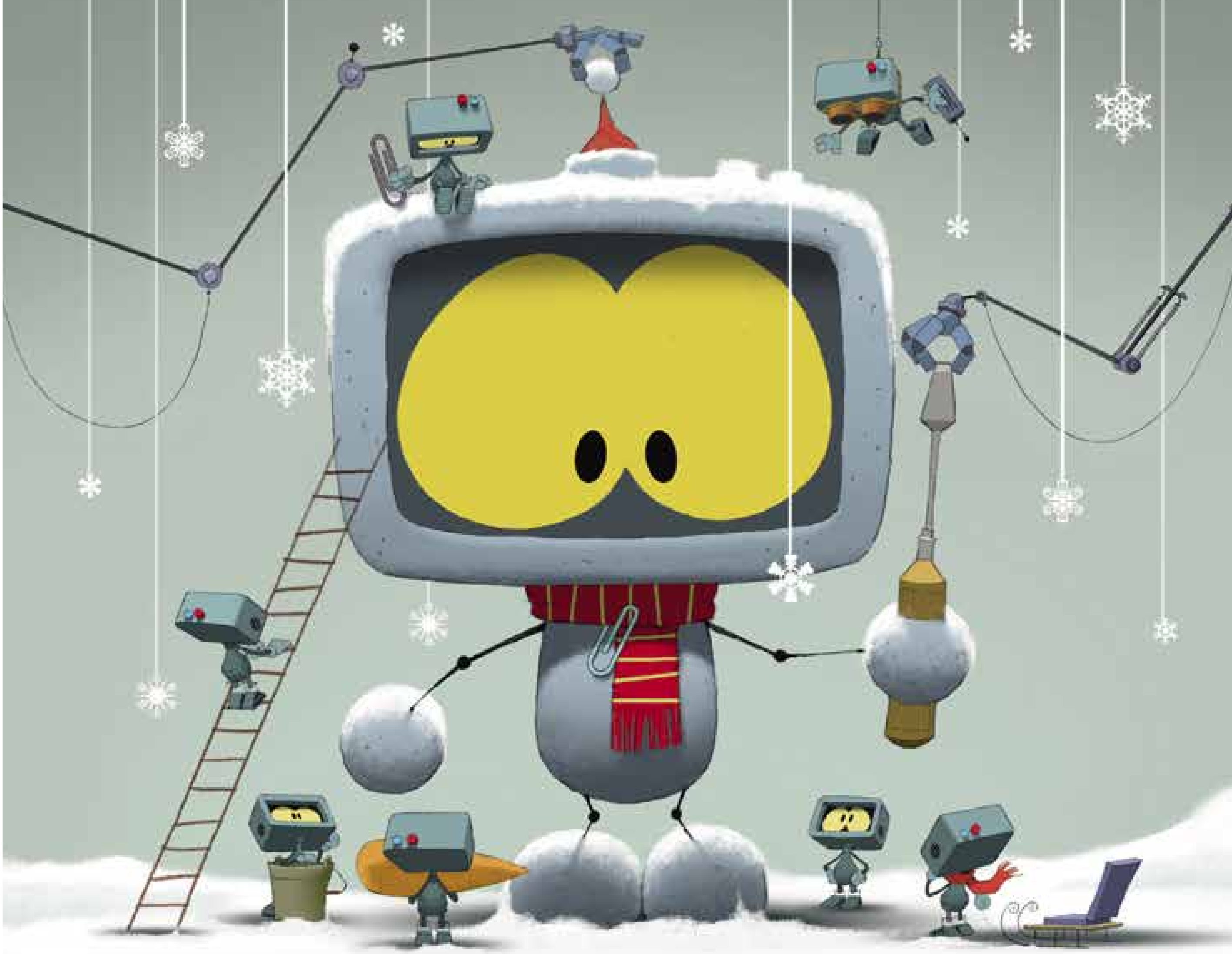
№ 1 | январь 2025

ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования



№1
январь
2025

ФОКУС С ДВУМЯ СКРЕПКАМИ

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА МЕРСЕННА

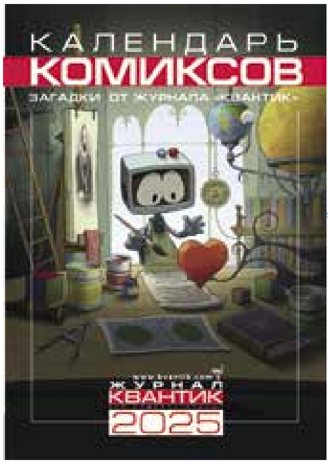
ЛИШНЯЯ РАДУГА

Enter

e-mail: kvantik@mccme.ru

НАШИ НОВИНКИ

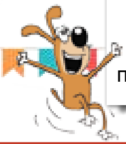
КАЛЕНДАРЬ КОМИКСОВ
от журнала «КВАНТИК» на 2025 год –
настенный перекидной календарь
с занимательными комиксами



АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ
«КВАНТИК», выпуск 23
включает в себя
все материалы журналов «Квантик»
за I полугодие 2023 года

Приобрести продукцию «КВАНТИКА»
можно в магазине **«Математическая книга»** (г. Москва, Большой Власьевский пер., д.11),
в интернет-магазинах: biblio.mccme.ru, my-shop.ru, ozon.ru, WILDBERRIES, Яндекс.маркет
и других (полный список магазинов на **kvantik.com/buy**)

ПОДПИСЫВАЙТЕСЬ НА ЖУРНАЛ «КВАНТИК»



в почтовых отделениях
по электронной и бумажной версии
Каталога Почты России:

ПОЧТА РОССИИ

индекс **ПМ068** –
подписка по месяцам полугодия

онлайн
на сайте Почты России
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По этой ссылке вы можете оформить подписку и для своих друзей, знакомых, родственников

Подробнее обо всех вариантах подписки см. **kvantik.com/podpiska**

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА

2017 — Минобрнауки России **ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»** за лучший детский проект о науке

2021 — **БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ** за плодотворную работу и просветительскую деятельность

2022 — Российская академия наук **ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ ЖУРНАЛА** за лучшие работы в области популяризации науки

2024 — Победитель конкурса в номинациях **ЛУЧШИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ СРЕДНЕГО ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА** **ЛУЧШЕЕ ДИЗАЙНЕРСКОЕ РЕШЕНИЕ**

Журнал «Квантик» № 1, январь 2025 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина, Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, М.В. Прасолов, Н.А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя:
119002, г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**

Подписка на журнал
в отделениях почтовой связи Почты России:
Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
Онлайн-подписка на сайте Почты России:
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31**
и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84x108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 26.11.2024
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ

Григорий Мерзон

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА МЕРСЕННА

На XII Математическом празднике в 2001 году предлагалась такая задача Сергея Маркелова:

