ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 11 | ноябрь 2024
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

№11
ноябрь
2024

ПРИКЛЮЧЕНИЯ ХОЛЕРНОГО ВИБРИОНА

АПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПЛИТКА

ВОЛК, МЕДВЕДЬ И ШАРИКИ

Enter

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА

2017 — Минобрнауки России **ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»** за лучший детский проект о науке

2021 — **БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ** за плодотворную работу и просветительскую деятельность

2022 — Российская академия наук **ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ ЖУРНАЛА** за лучшие работы в области популяризации науки

2024 — Победитель конкурса в номинациях **ЛУЧШИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ СРЕДНЕГО ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА**, **ЛУЧШЕЕ ДИЗАЙНЕРСКОЕ РЕШЕНИЕ**

Журнал «Квантик» № 11, ноябрь 2024 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г. выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина, Е. А. Котко, Г. А. Мерзон, М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя:
119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**

Подписка на журнал в отделениях почтовой связи Почты России:
Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
Онлайн-подписка на сайте Почты России:
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84x108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 30.09.2024
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород, ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+

www.kvantik.com kvantik@mccme.ru vk.com/kvantik12 t.me/kvantik12

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

Хайдар Нурлигареев

АПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПЛИТКА

Художник Алексей Вайнер

Предположим, что в нашем распоряжении имеется некоторый многоугольник, а также копировальная машина, при помощи которой мы можем изготовить неограниченное количество его копий – такие копии мы будем называть *плитками*. Зададимся вопросом: можно ли этими плитками замостить плоскость без пробелов и наложений? И как по внешнему виду плиток понять, каким будет ответ на этот вопрос?

В простейших случаях ответ можно получить непосредственно, прикладывая плитки друг к другу. Например, треугольными плитками замостить плоскость можно, какой бы треугольник нам ни выдали. В самом деле, два треугольника можно приложить друг к другу так, чтобы они образовали параллелограмм. Из параллелограммов легко сконструировать полоску, а из полосок – искомое замощение (рис. 1).

Точно так же обстоит дело с четырёхугольниками. Действительно, два четырёхугольника складываются в шестиугольник (или четырёхугольник) с попарно параллельными равными сторонами. Из таких шестиугольников, опять же, мы сначала образовываем полоску, а потом и замощение целиком (рис. 2).

А вот только шестиугольными плитками, изображёнными на рисунке 3, обойтись не получится: по клеточкам видно, что в «вырезанный» угол просто не влезет полностью никакая часть такого шестиугольника.

А как быть, если наш многоугольник более сложной формы? Хочется применить тот же метод, что сработал для треугольников и четырёхугольников: сложить из нескольких плиток некоторый кластер сродни параллелограмму, из которого сначала собрать полоску, а затем – распространить эту полоску на всю плоскость. Например, для тетрамино в форме буквы Т такой кластер состоит всего из одной плитки (рис. 4, слева), для пентамино в форме буквы П – из двух плиток (рис. 4, по центру), а для пятиугольника, который можно получить, разрезав правильный шестиугольник на три равные части, – из трёх (рис. 4, справа).

Так получаются периодические замощения. Более точно, замощение называют *периодическим*, если найдутся хотя бы два таких направления, что замощение можно совместить с самим собой, сдвинув в этом направлении. В примерах выше мы образовываем полоску из кластера, сдвигая его в од-

