ЖУРНАЛ

КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 7

ИЮЛЬ 2024

О ВКУСАХ

МАГИЧЕСКИЕ КАРТОЧКИ

ТОЧКИ-КЛЕТОЧКИ

Enter

№ 7 | июль 2024
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА

2017 Минобрнауки России **ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»** за лучший детский проект о науке

2021 **БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ** за плодотворную работу и просветительскую деятельность

2022 Российская академия наук **ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ ЖУРНАЛА** за лучшие работы в области популяризации науки

Журнал «Квантик» № 7, июль 2024 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г. выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина, Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, М.В. Прасолов, Н.А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя:
119002, г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**

Подписка на журнал в отделениях почтовой связи Почты России:
Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)

Онлайн-подписка на сайте Почты России:
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**

Формат 84x108/16
Тираж: 4500 экз.

Подписано в печать: 07.06.2024
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40

Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+

www.kvantik.com **kvantik@mccme.ru** **vk.com/kvantik12** **t.me/kvantik12**

СОДЕРЖАНИЕ

Виктор Клепцын

МАГИЧЕСКИЕ КАРТОЧКИ

Как-то раз, перед занятием одного математического кружка, автору довелось услышать интересный диалог между двумя его участниками.

Мика: Загадай число от 0 до 15. Хочешь, я его отгадаю за 4 вопроса, на которые ты будешь отвечать «да» или «нет»?

Женя: Ну это легко. У тебя сейчас 16 вариантов. Первым вопросом ты поделишь их пополам – например, спросишь, больше ли моё число 7. Как бы я ни ответила, у тебя останется 8 вариантов, – если я скажу «да», то это числа от 8 до 15, если «нет» – от 0 до 7. И ты продолжишь делить пополам – после второго вопроса у тебя останется 4 варианта, после третьего 2, и после четвёртого ты будешь знать моё число.

Мика: Всё так. Но что, если я предложу угадать твоё число за 4 одинаковых вопроса?

Женя: Ты шутишь?

Мика: Спорим? Я четыре раза задам один и тот же вопрос, на который можно будет ответить «да» или «нет». Я не буду менять в вопросе ни одного слова. После четырёх твоих ответов я назову твоё число.

Женя: Ну угадывай – я загадала!

Мика, улыбаясь, достаёт конверт с надписью «*Юному волшебнику*» и вынимает оттуда четыре карточки. Переворачивает первую и, улыбаясь, спрашивает: «Есть ли загаданное тобой число на этой карточке?»

Женя аж пыхтит от возмущения: «Ах ты хитрюга! Так вот что ты имел в виду!» И, успокоившись, продолжает: «Да, есть».

Мика, улыбаясь ещё шире, переворачивает вторую карточку: «Есть ли загаданное тобой число на этой карточке?»

Женя: Нет, нету. Показывай уже остальные карточки, вопрос я уже выучила.

Мика показывает две оставшиеся карточки.

Женя: На третьей есть, на четвёртой нет.

Мика смотрит на карточки, несколько секунд думает, и произносит: «Ты загадала число 10!»

Женя: Правильно. Интересно, а как твой фокус работает? Нет, не говори, давай я сначала сама посмотрю.

8	9
10	11
12	13
14	15

4	5
6	7
12	13
14	15

2	3
6	7
10	11
14	15

1	3
5	7
9	11
13	15

Женя: Так, на первой карточке есть все восемь чисел от 8 до 15. То есть это тот же самый вопрос, делящий варианты пополам – на числа от 0 до 7 и на числа от 8 до 15. Давай на всякий случай выпишем все числа от 0 до 15 и выделим из них те, что на первой карточке:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Женя: А вот вторая... Хмм... Давай их выделим на том же рисунке?

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Ага! Я сначала думала, что ты выберешь вторую карточку в зависимости от моего ответа. То есть если бы на первый вопрос я сказала «да», то ты показал бы карточку, на которой написаны четыре числа от 12 до 15. А если бы на первый вопрос я сказала «нет» – то карточку, на которой записаны четыре числа от 4 до 7. А ты вместо этого показал одну карточку, на которой написано и то, и другое!

Мика: И третья карточка так же получается?

Женя: Давай посмотрим: после каждого варианта ответа на первые две карточки остаётся четыре числа.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Ага, опять мы каждый вариант делим пополам – и объединяем всё это на одной карточке. Ну и четвёртая такая же!

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Женя: Вот, становится понятно, как твои карточки работают. И когда ты отгадывал – ты следил за тем, что ты знаешь о моём числе, правильно?

Мика (доставая из конверта ещё один листок): Не-а. У меня была инструкция!

Инструкция юному волшебнику

Отложи в одну стопку те карточки, на которые загадывающий сказал «Да». Сложи первые числа на этих карточках, они выделены красным

цветом. Сумма этих чисел и будет загаданным числом.

Мика: Ты ответила «Да» про первую и третью карточки. Так что я сложил $8+2$ и получил 10.

Женя (возмущённо): Так нечестно! Почему это работает?

Мика: Но ведь работает же!

Женя: Но надо же понять, почему! Давай посмотрим, а что будет с другими числами? Если я загадаю 13?

Мика: Оно есть на первой, второй и четвёртой карточке, так что я сложу $8+4+1$ и получу как раз 13. Всё правильно!

Женя: То есть когда твоя инструкция работает, загаданное число оказывается суммой каких-то из чисел 1, 2, 4 и 8. Что-то это мне напоминает... Ну конечно! Это же степени двойки, а мы такое разложение видели, когда нам про двоичную систему рассказывали. Помнишь?

Мика: Точно. Это когда нам рассказывали, что в десятичной записи число, скажем, 243 – это две сотни, четыре десятка и ещё три единицы – а можно брать вместо степеней десятки степени двойки, и тогда каждую нужно или брать, или не брать. И поэтому двоичная запись состоит из ноликов и единичек. Только я забыл, а почему любое число так можно было разбить?

Женя: Там было два рассуждения. Одно – когда мы сначала вычитали самую большую степень двойки, которая ещё не превосходит нашего числа, потом самую большую, которая не больше того, что осталось, и так далее. Скажем, самая большая степень двойки, меньшая 13, это 8, и если её вычесть, останется 5. Теперь можно вычесть 4, и останется 1 – так что

$$13=8+4+1.$$

А два раза степени повторяться не могли, потому что иначе мы бы могли сразу вычесть их сумму, которая следующая степень двойки.

Мика: Точно, но там было что-то ещё?

Женя: Там было второе рассуждение, когда мы представляли себя туземцами «двоичного племени» и сначала считали число – например, 13 – единицами:

$$13=1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1,$$

потом разбивали всё, что получится, на пары – получалось

$$13 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1,$$

потом двойки опять на пары:

$$13 = 4 + 4 + 4 + 1,$$

дальше четвёрки на пары:

$$13 = 8 + 4 + 1,$$

и когда разбивать становилось нечего – мы и получали разбиение в сумму степеней двойки. А потом мы её записывали – ставя 1 на место тех степеней, которые мы берём, и 0 – которых не берём. И дописывали 2 вниз, чтобы показать, что запись двоичная. Получалось

$$13=1101_2.$$

Мика: Постой, ведь 1101 – это же в точности твои ответы про карточки, 13 есть на первой и второй карточке, его нет на третьей, и оно есть на четвёртой!

Женя: Да, точно. А тогда я понимаю, как были сделаны твои карточки! Чтобы они работали правильно, для каждого числа от 0 до 15 ответы загадывающего должны показать его двоичную запись. Но тогда *на каждой карточке собраны те числа, у которых на этом месте стоит «1» в двоичной записи*! То есть как раз те числа, в разложении которых появляется соответствующая степень двойки.

Мика: А то, что ты говорила до того, как увидела инструкцию, про деление пополам?

Женя: Наверное, это просто другой способ придумать те же самые карточки. Кажется, при этом получается построение двоичной записи, когда проверяешь, можно ли вычесть степень двойки, и если да, то вычитаешь. Сначала пытаешься вычесть 8, потом 4, потом 2, потом 1. Слушай, а в твоём конверте ещё что-нибудь есть?

Мика: А как же! Смотри, вот пять карточек, чтобы угадывать числа от 0 до 31 – можно говорить «давай я угадаю твой день рождения»!

