ (получим $eabcde$), затем вычесть e (получим $eabcd0$) и поделить результат на 10. То есть всё равно, что прибавить $e \cdot 99999$ и затем поделить на 10. Но 99999 делится на 41 нацело! Значит, и $eabcd0$ делится на 41, а поскольку 10 и 41 взаимно просты, то и $eabcd$ делится на 41.

18. Разрежьте равносторонний треугольник на шесть равных четырёхугольников. Четырёхугольники равны, если их можно совместить наложением (возможно, с переворотом).

Ответ: см. рисунок. Линии, параллельные сторонам, разбивают большой треугольник на 9 одинаковых треугольных плиток. Каждый четырёхугольник состоит из одной плитки и одной половинки плитки.



19. В комнате находится 50 лампочек. К каждой лампочке подсоединены два выключателя, каждый либо включён, либо выключен. Лампочка горит только тогда, когда оба выключателя, подсоединённых к ней, включены. Сначала в комнате горело 15 лампочек, а когда все 100 выключателей переключили, стало гореть 24 лампочки. Сколько выключателей теперь надо переключить, чтобы зажглись все лампочки?

Ответ: 41. Лампочки, горевшие вначале, после переключения не горят. Разделим тогда лампочки на три группы: 15 лампочек, которые горели вначале, но не горят сейчас; 24 лампочки, которые горят сейчас; оставшиеся 11, которые не горели ни до, ни после переключения.

У 24 лампочек, которые горят сейчас, ни один выключатель переключать не надо.

У 15 лампочек, горевших вначале, оба выключателя выключены, поэтому надо переключить 30 выключателей, чтобы зажечь их снова.

Наконец, у оставшихся 11 лампочек сначала был выключен один выключатель, а после переключения — другой, а значит, чтобы зажечь их, надо переключить ещё 11 выключателей.

20. Федя разложил перед собой 16 лотерейных билетов и продаёт их по 1000 рублей за каждый. Два из них выигрышные — купивший получит стоимость билета и ещё 1000 рублей выигрыша. Федя сегодня добрый, и за 100 рублей ему можно задать любой вопрос, который допускает ответ «да» или «нет», и он честно на него ответит. Можно ли, задав несколько вопросов, гарантированно заработать а) 1200 рублей; б) 1300 рублей?

а) Ответ: да. Будем делить билеты на две равные кучки, спрашивать, есть ли выигрышный билет в первой из них, и, узнав ответ, делать то же самое с кучкой, где он есть. Первым вопросом мы найдём кучку из 8 билетов, где есть выигрышный, вторым — кучку из 4 билетов, третьим — из 2, и четвёртым найдём один выигрышный билет. Деля оставшиеся 15 билетов на равные или «почти равные» кучки, за 4 вопроса (или меньше) найдём второй выигрышный. Итого мы выиграем 2000 р., потратив не более 800 р.

б) Ответ: да. Чтобы получить 1300 р., найдём 2 выигрышных билета не более чем за 7 вопросов. Поймём сначала, сколько есть вариантов расположения 2 выигрышных билетов среди лежащих в ряд 16. Первый билет может быть на любой из 16 позиций, второй — на любой из остальных 15; но нам не важно, в каком порядке они лежат, поэтому всего вариантов $15 \cdot 16 : 2 = 120$. Занумеруем их от 1 до 120 и будем каждый раз искать «подходящую» половину: спросим Федю, имеет ли расположение билетов номер от 1 до 60, вторым вопросом узнаем подходящие 30 вариантов, третьим — 15, четвёртым — 8, пятым — 4, шестым — 2 и седьмым найдём искомый вариант.

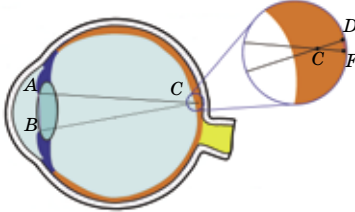
■ ОШИБКА МАГЕЛЛАНА («Квантик» № 1, 2025)

Точных часов тогда не было, и люди отсчитывали дни по солнцу. Почему же экипаж насчитал на один день меньше? На суше насчитали столько дней, сколько раз солнце обогнуло Землю. (Для удобства мы рассуждаем в системе отсчёта, где Земля неподвижна, а Солнце вращается вокруг неё.) Корабли Магеллана плыли на запад,

они шли в ту же сторону, что и солнце, и обогнули Землю один раз. Экипаж насчитал столько дней, сколько раз их обогнало солнце, что на 1 меньше числа кругов, сделанных солнцем.