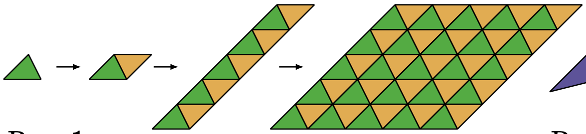


Рис. 1

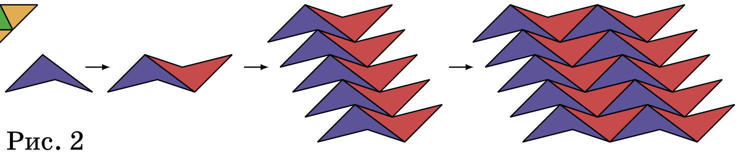


Рис. 2

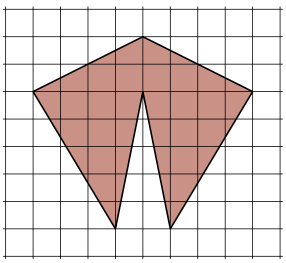


Рис. 3

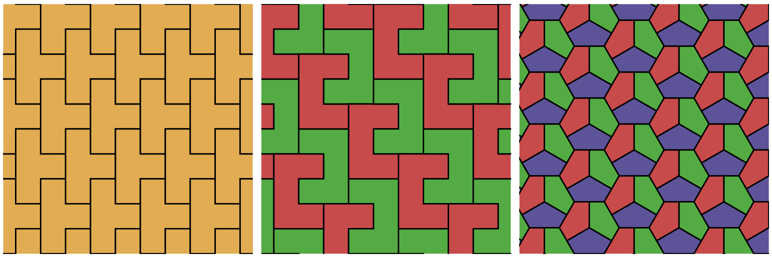


Рис. 4

ном из таких направлений. А сдвигая полоску уже в другом направлении, получаем всё замощение целиком.

Как искать кластер, который бы периодическим образом продолжился до замощения всей плоскости? Можно действовать следующим образом. Поместим первую плитку в центр. Затем попробуем обложить её другими плитками со всех сторон всеми возможными способами, на каждом шагу проверяя, не получился ли уже у нас искомый кластер. Если сформировать первый слой удалось, но кластер ещё не найден – окружим начальную плитку вторым слоем, и так далее. Скорее всего, этот процесс вскоре закончится: либо мы найдём периодическое замощение, либо на каком-то числе слоёв всё застопорится. На сегодняшний день не придумано плиток, для которых второй случай реализуется с числом слоёв, большим шести.[1]

А может ли случиться так, что мы можем обложить плитку сколь угодно большим числом слоёв, но не существует кластера, который бы продолжался до периодического замощения? Это бы означало, хотя мы и не будем обосновывать этот факт строго, что данными плитками замостить плоскость можно, но ни одно из замощений не является периодическим. Плитки, обладающие таким свойством, как и любое замощение ими, называют *апериодическими*.

До недавнего времени существование апериодических плиток было под вопросом. При этом апериодические наборы плиток, то есть когда в копировальную машину можно положить не один многоугольник, а несколько, известны уже довольно давно. Так, ещё в 1971 году Рафаэль Робинсон обнаружил апериодический набор из 6 многоугольников, копиями которых можно замостить плоскость, но только непериодическим образом (этот набор изображён на рисунке 5, а одно из возможных замощений – на рисунке 6).[2]

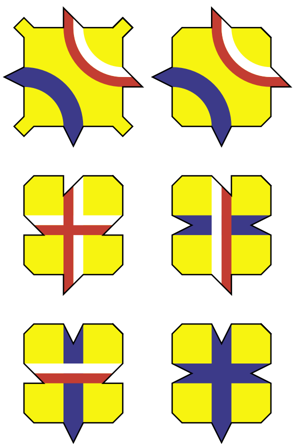


Рис. 5.
Плитки Робинсона

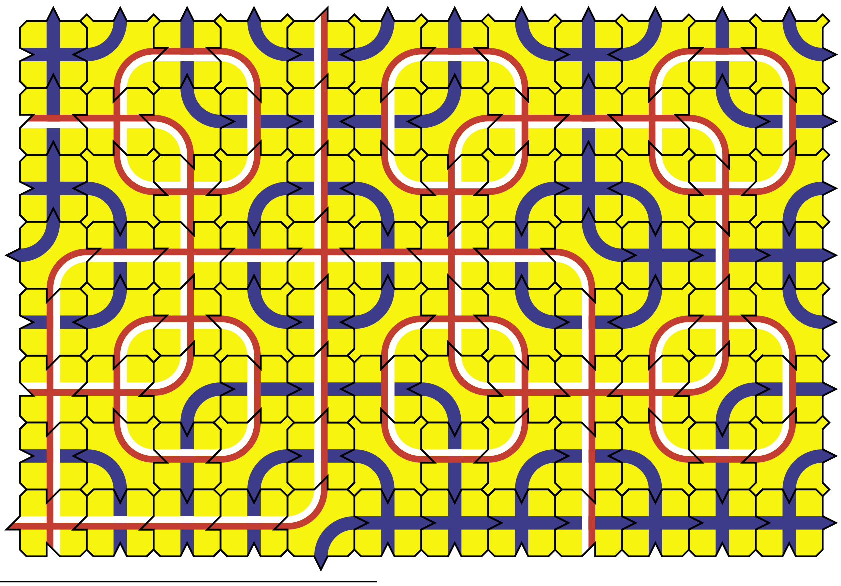


Рис. 6

[1] См. статью Х. Нурлигареева «Плитки и числа Хееша» в «Квантике» № 10, 2019.
[2] См. статью Х. Нурлигареева «Мозаика Робинсона» в «Квантике» №10, 2020.