Женя: Это понятно – такая же двоичная запись, только тут числа от 00000_2 до

$$11111_2 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31.$$

А ещё что-нибудь?

Мика: Да, конечно!

Но тут начался кружок, и продолжили они уже в следующий раз...

Художник Мария Усеинова

Александр Бердников,
Сергей Шашков

ПО РЕКЕ НА БАЙДАРКЕ: ОТВЕТЫ

В прошлом номере мы задали несколько вопросов про ситуации на реке. Давайте разбираться.

1. *Плывя на байдарке, иногда надо повернуть или обойти препятствие. Для этого можно по-разному грести веслом с одной стороны от байдарки (скажем, слева): обычным образом – двигая весло назад, или «табанить» – опуская весло в воду, двигать его вперёд. Куда повернёт лодка в каждом из случаев?*

При обычной гребке мы отталкиваем воду назад, тем самым толкая себя вперёд. Что если грести только с левой стороны? Тогда мы отталкиваемся от воды всё время слева, то есть вода нас толкает вперёд слева. Что будет, если нас толкнут сзади в левое плечо? Мы повернёмся направо. Значит, и лодка повернёт направо.

Когда мы табаним, то отталкиваем воду вперёд, замедляя ход лодки. Здесь уже вода нас толкает «в левое плечо» спереди, и лодка повернёт налево.

2. *Иногда плывущая вперёд байдарка не успевает разминуться с торчащим из воды встречным камнем и, развёрнутая боком, наезжает на него. В какую сторону надо наклониться гребцам, чтобы не перевернуться, – на камень или от камня?*

Мы не будем рассматривать экстремальные ситуации – например, когда удар о камень настолько сильный, что байдарка разламывается или делает кувырок вместе с гребцами через камень.

Если лодка проскользнула бортом по камню и поплыла дальше, наклоняться никуда не нужно. Это же относится к случаю, если лодку вынесло течением на плоский камень или она перевалила через него.

Мы будем считать, что столкновение привело к полной остановке байдарки и течение продолжает прижимать её к камню. Так как байдарка налетела на камень боком (скажем, левым бортом), течение давит на всю длину её правого борта, получается большая сила. Этой силе противодействует камень. Получается, что на байдарку действуют две равные по величине силы, направленные в разные стороны. Но камень давит на байдарку выше, чем давит вода, так как камень над водой, и байдарка начинает вращаться (относительно оси, соединяющей нос и корму). Это приводит к опрокидыванию байдарки в сторону от камня.

Чтобы помешать перевороту, гребцам следует наклониться на камень. В таком положении нужно, отталкиваясь вёслами от дна, освободиться от камня.

Похожий пример – столкновение байдарки с бревном, торчащим над водой, или с растущим низко над водой стволом дерева. Если, повинуясь естественной реакции, отклониться от бревна, все три силы, вращающие лодку, будут поворачивать её в одну и ту же сторону, и лодка практически мгновенно перевернётся (рис. 1).

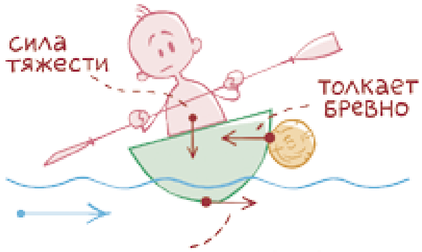


Рис. 1

Перевернуть лодку помогает ещё одно обстоятельство. Когда лодка сильно прижата к камню или бревну, в месте контакта она не проскальзывает. То есть она вращается вокруг места соприкосновения, а значит, в целом опускается вниз. Когда дальний от бревна борт оказывается ниже уровня воды, переворот лодки становится неизбежен: набегающая вода начинает переливаться через борт и лодку становится проще топить дальше.

Ситуация с камнем очень похожа (рис. 2), только немного меняются направления действующих сил.

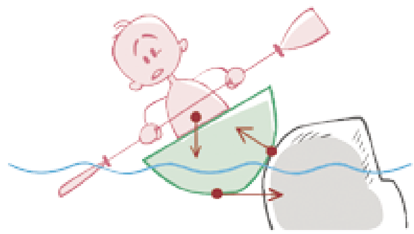


Рис. 2

Перед столкновением с камнем плохо наклоняться от него ещё и потому, что благодаря наклону от камня борт лодки становится «более пологим» по отношению к камню, поэтому байдарку во время столкновения заталкивает на камень всё «глубже» и дальше. После этого слезть с камня сложнее (рис. 3).

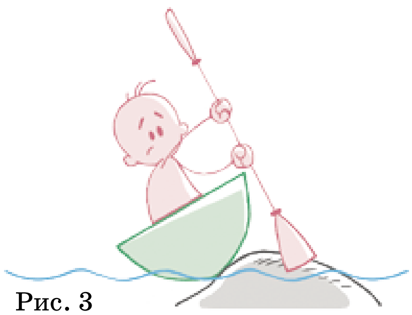


Рис. 3

А если камень имеет такую форму, что лодка упёрлась в него под водой (рис. 4)? Тогда камень и течение вместе крутят лодку на камень!

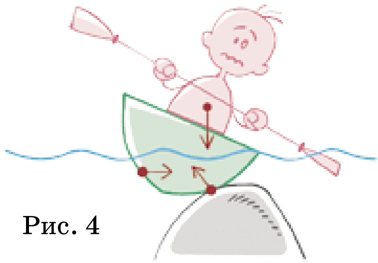


Рис. 4

Наклоняться на камень в такой ситуации означает лишь увеличивать вероятность опрокидывания байдарки. Но всё не так плохо, как в случае с надводным камнем. Напомним, что в точке контакта с камнем лодка не проскальзывает. Теперь опускается ближний к камню борт, но чтобы он ушёл под воду, лодке нужно прокрутиться на гораздо больший угол, чем раньше, когда затапливался дальний от точки поворота борт (рис. 5). А значит, течению нужно поднять над водой вес гребцов и всего снаряжения.

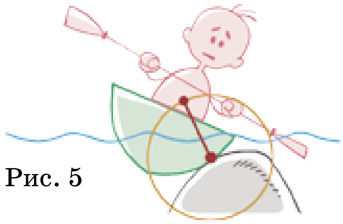


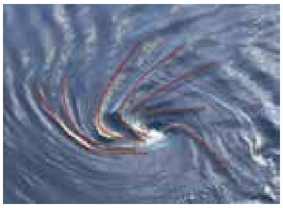
Рис. 5

3. *На достаточно бурных реках вода не просто волнуется, но даже появляются такие бурунчики, как на фото. В какую сторону на этом фото течёт река – вправо или влево? На этот вопрос легко ответить неправильно, будьте внимательны!*

Волна выглядит так, будто идёт направо (бурунчик туда опрокидывается, а волна обычно опрокидывается по ходу своего движения). Но это не значит что река течёт направо, вовсе даже наоборот! Ведь волны на бурной реке вызываются неровностями дна, а не ветром, как на больших водоёмах. А дно это, в отличие от ветра, неподвижно; неподвижна будет и порождаемая им волна. Например, вода, налетающая на подводный камень, поднимается вверх, образуя волну. Но тогда волна, чтобы в итоге оставаться на месте, должна бежать ровно навстречу течению. А раз бурунчик опрокидывается вправо, то сама вода течёт влево.

4. *На фото воронка на поверхности реки (за столбом моста). В какую сторону вращается вода в воронке? В какую сторону движутся волны, которые на фото образуют спирали, заходящие в воронку?*

Направление вращения воды можно определить по тому, в какую сторону воронка закручивает волны. Рядом с центром воронки вода вращается, вдалеке от центра – нет. Это похоже на ситуацию, когда расправленную ткань взяли за её середину и стали поворачивать. На фото видно, что чем ближе к центру, тем сильнее волны загибаются против часовой стрелки. Значит, и вода вращается против часовой стрелки.



А куда по воде бегут сами волны? В задаче 3 мы видели, что волны могут бежать не туда же, куда течёт вода под ними. А как тут?

Забудем пока про фото и разберём «обратную» задачу: пусть про некоторую картинку известно, что волны на ней движутся, скажем, вверх, а вода в воронке крутится против часовой стрелки. Как будут выглядеть на картинке волны, проходящие воронку?