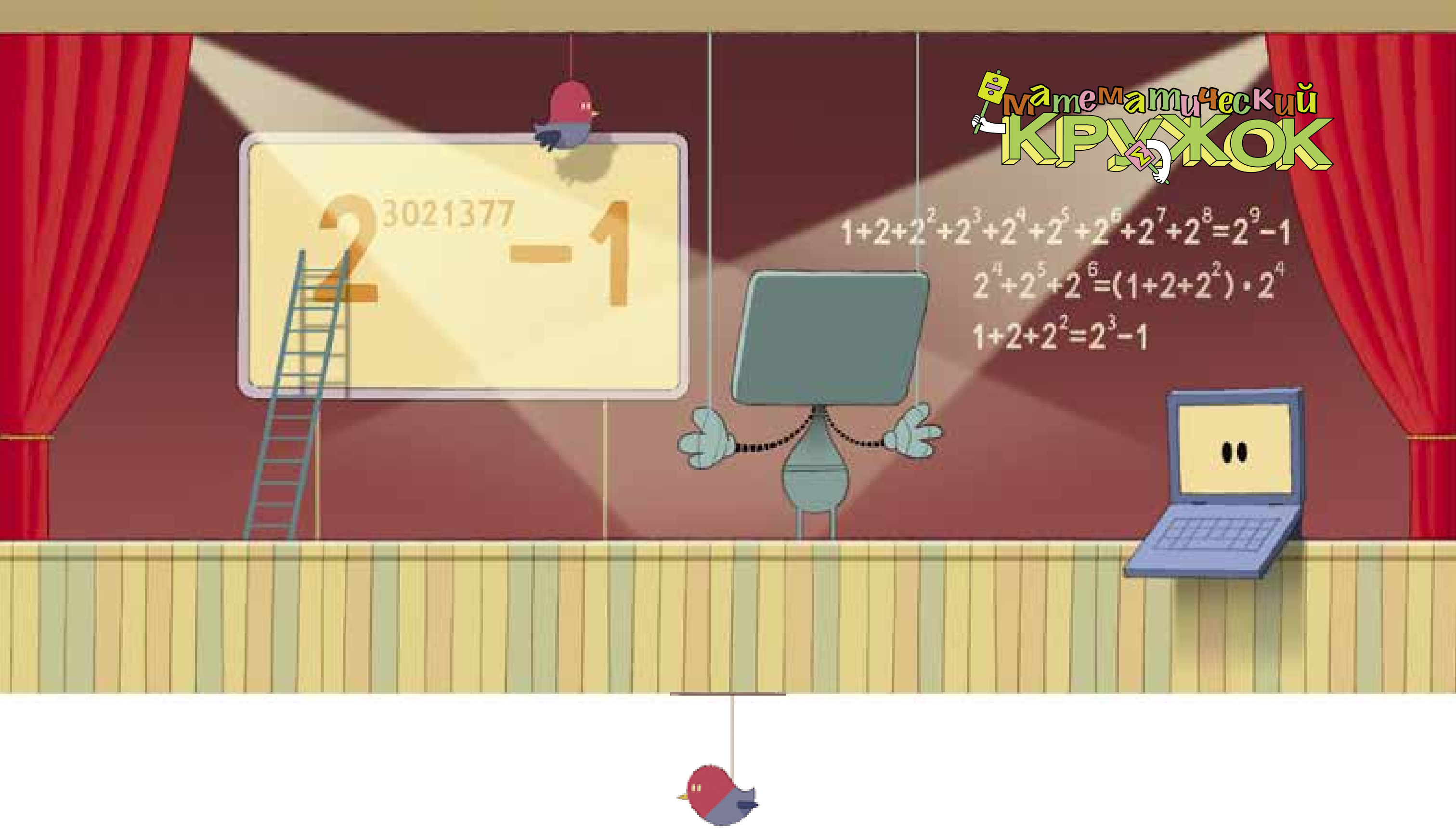
В книге рекордов Гиннесса написано, что наибольшее известное простое число равно $23021^{377} - 1$. *Не опечатка ли это?*

Чтобы решить задачу, достаточно заметить, что это число чётное... и даже оканчивается на 0 (то есть делится и на 10). Так что простым оно быть не может.

Французский монах Марен Мерсенн (1588–1648) занимался не только философией и богословием, но и физикой, математикой, теорией музыки. Но, возможно, самая важная его роль – это роль организатора научного общения. Научных журналов тогда ещё не существовало, вместо этого учёные обменивались письмами. Мерсенн был одним из центров этой переписки. Среди его регулярных корреспондентов и гостей – Галилей, Гюйгенс, Декарт, Б. Паскаль, Э. Паскаль, Роберваль, Торричелли, Ферма... можно сказать, целая неформальная «Парижская академия наук» (официально Академия наук появилась во Франции во второй половине XVII века, тогда же появились первые научные журналы).

А как на самом деле выглядят самые большие[1] известные нам простые числа? Оказывается, большинство из них имеют вид «два в какой-то степени минус один». В частности, число

[1] Вопрос может показаться странным – ведь уже Евклид приводит доказательство того, что простых чисел бесконечно много. Но одно дело знать, что их в принципе бесконечно много, а другое дело – найти конкретные примеры больших простых чисел!



$2^{127}-1$ было самым большим известным простым числом с 1876 года аж до середины XX века (когда для поиска начали использовать компьютеры), а в 1998 году самым большим известным простым числом было число $2^{3021377}-1$ (с ним и связана задача выше). Такие простые числа называют *простыми числами Мерсенна* в честь Марена Мерсенна, который изучал их в XVII веке.

Числа вида 2^n-1 – это суммы степеней двойки. Например,

$$1+2+2^2+2^3+2^4+2^5+2^6+2^7+2^8=2^9-1.$$

(Если не сразу понятно, почему это так – прибавьте к левой части единицу! Первое слагаемое превратится в 2, вместе со вторым слагаемым это даст $2\cdot 2=2^2$, вместе со следующим $2\cdot 2^2=$ $=2^3$... В итоге получится удвоенное последнее слагаемое, $2\cdot 2^8=2^9$.)