■ ГЛАЗ КАК ДРЯННОЙ ФОТОАППАРАТ

1. Нарисуем схему прохождения лучей света. Пройдя через зрачок диаметром 1,5 мм, лучи через 20 мм сходятся в точку, после чего расходятся под тем же углом (так как вертикальные углы равны). Значит, треугольник CDF , образованный лучами, прошедшими точку фокуса, и диаметром пятна рассеяния имеет те же пропорции, что и «большой» треугольник ABC , образованный лучами до пятна рассеяния и диаметром зрачка.



В треугольнике ABC стороны BC и AB относятся как $13,3 : 1$. Значит, при длине CD около 20 мкм ($40 \text{ мкм} : 2$ – мы условились, что свет фокусируется на середине наружного сегмента колбочки) DF составит $20 : 13,3 \approx 1,5 \text{ мкм}$.

■ КВАНТИК НА БАЗАРЕ

• Квантик поставил на правую чашку гирию 3 кг, а на левую насыпал картошки до равновесия. Затем убрал с правой чашки гирию 3 кг и досыпал до равновесия как раз 3 кг картошки.

• Пять килограммов клюквы можно взвесить так: на одну чашку весов поставить гирию 9 кг, на другую – гири 1 кг и 3 кг, а также 5 кг клюквы. Все варианты выглядят так (гири с разными знаками лежат на разных чашках весов):

$1 = 1$	$2 = 3 - 1$	$3 = 3$
$4 = 3 + 1$	$5 = 9 - 3 - 1$	$6 = 9 - 3$
$7 = 9 + 1 - 3$	$8 = 9 - 1$	$10 = 9 + 1$
$11 = 9 + 3 - 1$	$12 = 9 + 3$	$13 = 9 + 3 + 1$

• Человек, пробежавший 2 км изо всех сил, не сможет спокойно произнести несколько слов.

■ ЗАДАЧИ О ЧАСАХ

5. В России используется декретное время, отличающееся от астрономического на 1 час. Поэтому примерно в 13 часов солнце находится на юге. Если бы часовая стрелка делала за сутки один оборот, то, направив её на солнце, мы получили бы, что направление на юг соответствует делению «1 час». Поскольку часовая стрелка вращается вдвое быстрее, угол между ней и этим делением надо поделить пополам.

Надёжнее всего этот способ работает летом в умеренных широтах северного полушария.

6. Ответ: 20. Моменты совпадения минутной и часовой стрелок делят циферблат на 11 равных частей. Пусть в какой-то из этих моментов, через время t после полудня, секундная стрелка тоже совпала с ними. Тогда через время t после этого момента стрелки опять совпадут, так как каждая повернётся на такой же угол. Поэтому моменты совпадения делят циферблат на k равных частей, причём 11 делится на k . Так как число 11 простое, $k = 11$. Значит, стрелки совпадут 10 раз между полуночью и полуднем и столько же раз между полуднем и полуночью.

7. Ответ: 4 ч 50 мин. Когда часовая стрелка показывает на часовое деление, две другие стрелки показывают на «12». Значит, на рисунке часовой будет единственная стрелка, не показывающая на деление. Из двух других стрелок секундная показывает на «12», значит минутная показывает либо на «2», либо на «10». По положению часовой видим, что имеет место второй случай. Тогда часовая стрелка находится между делениями «4» и «5», откуда получаем ответ.

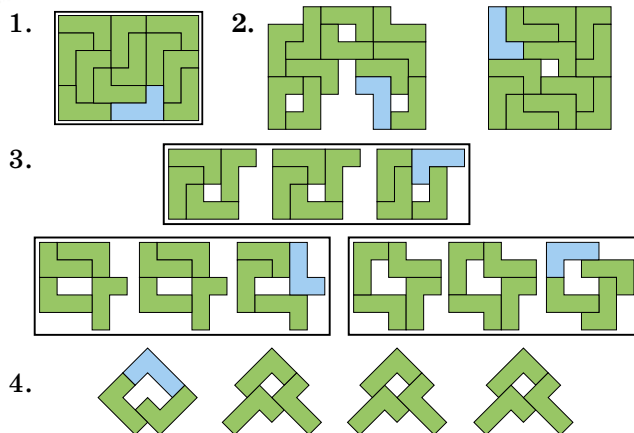
8. Ответ: 245. Посадим по мухе на две другие стрелки, чтобы они ехали по тем же правилам. При встрече двух стрелок сидящие на них мухи меняются местами и, значит, не обгоняют друг друга. Поэтому количества кругов, сделанных любыми двумя мухами, отличаются не больше, чем на 1. Но суммарное число кругов равно суммарному числу оборотов, сделанных тремя стрелками, то есть $720 + 12 + 1$. Значит, передняя муха делает 245 кругов, а две другие – по 244.