Справа от воронки волны движутся примерно в том же направлении, что и закрутка в воронке. Поэтому волна как бы проходит мимо, выталкивается: её край около воронки уносится вперёд, и в итоге волна заворачивает наружу, в сторону от воронки (рис. 6).

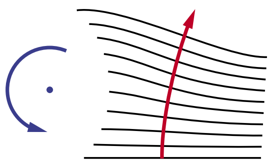


Рис. 6

Слева от воронки волна идёт «навстречу» закрутке, край волны около центра тормозится, и волна, наоборот, заворачивает в сторону воронки, как бы наматывается на неё (рис. 7).

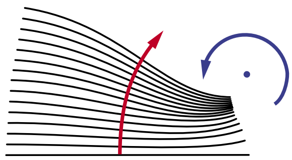


Рис. 7

Значит, воронка собирает на себя волны, идущие против её вращения. Тогда на фото они бегут по часовой стрелке, раз вода в воронке вращается против.

Художник Мария Усеинова

Григорий Идельсон

О ВКУСАХ

Человек умеет распознавать 5 вкусов[1]. В большинстве языков есть слова только для четырёх из них: сладкого, горького, кислого и солёного. Для пятого вкуса учёные взяли слово одного из немногих языков, в которых оно есть, – японского. Это мясной вкус, он называется *умами*. Один из вкусов – горький – неприятный; два – сладкий и умами – приятные; про два остальных – кислый и солёный – невозможно однозначно сказать, приятные они или нет. В этой статье мы не будем рассматривать солёный и кислый вкусы, потому что в их случае сигнал в клетку передаётся совсем другим способом.

Рецепторы горького вкуса должны быть высокочувствительными. Если в еде есть что-то неприятное, хорошо бы об этом знать, даже если этого неприятного вещества немного. Ещё они должны быть разнообразными: неприятные вещества не обязательно похожи, а человек должен чувствовать их все. У человека более 25 генов рецепторов горького вкуса.

А вот рецепторы приятных вкусов не должны быть высокочувствительными: мы должны чувствовать, что фрукт сладкий, а мясной бульон – вкусный, только когда питательных веществ достаточно, чтобы они представляли пищевой интерес.

Сделать рецептор низкой чувствительности – совсем непростая биохимическая задача. Чтобы мы почувствовали вкус, для начала рецептор должен «захватить» соответствующее вещество, которое называется *лигандом*. Это происходит с помощью разных связей: чем их больше и чем лучше подходят друг к другу молекула рецептора и лиганд, тем выше будет чувствитель-

Листок-ловушка венериной мухоловки. Обратите внимание на чувствительные волоски.

Фото: wikimedia.org, Noah Elhardt

[1] См. по этому поводу статью В. Винниченко «Вкусовой код» в «Квантике» № 7 за 2015 год.

ность. Для «вкусных» рецепторов эти связи не должны быть слишком крепкими: чтобы не блокировать надолго рецептор, и чтобы он не реагировал на ничтожные количества «вкусного» вещества, не представляющие питательной ценности. Но этих связей должно хватить на то, чтобы в молекуле рецептора произошли достаточно большие перемещения и рецептор запустил бы дальнейшие внутриклеточные сигналы.

Рецепторы сладкого вкуса и умами построены по «принципу венериной мухоловки». Венерина мухоловка – это насекомоядное растение. У него есть специальные листья-ловушки. Когда муха садится внутрь ловушки, она не приклеивается. Но внутри ловушки есть чувствительные волоски, и если муха их заденет, лист захлопнется и муха, хотя и не приклеилась, окажется взаперти.

Немного похоже устроены и рецепторы сладкого вкуса и умами. В молекуле рецептора есть структура, похожая на листок-ловушку: она умеет схлопываться, когда внутри оказывается лиганд. Но этого мало: как мы говорили, лиганд связывается слабо. В данном случае хитрость в следующем: рядом с молекулой рецептора находится ещё одна молекула такого же типа. Когда ловушка захлопывается, оказывается, что ловушка из второй молекулы (она не связывается ни с каким лигандом) подходит к первой, как ключ к замку, и запирает её в захлопнутом состоянии.

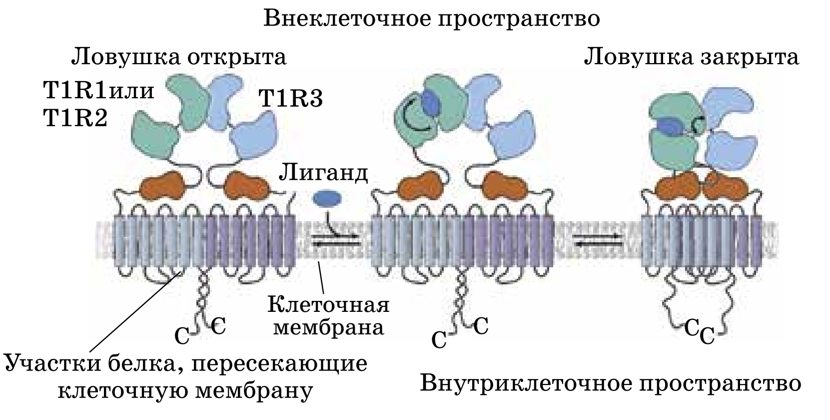


Схема взаимодействия рецепторов, построенных по «принципу венериной мухоловки». Каждая молекула рецептора пересекает клеточную мембрану семь раз. Участки, отвечающие за связывание лиганда, находятся во внеклеточном пространстве, а участки, отвечающие за передачу внутриклеточного сигнала, – внутри клетки. (Из статьи Meldrum B. S. и Rogawski M. A., 2007 год).

Вкусовые луковицы содержат три разных рецептора такого типа: T1R1, T1R2 и T1R3 (от английского T – taste (вкус), R – receptor (рецептор), то есть T1R1 – это вкусовой рецептор 1-го типа). Рецептор T1R3 не связывает никакого лиганда, но он может образовывать пары либо с T1R1, либо с T1R2 – это тот самый ключ, который запирает замок. Пара T1R2/T1R3 отвечает за взаимодействие с сахарами (и, тем самым, за сладкий вкус), пара T1R1/T1R3 – за взаимодействие с веществами со вкусом умами (например, с глутаматом). Можно обмануть рецептор: искусственно сделать вещество, которое будет связываться с рецептором в сотни раз сильнее, чем естественный сахар, но не будет дальше усваиваться организмом. Такие вещества: сахарин, сукралозу, стевию – широко используют в пищевой промышленности как заменители сахара.

Обратим внимание, что разные сахара связываются с рецептором по-разному. Чувствительность человека к сахарам из фруктов – фруктозе и сахарозе – в несколько раз больше, чем чувствительность к сахару из молока – лактозе. Это не связано с какими-либо их химическими особенностями, а просто рецепторы так устроены. В таком устройстве есть глубокий биологический смысл: для вида в целом лучше, чтобы детёныш предпочитал сладкие фрукты, а не материнское молоко. Тогда мать освободится для того, чтобы родить следующих детёнышей.

Набор вкусовых рецепторов не универсален. Например, у всех кошачьих на месте гена T1R2 находится псевдоген, то есть последовательность ДНК там есть, но она испорчена: белок получиться не может. Это значит, что все кошачьи чувствуют вкус умами, но нечувствительны к сладкому вкусу. А большая панда, которая питается исключительно бамбуком, утратила рецептор T1R1, отвечающий за вкус умами.

Панды, поедающие молодой бамбук.

Фото: www.flickr.com, Chi King

Казалось бы, сладкие плоды и сладкий нектар – детище цветковых растений. Классы животных, появившиеся до появления покрытосеменных растений, не должны бы были встречаться ни с чем сладким. Поэтому мы бы могли ожидать, что рецептор сладкого вкуса появится у позвоночных не раньше, чем появились цветковые растения. А что происходит у тех, кто появился раньше: у амфибий или даже у рыб?

В последние годы учёные этим заинтересовались. В наше время легко проверить, что в ДНК костных рыб есть все три варианта рецепторов: T1R1, T1R2 и T1R3. В отличие от млекопитающих, каждого из этих рецепторов несколько вариантов: от двух до восьми. То есть набор рецепторов сладкого вкуса и умами у рыб не меньше, а больше, чем у млекопитающих.