Теперь можно (без всяких вычислений!) сообразить, что число 2^9-1 не простое. Ведь слагаемые в левой части равенства можно разбить на группы по три, и каждая группа делится на первую – например,

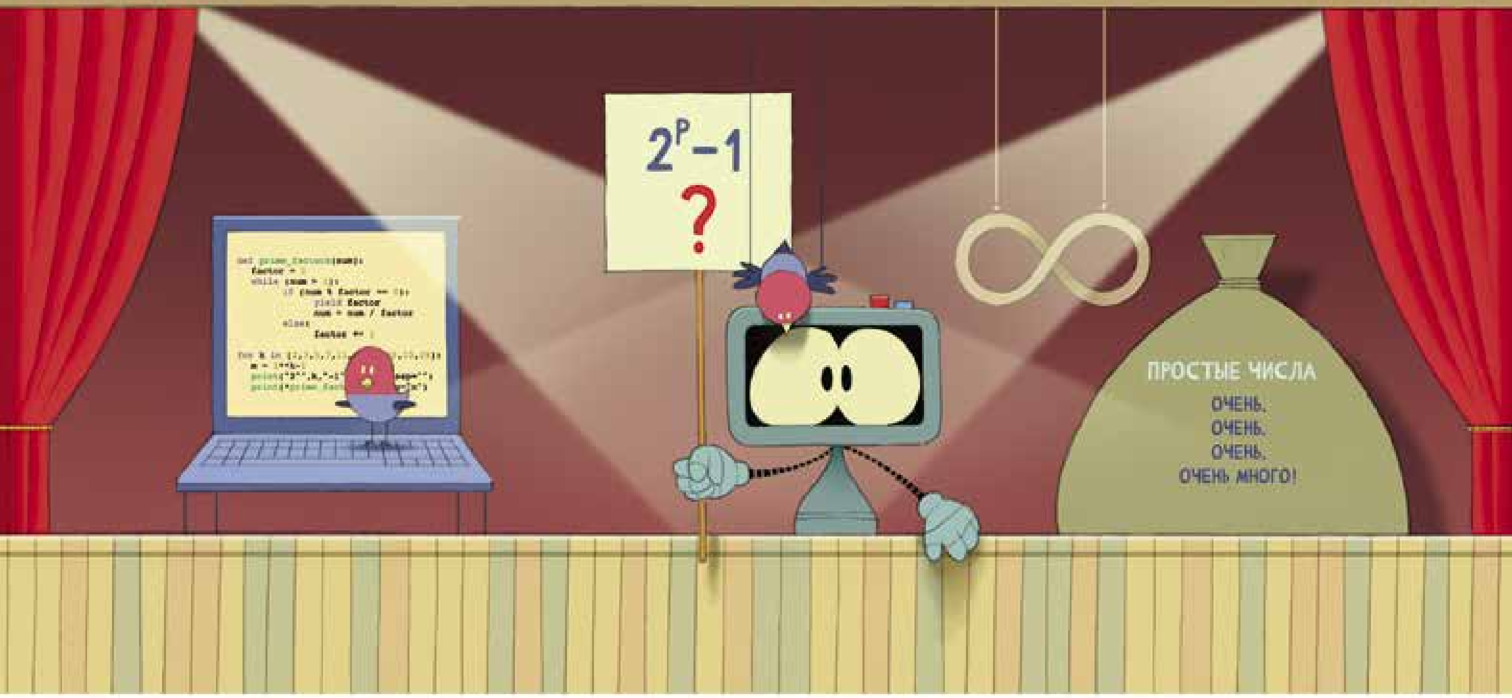
$$2^4+2^5+2^6=(1+2+2^2)\cdot 2^4.$$

То есть 2^9-1 делится на

$$1+2+2^2=2^3-1.$$

Точно так же можно доказать, что если n делится на m, то 2^n-1 делится на 2^m-1.

Итак, если число n составное, то число 2^n-1 простым быть не может. А если число n простое? Начнём с эксперимента. Для $n=2$, 3, 5 действительно получаются простые числа... но хотелось бы изучить чуть больше примеров, а числа быстро становятся довольно большими – так что удобно воспользоваться небольшой программой.



Например, на Питоне:

```
def prime_factors(num):
   factor = 2
   while (num > 1):
        if (num % factor == 0):
              yield factor
              num = num / factor
        else:
              factor += 1

for k in [2,3,5,7,11,13,17,19,23,29]:
   m = 2**k-1
   print("2^",k,"-1",end="=",sep="")
   print(*prime_factors(m),sep="x")
```

Если запустить эту программу, то сразу видно, что число $2^{11}-1=23\cdot89$ не является простым, как не являются простыми и числа $2^{23}-1$ и $2^{29}-1$.