9. Сбросить одни часы с крыши и определить по другим время падения.

■ ДВА ВИДА ВОЛН

В бухту заходят большие волны с открытой воды. Если бы берег был ровной вертикальной стеной, волны от неё отражались бы почти без изменений (такое бывает на набережных). Но если берег пологий и состоит из отдельных камней, они «разбивают» крупную волну на мелкие. Если бы камни макали в воду, от них шли бы волны размером, сравнимым с размерами камней. Наши камни никто не макает, но и они с приходом волны погружаются под воду, а потом оголяются, да и воде приходится лавировать по извилистым каналам между ними – всё это тербит водную гладь, и по ней от камней идут маленькие волны.

■ ЛОЖКА ДЁГТЯ В БОЧКЕ МЁДА – 2



■ ТАЙНА ФОРМАТА А4

Левая сторона полученного треугольника – это диагональ квадрата со стороной a , где a – ширина листа, то есть она равна $a\sqrt{2}$. Правая сторона этого треугольника – это высота листа b . Они равны, если $b/a = \sqrt{2} \approx 1,414$. Именно такое отношение сторон у листа формата А4.

■ РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК.

Избранные задачи 2023 года

1. К первой строке стихотворения более или менее подходят по смыслу все пять вариантов ответа. Что может означать во второй строке слово «отражение»? Учитывая, что речь идёт о задаче по русскому языку, попробуем «отразить» все приведённые слова, то есть прочитать их справа налево. Слова *возглас*, *голос* и *шёпот* превращаются в бессмысленные наборы букв. Слово *топот* переходит само в себя (это палиндром), но топот никак нельзя увидеть. А вот *ропот* превращается в *топор* – инструмент, которому в столярной мастерской действительно самое место. Итак, **ответ: (В)**.

2. Первую часть слова *ежежды* можно найти в словах типа *ежечасно*, *ежедневно*, *ежегодно*. Она имеет значение «каждый»: «каждый час», «каждый день», «каждый год». Часть *-жды* встречается в словах типа *дважды*, *трижды*, *четырежды*, то есть после основ со значением количества, и означает «раз». «Складывая» полученные смыслы, получаем значение слова *ежежды*: «каждый раз». **Ответ: (Д)**.

3. Поскольку знание текста произведения и шведского языка для решения задачи не требуется, надо поискать среди ответов что-то знакомое в русском языке. Названия *Норрмальм*, *Остермальм* и *Сёдермальм* могут напомнить

слова *норд*, *ост* и *зюйд* – морские термины, означающие соответственно север, восток и юг. Есть ли в тексте цитаты указание на расположение района в одной из этих сторон света? Конечно: солнце утром встаёт на востоке, значит, за восточным районом, Остермальмом. **Ответ: (Г)**.

• Слова *норд*, *ост*, *зюйд* и *вест* пришли в русский язык из голландского (нидерландского) языка; шведский язык – его родственник, поэтому шведские *norr*, *öster*, *söder* и *väster* звучат похоже. Можно вспомнить и английский язык, родственный им обоим: *north*, *east*, *south*, *west*.

• Во всех ответах упоминаются реальные районы Стокгольма. Название *Гамластан* (Gamla stan) буквально означает «старый город», а *Вазастан* получил название в честь Густава Вазы, который был королём Швеции в XVI в.

4. Как понятно из названия, разнобуквицы – это слова, в которых все буквы разные. *Поезд*, *столешиница* и *четырёхугольник* – несомненные разнобуквицы, а вот в самом слове *разнобуквица* две буквы *а*. **Ответ: (В)**.

■ ХСІ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ.