Китайские учёные подробно изучали вкусовые рецепторы у рыбы под названием *белый амур*. Как проверить, что рыбы реагируют на сладкое? Их сажали в бассейн, откуда было три выхода: в один выход давали глюкозу, в другой – фруктозу, а в третий – ничего не давали, и считали, сколько рыб приплыло в какой выход. Рыбы действительно плыли на сладкое.

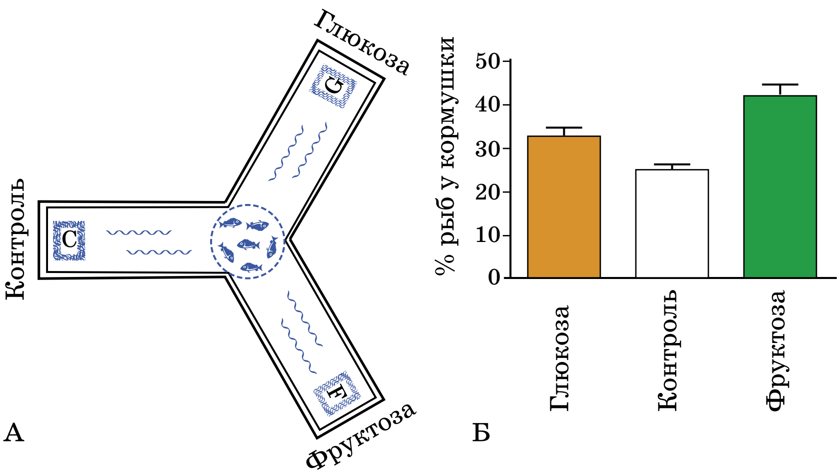
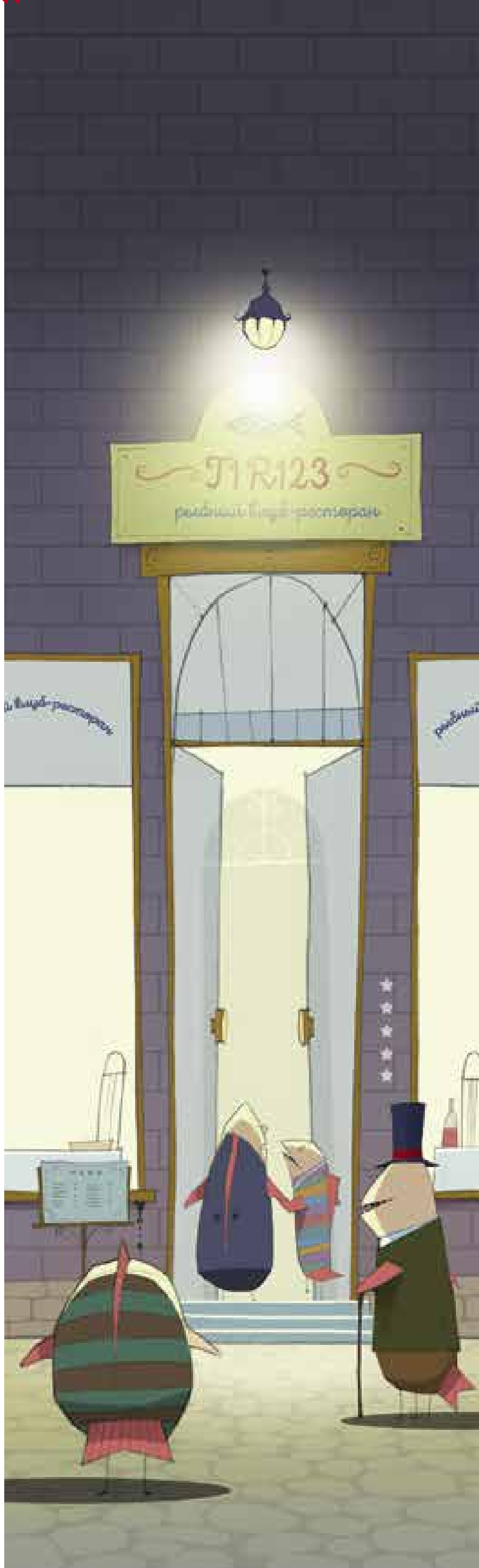


Рисунок из статьи Yuan X. C., Liang X. F., Cai W. J., He S., Guo W. J. и Mai K. S., 2020 год.

Где же они всё-таки находят сладкое в воде? Похоже, что частичный ответ можно получить, посмотрев на распределение вкусовых рецепторов по разным органам животного. Мы привыкли к тому, что вкусовые рецепторы связаны со ртом и с едой, но такая связь не обязательно очевидна. У насекомых вкусовые рецеп-



Художник Алексей Вайнер

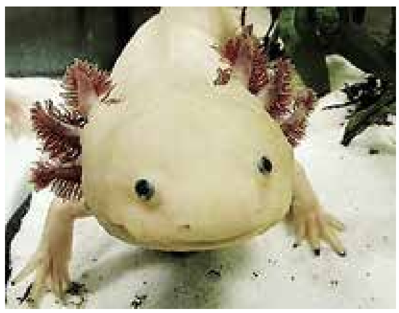
торы (они совсем не похожи на рецепторы позвоночных) находятся на лапках, на антеннах, на яйцекладе, иногда даже на крыльях. У белого амура, помимо рта, вкусовые рецепторы находятся на жабрах, а некоторые – ещё и в кишечнике.

Современные знания о наборе генов многих животных позволяют искать новые гены вкусовых рецепторов типа T1R. Они достаточно похожи друг на друга, чтобы, увидев новую белковую молекулу, понять, что она принадлежит к этому семейству. В недавно вышедшей статье поискали такие гены у всех известных позвоночных. В общей сложности у позвоночных нашли 11 таких генов. Ни у кого нет полного комплекта из 11, но есть животные, у которых их 6 или 7. В некоторых случаях удалось найти, на какие вещества они реагируют. И часто это не те вещества, на которые реагируют наши рецепторы.

Иными словами, у нас есть два «вкусных» вкуса, а у акул или у древних лучепёрых рыб есть и ещё несколько. И, так же как у костистых рыб, вкусовые рецепторы есть не только во рту, но и в жабрах и в кишечнике. Поэтому они могут реагировать не только на свободные сахара, а на продукты переваривания более сложных сахаров, вроде крахмала, которые сами по себе не сладкие.

Древняя многопёровая рыба. У нее 6 рецепторов T1R.

Фото: wikimedia.org, hirokiDX

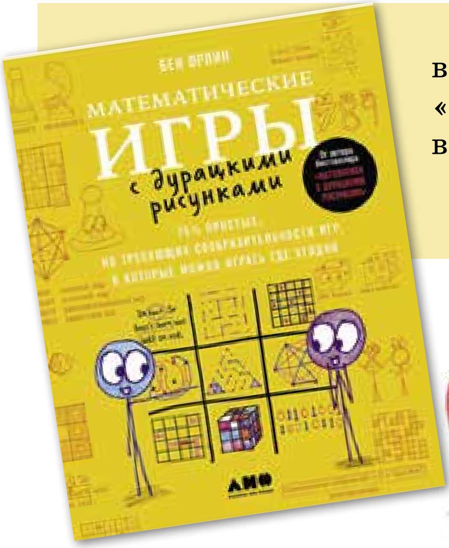


Аксолотль – личинка саламандры, которая размножается, так и не доходя до взрослого состояния.[2] У аксолотля самые изысканные вкусы: у него 7 рецепторов T1R, больше, чем у всех известных позвоночных.

Фото: wikimedia.org, th1098

[2] См. по этому поводу статью В. Винниченко «Почему мы никогда не повзрослеем» в «Квантике» № 4 за 2016 год.

ТОЧКИ-КЛЕТОЧКИ



В издательстве «Альпина нон-фикшн» в 2024 году вышла в переводе на русский язык книга Бена Орлина «Математические игры с дурацкими рисунками». Приводим журнальный вариант небольшого отрывка из неё.

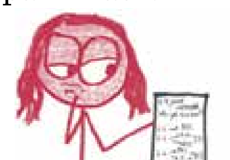
А если вы знаете английский язык, можно по ссылке **mathwithbaddrawings.com/** посетить сайт автора.