Так что и числа вида 2^p-1 приходится проверять на простоту. Для этого есть специальные методы, но для чисел из миллионов цифр и они требуют много времени. Поэтому найденное в 2018 году простое число $2^{82\,589\,933}-1$ довольно долго оставалось самым большим известным простым. Но в октябре 2024 года этот рекорд был побит: теперь рекордсмен – это число $2^{136\,279\,841}-1$ из более чем 40 миллионов цифр. Уже известно полсотни простых чисел Мерсенна и мало кто сомневается, что их бесконечно много... – но всё же это не доказано.

Напомним, что число называется *совершенным*, если оно равно сумме всех своих делителей, отличных от этого числа. Например, число 6 совершенное: $6=1+2+3$.

Задача. Пусть число 2^p-1 простое. Докажите, что число $2^{p-1}(2^p-1)$ совершенное.

Решение этой задачи можно найти уже у Евклида. А Эйлер доказал, что так получаются *все* чётные совершенные числа. Нечётных совершенных чисел, вероятно, не существует, но это до сих пор не доказано.

Художник Алексей Вайнер

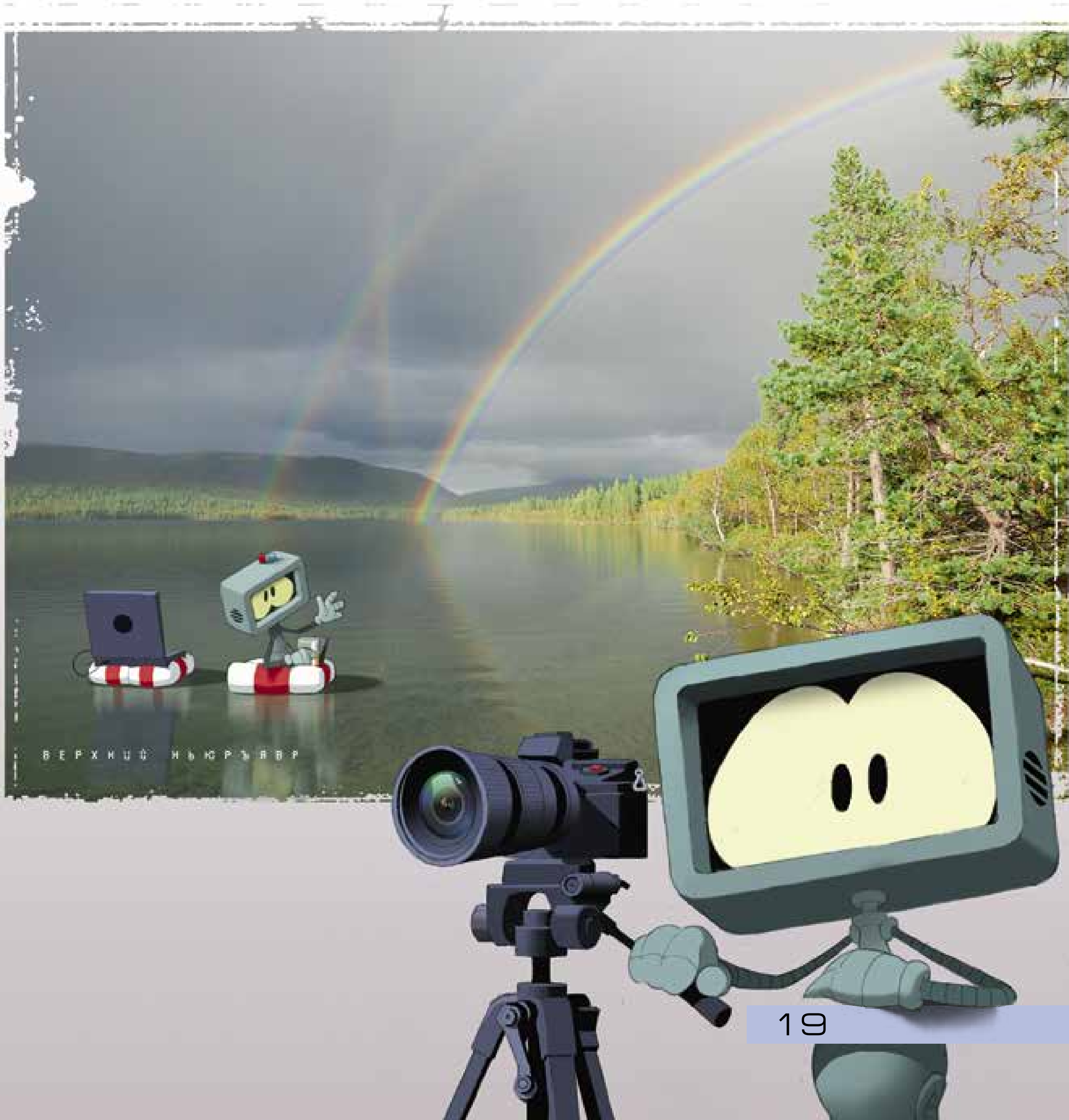
ЛИШНЯЯ РАДУГА

На этой фотографии, сделанной на озере Верхний Ньюръявр в Хибинах, очень хорошо видны все характерные признаки радуги.

А именно, видна первая радуга; видна вторая радуга с обратным расположением цветов, она большего размера, чем первая. Видна полоса Александра – тёмная область неба между двумя радугами. Видны также зеленовато-розоватые полосы на внутренней стороне первой радуги. Эти явления хорошо известны и описаны в многочисленной литературе про радугу.

Подумайте, как можно объяснить наличие ещё одной радуги, которая пересекает обе первые и тёмную полосу между ними.

Автор Никита Панюнин



Художник Алексей Вайнер   Фото автора

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач V тура, с которыми справитесь, не позднее 5 февраля в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция находится по адресу kvantik.com/short/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

V ТУР

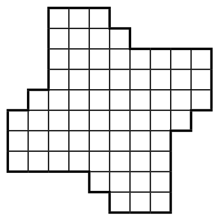