Избранные задачи I тура

1. **Ответ:** не могло. Слова БАСНЯ, ДЕНЬ, ДЯТЕЛ содержат 10 различных букв: Б, А, С, Н, Я, Д, Е, Ъ, Т, Л. Значит, в исходной строке записаны только эти буквы, причём каждая по одному разу. Тогда в исходной строке, как и в слове БАСНЯ, буква Я должна стоять правее Н; буква Н, как в слове ДЕНЬ, должна быть правее Е, а буква Е, как в слове ДЯТЕЛ – правее буквы Я. Но тогда Я должна быть правее Я – противоречие.

2. Раз каждый столбец содержит 24 синих и 20 зелёных клеток, то во всей таблице, как и в каждом столбце, число зелёных клеток – это $5/6$ от числа синих. Строки таблицы содержат поровну клеток, причём в них одно и то же число красных и одно и то же число синих клеток – значит, и зелёных клеток во всех строках поровну. Тогда число зелёных клеток в каждой строке составляет $5/6$ от числа синих. Но число $16 \cdot 5/6$ – нецелое. Значит, такая раскраска невозможна.

3. Это число делится на 33333333331, так как оно – сумма чисел вида $33333333331 \cdot 10^k$:

33333	33333	10000	00000	00000	00000	0	...	00000	00000	0
	33333	33333	10000	00000	0	...	00000	00000	0	
			33333	33333	1	...	00000	00000	0	
										33333 33333 1
										33333 33333 1
										33333 33333 43333 33333 43333 33333 4 ... 43333 33333 1

4. Ответ: не существует. Число, оканчивающееся на 34, делится на 2, но не делится на 4. Значит, любой чётный делитель этого числа заведомо не делится на 4. Сопоставим каждому делителю d , оканчивающемуся на 8, число $d/2$. Число $d/2$ может оканчиваться лишь на 4 или на 9, но при этом $d/2$ – это тоже делитель нашего числа, и к тому же нечётный. Значит, $d/2$ оканчивается на 9.

Итак, мы каждому делителю, оканчивающемуся на 8, сопоставили делитель, оканчивающийся на 9. При этом разным делителям, оканчивающимся на 8, сопоставлены разные делители, оканчивающиеся на 9. Значит, первых не меньше, чем вторых. *Комментарий:* на самом деле тех и других делителей поровну.

5. а) Ответ: 36 хазар. Сумма двух ответов каждого печенег равна количеству его соседей, а у каждого хазара – на 2 больше количества соседей. Поэтому общая сумма всех ответов $292 + 140 = 432$ равна удвоенному количеству пар соседей плюс удвоенное число хазар. На поле у 90 человек (кроме тех, кто стоит на правом краю поля) есть сосед справа, у 90 – есть сосед слева, у 90 – сосед сверху и у 90 – сосед снизу. Сложим все эти соседства: каждая пара соседей будет учтена дважды, то есть удвоенное число пар соседей равно 360. Тогда хазар всего $(432 - 360) : 2 = 36$ (а печенегов $100 - 36 = 64$).

б) Ответ: один способ. Посмотрим ещё раз на то, как получилось число 292 – сумма ответов на вопрос о соседях-печенегах. В этой сумме каждый печенег учтён столько раз, сколько у него соседей (потому что соседи учитывали этого печенег в своих ответах), и, кроме этого, ко всей сумме добавлено количество хазар (потому что те завывали свой ответ). Но у каждого печенег не более 4 соседей, значит, итоговая сумма не превосходит $4 \cdot 64 + 36 = 292$. И раз эта сумма в точности равна 292, то это означает, что у каждого печенег имеется ровно 4 соседа, то есть все печенеги находятся не на границе квадрата. Но тогда печенеги занимают 64 клетки «внутреннего» квадрата 8×8 , а вдоль всей границы квадрата стоят 36 хазар. Значит, расстановка задаётся однозначно.

■ ВСОШ 2024/25: МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП В МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ.

Избранные задачи

1. Ответ: 4. Если каждый пирог разрезать на 6 кусочков, то всего получится 30 кусочков, а если каждый пирог разрезать на 8 кусочков,

то всего получится 40 кусочков. То есть количество кусочков не меньше 30 и не больше 40. Если все 9 сладкоежек съели одинаковое количество кусочков, то общее количество кусочков делится на 9. Но единственное делящееся на 9 число между 30 и 40 – это 36. Значит, каждый сладкоежка съел по 4 кусочка пирога.