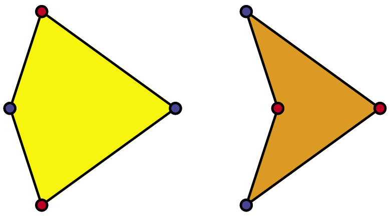


Рис. 7. Плитки Пенроуза прикладываются друг к другу таким образом, чтобы синие вершины совмещались с синими, а красные с красными

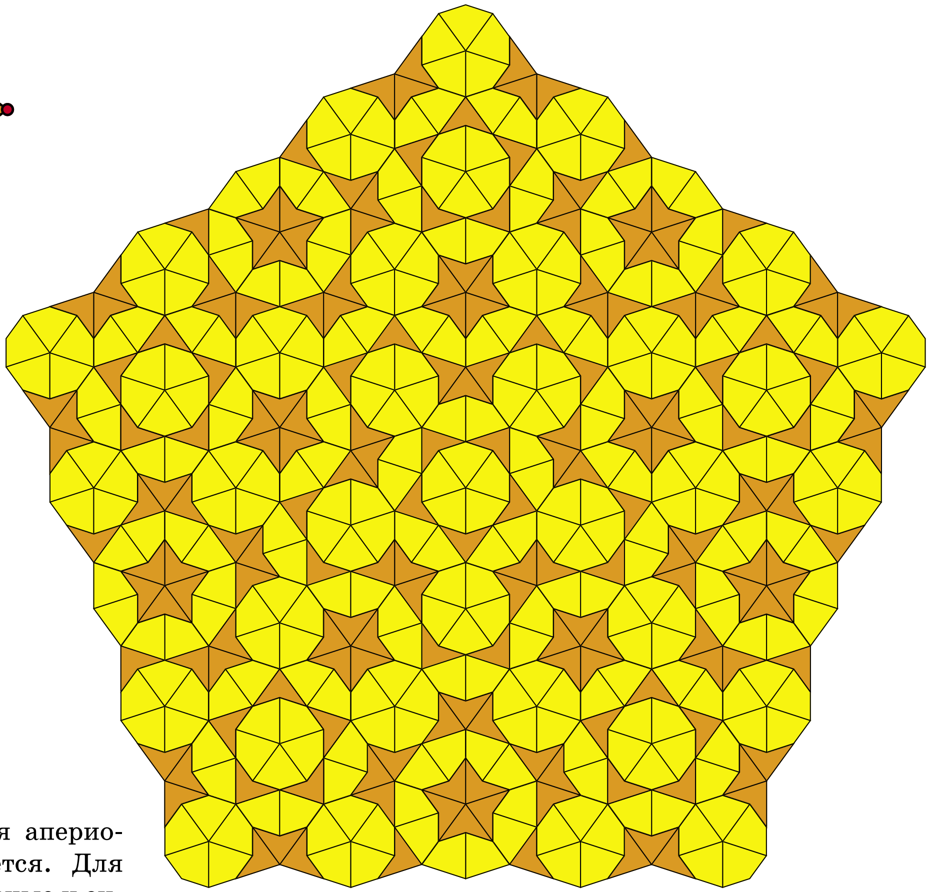


Рис. 8. Вот такая красивая апериодическая мозаика получается. Для упрощения восприятия красные и синие вершины тут не обозначены

А в 1974 году Роджер Пенроуз предложил апериодический набор из 2 плиток (рис. 7 и 8).

В течение последующих четырёх десятилетий учёные безуспешно пытались найти апериодическую плитку, пока, наконец, в марте 2023 года Дэвид Смит, Джозеф Майерс, Крейг Каплан и Хаим Гудман-Штраус не представили на суд математической общественности пример многоугольника, который допускает исключительно апериодические замощения. Это 13-угольник, составленный из восьми одинаковых четырёхугольников, каждый из которых получается разрезанием равностороннего треугольника на три одинаковые части (рис. 9), – за характерную форму его сразу же окрестили «шляпой».

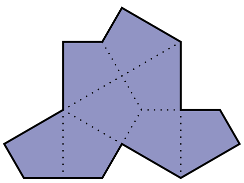


Рис. 9

Фрагмент замощения «шляпами» представлен на рисунке 10.