ИГРА КВАДРАТОВ

Математик Элвин Берлекамп во введении к 130-страничной книге «Точки-клеточки: непростая детская игра» назвал её лучшей «из всех игр для детей, популярных, сложных и математически насыщенных». Сразу и не поймёшь, что он имел в виду! Сложная игра для популярных детей? Популярная игра для сложных детей? Или игра для сложных и популярных детей, по горло сытых математикой? Как бы то ни было, общий смысл ясен: она ошарашивает.

Я не смогу изложить исчерпывающую теорию «Точек-клеточек» в одной короткой главе. Однако вас ждёт кое-что получше: исчерпывающая теория математического исследования от учёного, который первым опубликовал правила этой игры.

Станете ли вы после прочтения этой главы популярным, сложным и насыщенным математикой ребёнком? Трудно сказать. Так что просто читайте и двигайтесь дальше.



КАК ИГРАТЬ

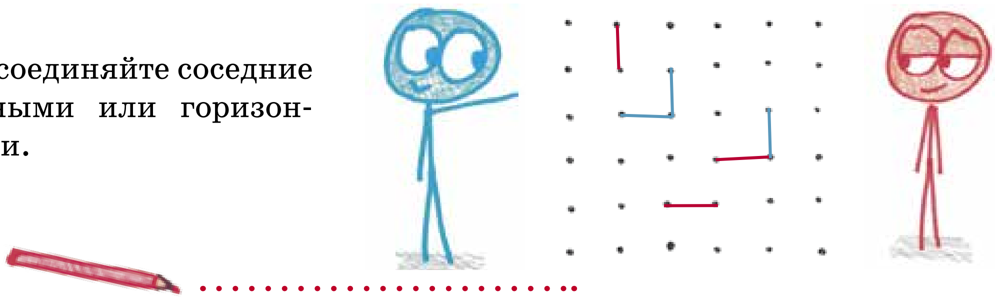
Сколько игроков? Двое.

Что потребуется? Два карандаша разных цветов и поле с рядами точек. Рекомендую поле 6×6 точек, но в принципе подойдет любое прямоугольное поле.

В чём цель? Начертить больше квадратов, чем противник.

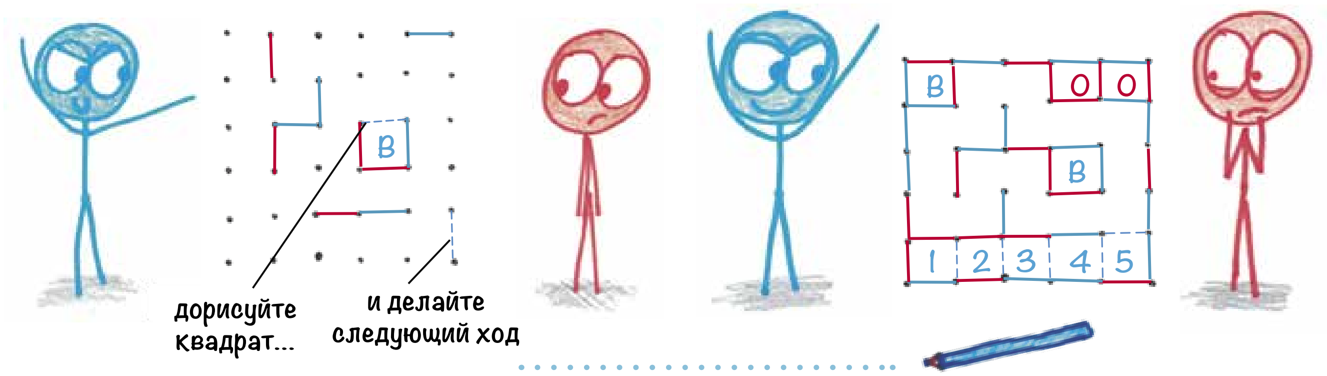
Какие правила?

1. Поочерёдно соединяйте соседние точки вертикальными или горизонтальными линиями.



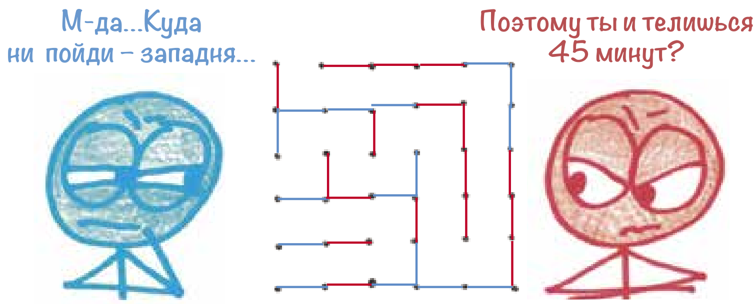
2. Тот, кто дочертит квадрат, набирает одно очко, помечает этот квадрат (например, своими инициалами) и делает дополнительный ход.

Это правило позволяет вам дочертить целую вереницу квадратов, прежде чем противник дождётся своего хода.



3. Играйте, пока не соедините все точки. Кто наберёт больше очков, тот и победил.

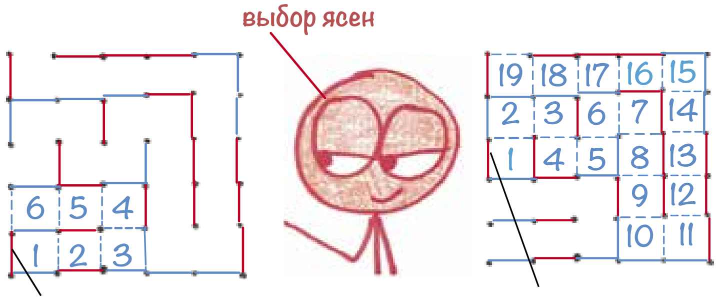
ЗАМЕТКИ ДЕГУСТАТОРА



Впервые я сыграл в эту игру в детстве, в подвале с полками, набитыми видеокассетами, под аккомпанемент тяжелой поступи динозавров. Нам с братьями не хватало стратегического мышления: в основном мы действовали наобум, стараясь просто не рисовать третью сторону квадратов (чтобы противник не нарисовал четвёртую), и волей-неволей рассредоточивали свои линии[1]. Рано или поздно безопасных ходов не оставалось. Тогда-то и наступала самая напряжённая стадия игры.

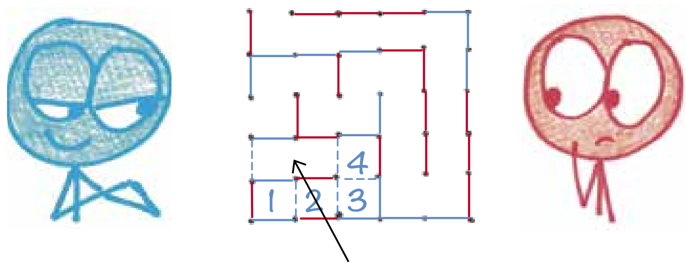
[1] Иногда второй игрок хитрит и повторяет ходы первого игрока, так что игровое поле не меняется при повороте на 180°. Это гарантированно позволяет второму игроку первым начертить квадрат. Но опытный первый игрок может обратить эту стратегию во благо себе, пожертвовав одним квадратом, чтобы выиграть остальные.

Теперь жертвы становились неизбежными, хотя и не все были равноценными. Некоторые ходы позволяли противнику набрать лишь одно или два очка, а другие — заполонить своими квадратами практически все поле. Я всегда старался жертвовать самыми маленькими областями, надеясь отвоевать те, что покрупнее.



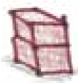
Отдать 6 квадратов　　Отдать 19 квадратов

Годы спустя, работая над этой книгой, я освоил важную стратегию, незамысловатую, но позволяющую обыгрывать 99% новичков: **двойная игра**. Идея в том, что вы ломаете противнику весь кайф, когда он уже нацелился сделать триумфальный ход. Просто сократите свой ход, не начертив предпоследнюю линию. Таким образом, рисуя одну линию, вы жертвуете двумя квадратами, которые получит ваш противник (ещё и поэтому игра «двойная»). В обмен вы завладеете всей областью, на которую положил глаз ваш оппонент.



не чертите эту линию – пусть её начертит ваш противник

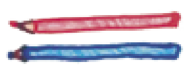
За пределами этой стратегии всё становится сложным и неясным. Детали вы можете почерпнуть из трудов великого Элвина Берлекампа, который скончался, когда я работал над этой книгой.