2. а) Ответ: может. Пусть после начисления процентов у Васи на каждом из вкладов начислилось (с процентами) 1000,6 р., тогда после округления на каждом из двух его вкладов окажется 1001 р., то есть всего у Васи будет 2002 р. У Пети начислится сумма $2 \cdot 1000,6 = 2001,2$ р. После округления у него будет 2001 р.

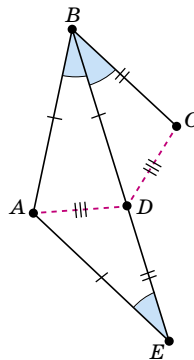
б) Ответ: может. Пусть после начисления процентов у Васи на каждом вкладе начислилось (с процентами) 1000,4 р., тогда после округления на каждом его вкладе окажется 1000 р., то есть всего у Васи будет 2000 р. У Пети должна начислиться сумма $2 \cdot 1000,4 = 2000,8$ р. После округления у него будет 2001 р.

3. Ответ: –6. На доске будут записаны числа 1 или –1. Нам нужно найти наибольшее возможное количество чисел –1 на доске. Заметим, что у каких-то двух сидящих рядом математиков на карточках будут одинаковые числа (иначе числа 1 и –1 чередовались бы по кругу, но это невозможно, так как 7 – нечётное число). Поэтому максимальное количество чисел –1 на доске будет 7 (а наименьшая возможная сумма – это –6).

Покажем, что это возможно. Пусть у математиков (по кругу) будут карточки 1, –1, 1, –1, 1, –1, 1. Так как произведение этих 7 чисел равно –1, на доске будут 7 чисел –1 и одно число 1.

4. Ответ: $100^3 - 1^3 = 999999$. Заметим, что $a^2 + ab + b^2 = \frac{b^3 - a^3}{b - a}$. Тогда $S = \frac{2^3 - 1^3}{2 - 1} + \frac{3^3 - 2^3}{3 - 2} + \dots + \frac{100^3 - 99^3}{100 - 99} = 100^3 - 1^3 = 999999$.

5. Так как $AB = AE$, то треугольник ABE равнобедренный, значит, $\angle AEB = \angle ABE$, а так как BE – биссектриса угла ABC , то $\angle AEB = \angle ABE = \angle EBC$. Рассмотрим треугольники AED и DBC . Стороны AE и BD , а также DE и BC равны по условию, и мы доказали, что углы AED и DBC равны. Значит, эти треугольники равны, откуда $AD = CD$.





Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
заочном математическом конкурсе.

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач VI тура, с которыми справитесь, не позднее 5 марта в систему проверки konkurs.kvantik.com (инструкция находится по адресу kvantik.com/short/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com, либо обычной почтой по адресу 119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

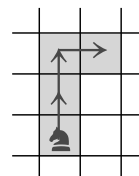
Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

VI ТУР

26. Маша, которая сейчас учится в школе, записала свою дату рождения в формате ДД.ММ.ГГ, используя шесть различных цифр. Могла ли Маша родиться в один из зимних месяцев? Ответ объясните.



27. Петя ходит шахматным конём, не отрывая его от доски (то есть конь посещает и промежуточные клетки хода, см. пример на рисунке). Может ли Петя, начав с какой-то клетки, обойти конём всю доску 5×5 , посетив каждую клетку ровно один раз?

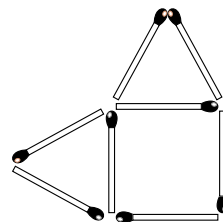


Авторы задач: Борис Френкин (26), Сергей Костин (27), Михаил Евдокимов (28), Николай Авилов (29), Максим Прасолов (30)

28. Вася называет натуральное число, состоящее из ненулевых цифр, красивым, если и произведение, и сумма его цифр делятся на 100. Найдите наименьшее красивое число и докажите, что меньше него красивых чисел нет.



29. Из спичек сложен квадрат, а на двух его сторонах из спичек построены равносторонние треугольники. Получился невыпуклый шестиугольник. Переложите две спички внутри него так, чтобы он разделился на две части, равные по форме и по размеру. (Спички не должны выходить за пределы шестиугольника, их нельзя ломать, нельзя накладывать друг на друга.)



30. Четверо ребят получили от воспитательницы по игрушке. Потом она собрала эти четыре игрушки и снова раздала ребятам так, что каждый получил ту игрушку, которой у него до этого не было.
а) Верно ли, что вне зависимости от того, как были выданы игрушки до этого, воспитательница сможет собрать игрушки и раздать их в третий раз так, чтобы каждый получил новую?
б) А в четвёртый раз? Ответ объясните.