Если присмотреться к рисунку, станет ясно, что плитки в этом замощении ориентированы по-разному: серые, белые и голубые плитки можно совместить друг с другом не переворачивая, а вот синие необходимо пере-

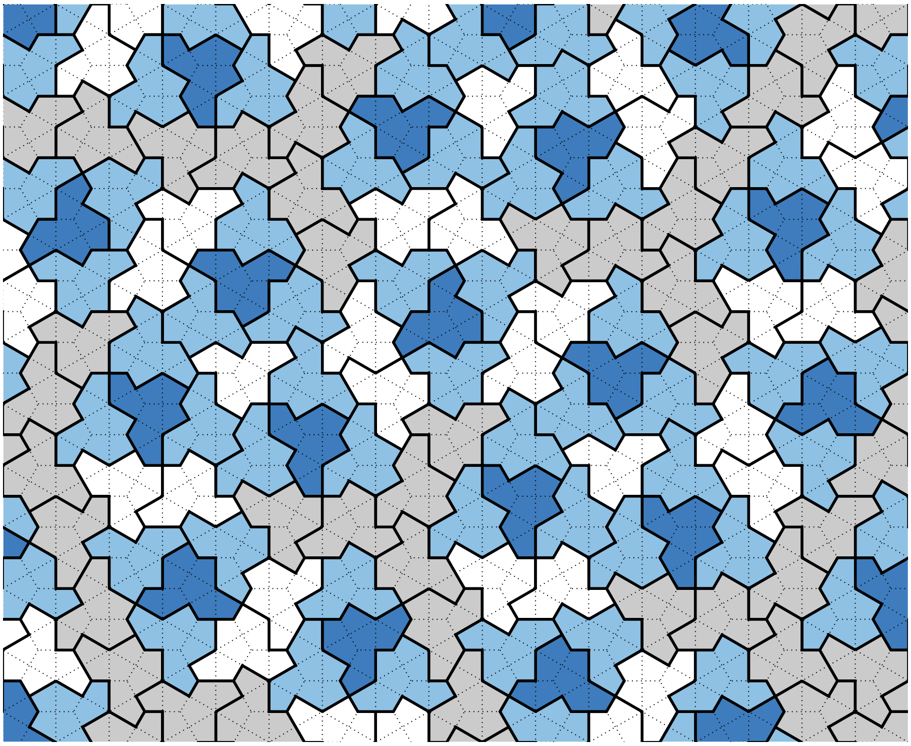


Рис. 10

вернуть, чтобы они в точности накладывались на остальные плитки. Как выясняется, из «шляп» невозможно составить замощение, не переворачивая часть плиток, как ни пытайся. Фигуру, которая лишена этого недостатка, придумать можно: всё тот же коллектив авторов привёл пример такой фигуры, названной «привидением», в конце мая 2023 года (рис. 11).

Своими очертаниями «привидение» смутно напоминает «шляпу», и это не случайно. Оно было получено из «шляпы» некоторой деформацией, которая позволила Смиту, Майерсу, Каплану и Гудману-Штраусу создать бесконечное семейство фигур, копиями каждой из которых можно замостить плоскость только непериодически.

Границы «привидения» представляют собой дуги окружностей, но при желании их можно было бы заменить ломаными линиями, чтобы «привидение» было «честным» многоугольником. Выбор дуг в качестве границ продиктован, прежде всего, эстетическими соображениями.

В заключение этой статьи хотелось бы показать, как апериодические замощения нашли себя в искусстве. Так, Роберт Фэтхауэр, продолжатель традиций Маурица Корнелиса Эшера, замостил плоскость рубашками (рис. 12). А Йошиаки Араки даже сделал сайт www.t3puzzle.com/a/, где любой желающий может создать свой собственный рисунок на плитке типа «шляпы» или её деформированных версий, которые также являются апериодическими плитками. В качестве примеров, которые получаются из деформаций «шляпы», Йошиаки приводит изображения птицы, черепахи и пингвина.