21. Замок имеет форму правильного треугольника. Барон хочет расставить часовых на стенах замка так, чтобы каждая точка вне замка была в поле зрения часовых. Хватит ли шести часовых, если часовой видит всё в пределах угла 60°, причём замок не должен загораживать обзор? В одной точке можно располагать несколько часовых.

22. Вася в течение 7 дней подряд решал задачи (не меньше чем по одной), причём в каждый следующий день он решал на 1 задачу больше, с единственным исключением: в воскресенье Вася решил столько же задач, сколько и в субботу. Всего он решил 24 задачи. Сколько задач Вася решил в среду?

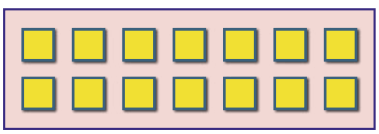
Авторы задач: Максим Прасолов (21), Борис Френкин (22), Александр Грибалко (23), Николай Авилов (24), Сергей Костин (25)

23. Набор домино состоит из 28 различных прямоугольников 1×2, в клетках которых поставлено от 0 до 6 точек. Петя сложил все доминошки в произвольном порядке в кольцо так, что получилась прямоугольная рамка толщиной в клетку доминошки. Затем Вася склеил все доминошки по соседним сторонам, а потом разрезал каждую доминошку на две половинки. Могло ли оказаться, что полученные Васей доминошки тоже образуют полный набор?

24. Фигуру-«вертушку», изображенную на рисунке, разрежьте на четыре равные (и по форме, и по размеру) части так, чтобы из них можно было сложить квадрат, без наложений и просветов.



25. На столе лежат шкатулки – 7 вверху и 7 внизу так, как на рисунке. В одной из шкатулок находится Волшебный цветок. Если открыть эту шкатулку, то начинает играть вальс. Если открыть шкатулку, в которой нет Волшебного цветка, но он находится в одной из соседних шкатулок (слева, справа, сверху или снизу), то звенит колокольчик. Какое наименьшее количество шкатулок надо открыть, чтобы точно понять, в какой шкатулке находится Волшебный цветок?



Художник Николай Крутиков

ОШИ~~И~~БКА МАГЕЛЛАНА

Первая кругосветная экспедиция Магеллана за два месяца до конца плавания зашла за провиантом на острова Зелёного Мыса. Мореплаватели 3 года сами безошибочно вели подсчёт дней. Но, узнав у местных жителей, что сегодня четверг, изумились – согласно корабельным записям, в тот день была среда. Почему так получилось?

Автор Дмитрий Житницкий
Художник Yustas

ISSN 2227-7986
9 772227 798251
25001