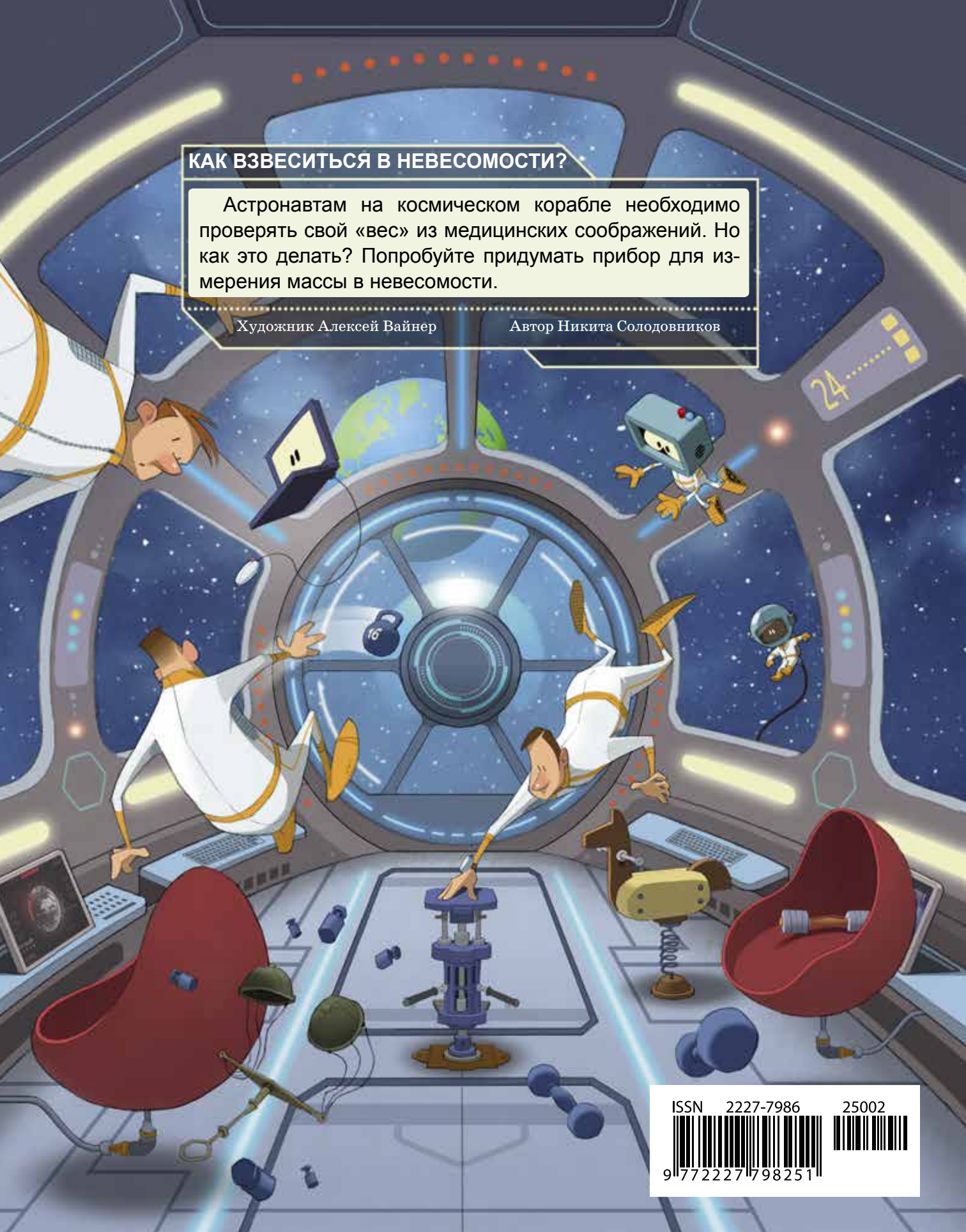


КАК ВЗВЕСИТЬСЯ В НЕВЕСОМОСТИ?

Астронавтам на космическом корабле необходимо проверять свой «вес» из медицинских соображений. Но как это делать? Попробуйте придумать прибор для измерения массы в невесомости.

Художник Алексей Вайнер

Автор Никита Солодовников



ISSN 2227-7986 25002



9 772227 798251