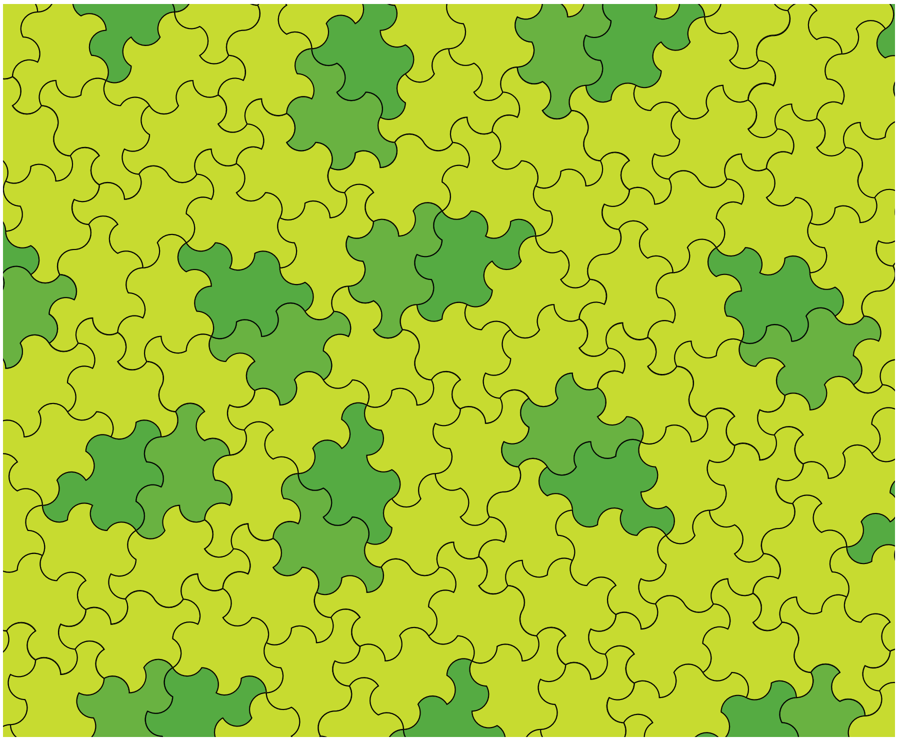


Рис. 11

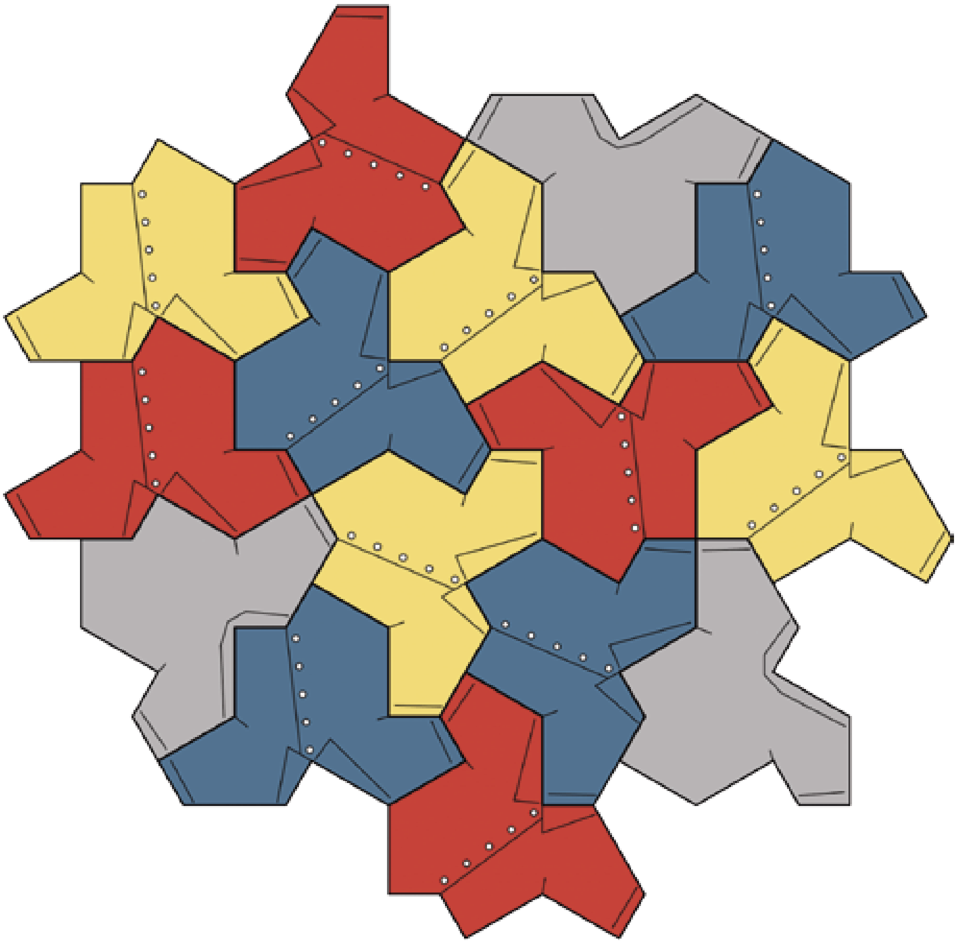


Рис. 12

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Первый этап состоит из четырёх туров (с I по IV) и идёт с сентября по декабрь.