Сегодня в «Точки-клеточки» играют практически везде: на чёрных, белых и зелёных школьных досках, в жёлтых блокнотах юристов, на ресторанных салфетках или за неимением лучшего на собственных ладонях[2]. Впервые правила игры опубликовал математик Эдуард Люка в 1889 году. Он называл её Pipopipette. По словам Эдуарда Люка, игру придумали его бывшие студенты из престижной парижской Политехнической школы.

Странно, не правда ли? Зачем серьёзным студентам тратить время на придумывание детской игры? И почему такой уважаемый учёный решил опубликовать статью о ней?

Ответ прост: потому что серьёзная математика часто рождается именно из детских игр.

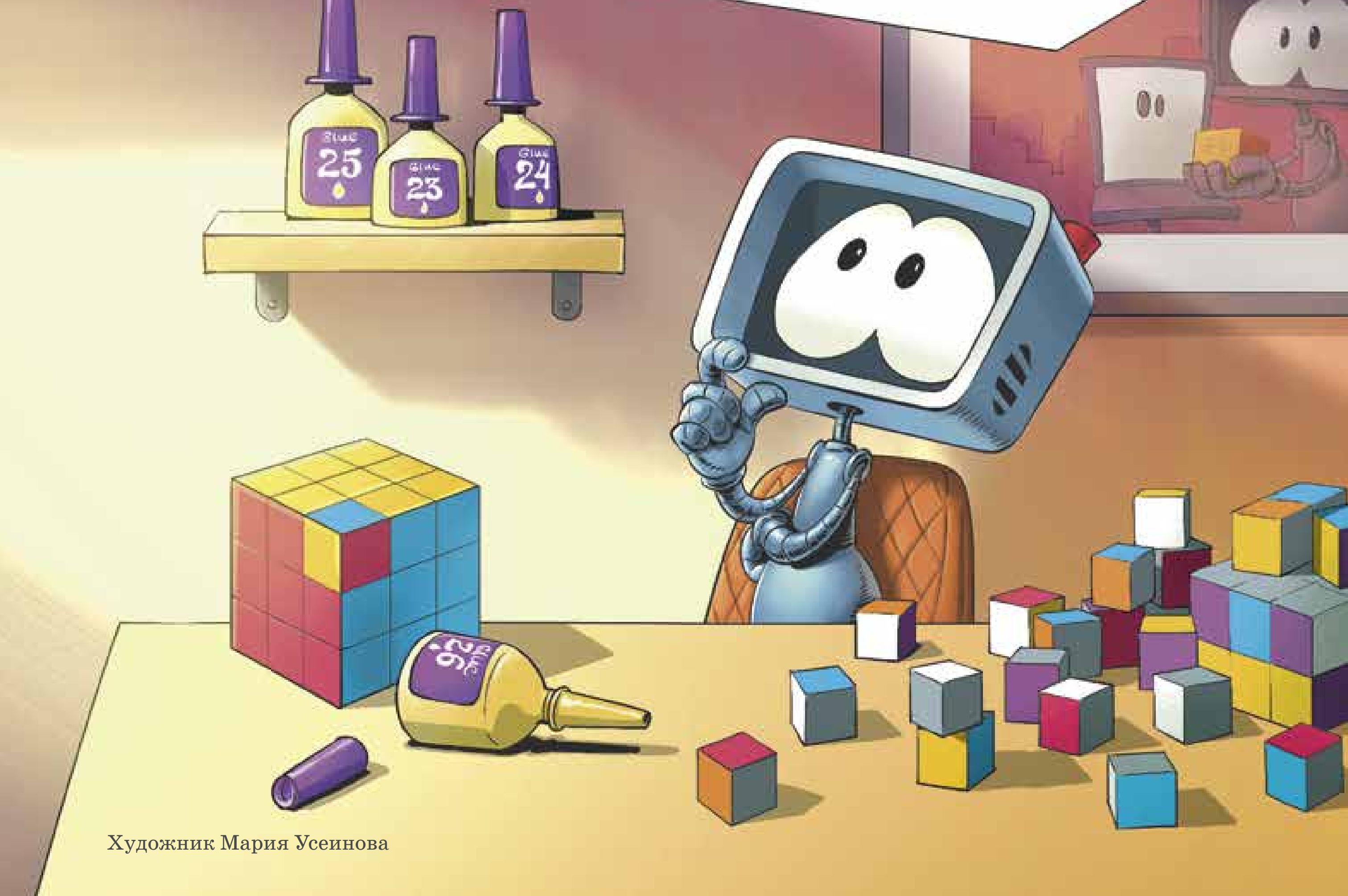


[2] Она известна во многих странах, разве что под разными названиями, которые варьируют от банальных (вроде точек в США и клеточек в Англии) до красиво звучащих (вроде Pipopipette во Франции и Timbiriche в Мексике) и замысловатых (вроде Kamertje Vehuren в Нидерландах и Käsekästchen в Германии).

Капли клея и кубик

Квантик хочет склеить из 27 единичных кубиков куб $3 \times 3 \times 3$. Одной каплей клея можно склеить друг с другом два кубика, примыкающих друг к другу по грани (по углу склеивать нельзя). Необязательно склеивать каждые два соседних кубика – главное, чтобы конструкция не могла развалиться. Квантик заметил, что если каждый следующий кубик приклеивать каплей к предыдущему, хватит 26 капель. Придумайте способ склейки, при котором хватит а) 25 капель; б) 24 капель. в) Сложный вопрос: а можно ли обойтись всего 23 каплями?

Автор Дмитрий Калинин



Художник Мария Усеинова

ЭКСПЕРИМЕНТАТОР ЭДМ МАРИОТТ

Леонид Свистов

Окончание. Начало в «Квантике» № 6

ПАРАБОЛА ТОРРИЧЕЛЛИ

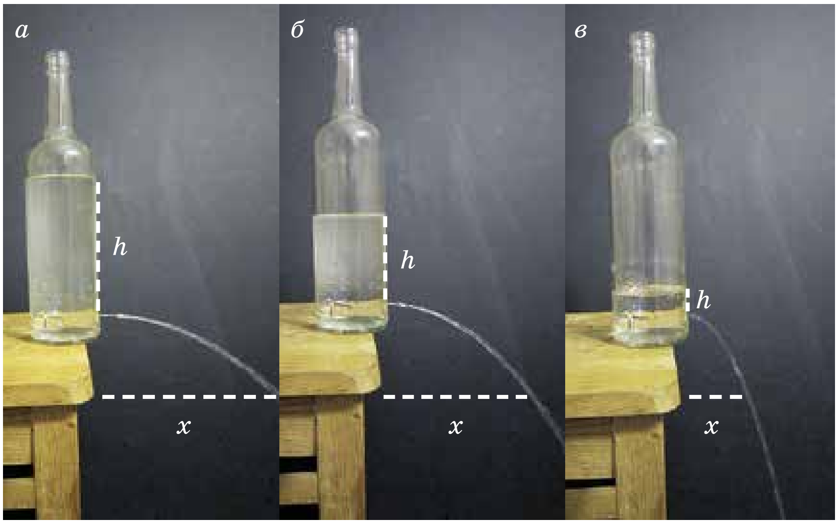
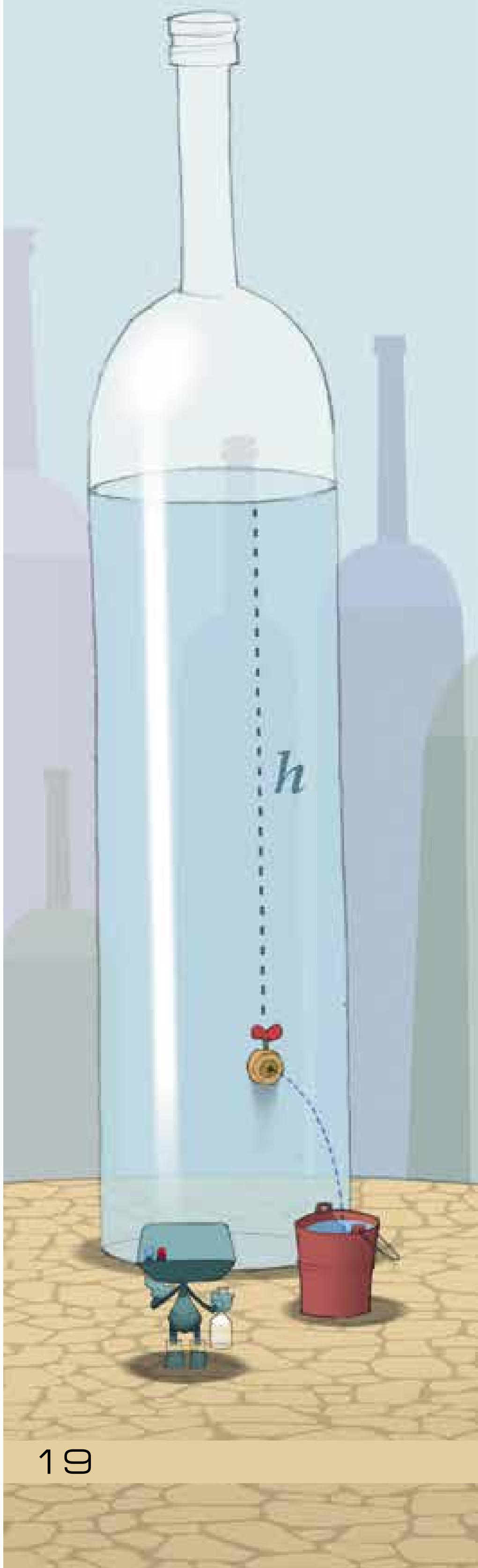