Высылайте решения задач III тура, с которыми справитесь, не позднее 5 декабря в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция находится по адресу kvantik.com/short/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

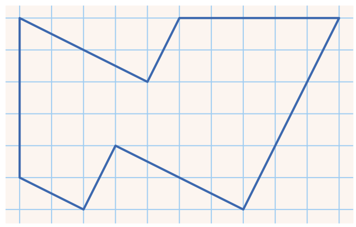
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

III ТУР

11. Разрежьте фигуру на рисунке на 2 равные (и по форме, и по размеру) части.



12. Квадрат 3×3 сложен из квадратных фишек 1×1, пронумерованных числами от 1 до 9. Изначально фишки лежат так, как на рисунке слева. Любые четыре фишки, образующие квадрат 2×2, можно поворачивать вокруг его центра на угол, кратный 90°. Можно ли с помощью нескольких таких поворотов получить расположение, в котором фишки расположены так, как на рисунке справа?

1	2	3
4	5	6.
7	9.	8

1	2	3
4	5	6.
7	8	9.

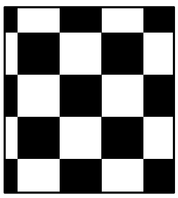
наш КОНКУРС

олимпиады

Авторы задач: Михаил Леляков (11), Николай Авилов (12), Игорь Акулич (13), Георгий Караваев (14), Михаил Евдокимов (15)

13. Квадраты последовательных натуральных чисел 13 и 14 записываются одними и теми же цифрами, но в разном порядке: 169 и 196. Существуют ли три последовательных натуральных числа, обладающих тем же свойством?

14. Из клетчатой скатерти со стороной клетки 1 вырезали прямоугольник со сторонами, параллельными сторонам клеток, как на рисунке.



Суммарная площадь белой части прямоугольника равна 10. Найдите его периметр.

15. Миша смотрел «Что? Где? Когда?» и выписывал счёт, начиная с 0:0 и до конца игры (в каждом раунде разыгрывается одно очко; игра заканчивается, когда зрители или знатоки наберут 6 очков). Если у зрителей было больше очков, Миша делал запись синей ручкой, если очков было больше у знатоков – красной ручкой, а если была ничья – зелёной. Могло ли оказаться, что красных, синих и зелёных записей было поровну?

ПОЗДРАВЛЯЕМ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ ТРЕТЬЕГО ЭТАПА НАШЕГО КОНКУРСА!

Победители: Авдонин Максим, Босенко Иван, Бычков Валерий, Ганичев Филипп, Голенищева Мария, Гончаров Арнольд, Дайловская Дарья, Ермолаева Анна, Калугин Иван, Махмудов Шероз, Мелиханов Назар, Мирошников Валерий, Николаев Михаил (Санкт-Петербург), Николаев Михаил (Москва), Николаевский Иван, Селютин Степан, Терехова Наталья, Токарева Дарина, Феофилов Серафим, Ханмагомедова Зумруд, Ханмагомедова Мелек, а также кружки «По стопам Лобачевского», и «Школа юных математиков».

Призёры: Авраменко Вадим, Алтайская Антонина, Батенкова Арина, Голятин Артём, Гришина Елена, Кувшинова Анастасия, Лизогубов Яромир, Марченко Ярослав, Мурин Константин, Никитин Андрей, Пастухова София, Скивко Тимур, Слясская Диана, Соломина Марина, Тимошкова Дарья, Федотова Дарья, Фиалковский Максим, а также кружки «МАГ» и «Озарчата».

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ В НОВОМ КОНКУРСЕ!

Художник Николай Крутиков

СЕРП ВЕНЕРЫ

Серп бывает не только у Луны. В телескоп можно наблюдать Венеру в виде серпа. Открыл это ещё Галилей. По легенде, однажды великий немецкий математик и астроном Гаусс показал в телескоп серп Венеры своей матери. Фрау Гаусс, обладавшая невероятно острым зрением, сказала, что она и так может видеть этот серп, вот только...

Чему могла бы удивиться фрау Гаусс, посмотрев в телескоп, если и вправду видела серп Венеры и без него? И почему серп Венеры наблюдать можно, а серп, например, Марса – нет?

Автор Дмитрий Житницкий

Художник Мария Усеинова

ISSN 2227-7986
9 772227 798244 24011