Рис. 5

Наконец, прибор Мариотта готов! На рисунке 5 приведены фотографии воды, вытекающей из бутылки с отверстием. Мои глаза видели вытекающую воду точно так же. Что же они видели?

Во-первых, форма кривой очень похожа на параболу, но это, конечно, важно проверить! Для этого нужно сформировать по возможности большую струю. Отойти от неё подальше, чтобы оптические искажения были меньше, и сделать фотографию, подобрав выгодные освещение и фон. Добавив на фотографию координатную сетку, можно перейти к математической части. Задача совсем не простая. Чтобы немного упростить нахождение оси параболы, имеет смысл фотографировать струю одновременно с отвесом. Отвес – это грузик (например, гайка), висящий на длинной нитке. Направление нитки совпадает с вертикалью.

Итальянский учёный Э. Торричелли (1608–1647) в своих экспериментах обнаружил, что квадрат скорости вытекающей воды пропорционален разнице давлений внутри и снаружи бутылки. Если вы сделаете серию фотографий бутылки по мере вытекания из неё воды, то вы имеете шанс проверить его наблюдение.



Подумайте, как это сделать. Обратите внимание, что струя вытекает из бутылки со скоростью, направленной горизонтально. То есть время, за которое струя опускается на высоту h, не зависит от уровня воды в бутылке. На рисунке 5 мы показали, какие расстояния следует измерять на сделанных вами фотографиях. Дальность полёта струи, измеренная на одной и той же высоте, зависит от уровня воды в бутылке h. Какую зависимость обнаружил Торричелли? Получилась ли она в вашем эксперименте? Если получилась, то вы просто молодец! Но особенно не зазнавайтесь. Вспомните, что Торричелли получил этот результат очень давно! Предложите эксперимент Торричелли без использования фотоаппарата. На рисунке 6 – возможная схема такого эксперимента.

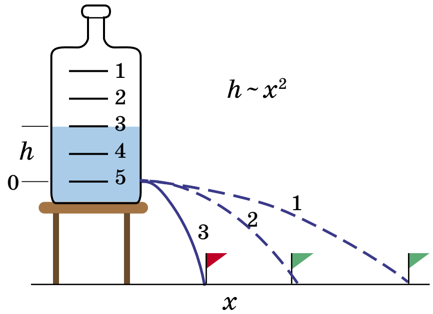


Рис. 6

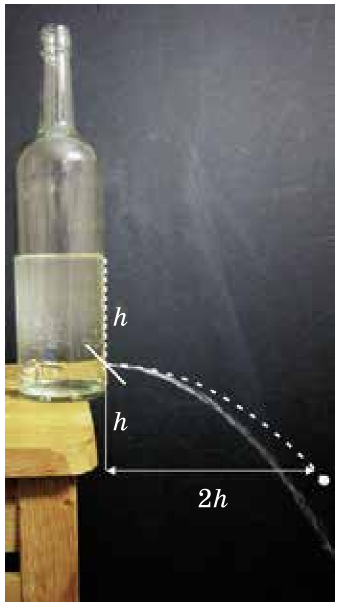


Рис.7

Торричелли обнаружил, что траектория струи воды такая же, как у мячика, падающего от уровня воды до уровня отверстия и изменяющего в этой точке свою вертикальную скорость на горизонтальную. Такое изменение скорости могло бы быть при ударе о правильно поставленную упругую стенку. Если читатель уже немного знаком с наукой о движении тел (кинематикой), то он сумеет сам нарисовать траекторию такого мячика. Для читателя, который еще не знаком с этим разделом физики, мы нарисовали

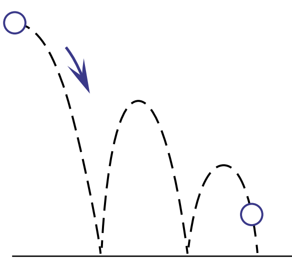


Рис. 8

траекторию такого мячика на рисунке 7 пунктирной линией. При расчёте этой траектории мы предполагали, что удар мячика о стенку абсолютно упругий, то есть скорость мячика до соударения и после него одна и та же. Траектория струи будет описана гораздо лучше, если предположить, что скорость мячика после соударения меньше, чем скорость до соударения. В случае воды, вытекающей из отверстия нашей бутылки, наилучшее совпадение траекторий получается, если предположить, что мячик при соударении теряет приблизительно 15% своей скорости. На рисунке 8 мы изобразили, как будет отскакивать мячик Торричелли в нашем эксперименте от горизонтального пола. Если верить специалистам, то, меняя размеры и качество отверстия, можно добиться того, чтобы траектория струи воды совпадала с траекторией абсолютно упругого мячика с двухпроцентной точностью!

Что ещё необычного можно заметить на фотографиях с рисунков 5 и 7? Видно, что чем дальше струя улетает от бутылки, тем она толще! Это очень необычно. Действительно, через любое сечение струи каждую секунду протекает одинаковый объём воды, равный $V \cdot S$, где V – средняя скорость течения воды через сечение струи, а S – площадь этого сечения. Вот и получается, что если площадь струи, согласно фотографии, по мере удаления от отверстия увеличивается, то скорость струи в процессе падения должна уменьшаться. Что-то с нашей струей не так!

Чтобы разобраться с этим противоречием, давайте воспользуемся вспышкой нашего фотоаппарата и сделаем «мгновенную» фотографию струи. На рисунке 9 показаны фотографии струй из бутылки с разным ко-

Рис. 9

личеством воды, примерно соответствующие рисункам 5в и 5а. На фотографиях видно, что из бутылки в обоих случаях вытекает сплошная струя. В процессе полёта струя становится тоньше и в некоторый момент начинает разбиваться на капли. Это наблюдение демонстрирует, что поскольку в полёте струя находится в состоянии невесомости, форма воды в струе начинает определяться не силой тяжести и формой отверстия бутылки, а силами поверхностного натяжения. Процесс разбиения на капли имеет взрывной характер, поэтому скорости капель становятся чуть-чуть разными, что приводит к видимому уширению потока. Мой глаз и мозг, к сожалению, не успевают рассмотреть это красивое явление, впрочем, как и фотоаппарат, работающий в режиме без вспышки.

Тем не менее, разрыв струи на капли можно услышать! Давайте будем наливать чай из заварочного чайника в чашку или железную кружку тонкой струйкой и слушать, как шумит струя при падении с разной высоты чайника. Начнём с положения, когда носик чайника находится на уровне кромки чашки, а затем будем плавно поднимать его выше и выше. При некоторой высоте струи чая звук из чашки внезапно станет дробным, как во время дождя!

СОСУД МАРИОТТА В ДЕЙСТВИИ

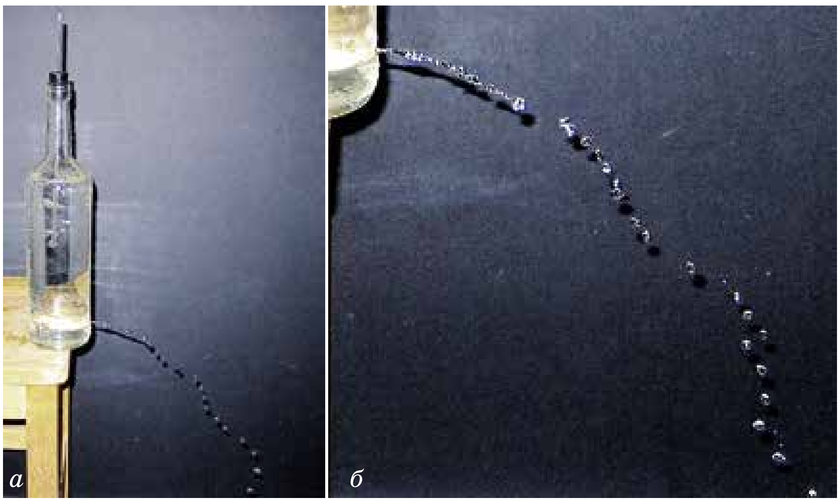


Рис. 10

На рисунке 10 показан сосуд Мариотта в действии (а) и отдельно струя воды в увеличенном масштабе (б).

Чтобы понять принцип работы сосуда Мариотта, заметим, что если по трубочке идёт воздух, то давление внизу трубки близко к атмосферному. Давление в воде на уровне отверстия будет приблизительно равно сумме атмосферного давления и давления столба воды от нижней точки трубочки до отверстия. Перепад давлений снаружи и внутри отверстия будет постоянным до тех пор, пока уровень воды не опустится ниже конца трубочки. Нам удалось объяснить, почему средний расход воды в приборе постоянный.

Вместе с тем на рисунке 10 видно, что траектория струи похожа на параболу только приближённо. Такая форма струи указывает на то, что скорость вытекания воды из отверстия, а значит, и давление в бутылке около отверстия, колеблется относительно среднего значения.

Осталось неясным, с чем связаны эти колебания. Решение этой непростой задачи мы оставим читателю. Мы думаем, что для этого придётся исследовать поведение пузырей воздуха, выходящих из трубки. Желаем вам хороших фотографий, а сосуд Мариотта, который вы сделали (или ещё сделаете), приготовит для вас целый караван послушных воздушных пузырей! Кстати, обратите внимание, что сосуд Мариотта обеспечивает не только постоянный поток воды из бутылки, но и постоянный поток воздуха в бутылку.

Задачи.

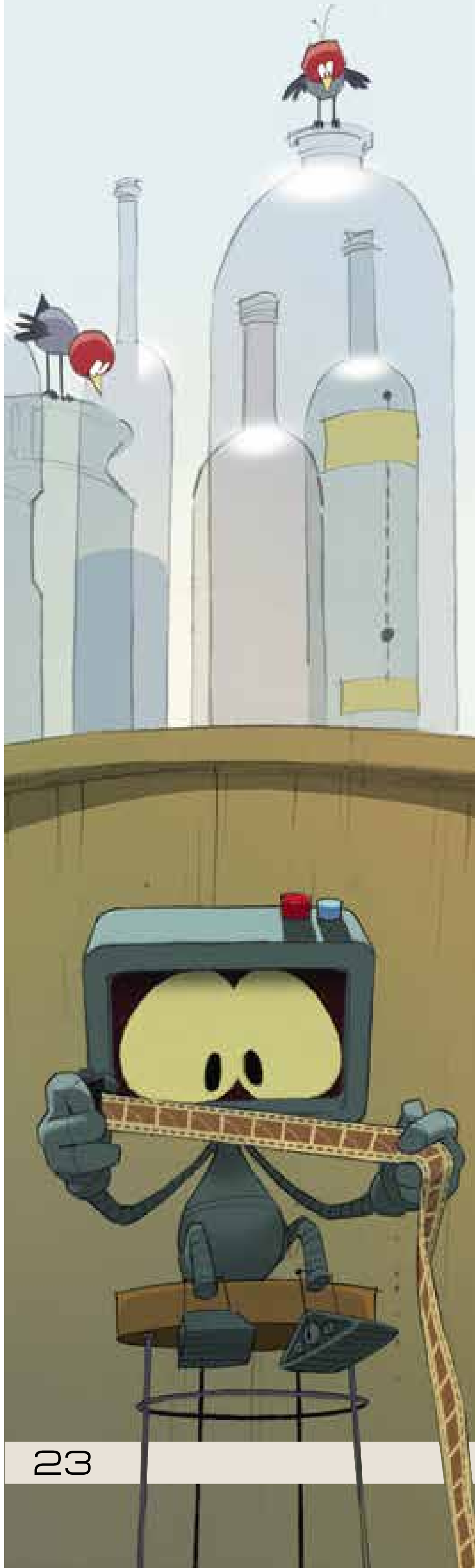
1. Пузырь воздуха вышел из трубки сосуда Мариотта и начал всплывать. Во сколько раз его объём изменился при всплытии на 10 см?

2. Заткните пальцем трубку сосуда Мариотта. Если прибор работает правильно, вода из бутылки не течёт. Почему?

3. Какое максимальное давление воды у отверстия может сдерживать поверхностное натяжение вашего сосуда Мариотта? Попробуйте найти его экспериментально.

4. На наших фотографиях струи, выходящей из бутылки, видна только одна ветвь параболы, поскольку начальная скорость струи была параллельна земле. Наклоняя бутылку, попробуйте пронаблюдать и исследовать другие части параболы.

Художник Алексей Вайнер   Фото автора



XC Санкт-Петербургская олимпиада по математике

Материал подготовил
Константин Кохась

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс. Второй (городской) тур очередной олимпиады для 6 – 8 классов прошёл 11 февраля 2024 года, на него приглашались победители районного тура.

Избранные задачи II тура

1 (6 класс). В Непале все горы имеют разные названия, разные высоты и все расстояния между ними различны. Два альпиниста пошли покорять вершины. Каждый отправился к какой-то вершине, а затем действовал по следующему алгоритму: покорив вершину, он выбирал из всех более высоких вершин самую близкую и покорял её. Если же более высоких вершин больше не оставалось, альпинист уезжал домой. В результате первый альпинист покорил все вершины, кроме горы Ангелов, а второй – все, кроме горы Бесов. Что выше – гора Ангелов или гора Драконов?

Андрей Солынин

2 (6 класс). Турист приехал на остров, где живут 98 человек, каждый из которых либо рыцарь (всегда говорящий правду), либо лжец (который всегда лжёт). Турист может выбрать любую компанию из пяти человек и спросить у одного из них: *Правда ли, что среди остальных четверых количество рыцарей чётно?* Сможет ли турист за 20 вопросов определить, чётное или нечётное количество рыцарей живет на острове?

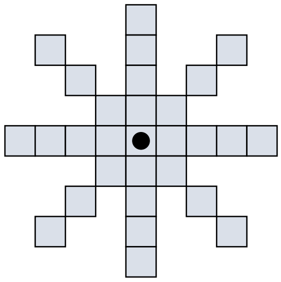
Михаил Иванов

3 (7 класс). В тестировании приняло участие 200 школьников. Все их работы учитель разложил по нескольким пачкам, после чего собрал всех участников в большом зале и стал проверять пачки работ в некотором порядке. Проверка каждой работы занимает ровно одну минуту. Закончив проверять пач-

ку работ, учитель мгновенно сообщает их результаты всем участникам и приступает к проверке следующей пачки. Каждый школьник подсчитал, какое время он провел в зале до оглашения своего результата. Докажите, что суммарное время ожидания не зависит от порядка, в котором учитель проверяет пачки.

Ольга Иванова

4 (6 класс). Снежинка – это фигура из 29 клеток, изображённая на рисунке (отмечена центральная клетка снежинки). На клетчатой плоскости конечное число клеток покрашено в красный, синий и зелёный цвета. Может ли оказаться так, что в каждой снежинке с красным центром синих клеток больше, чем зелёных, в каждой снежинке с синим центром зелёных больше, чем красных, а в каждой снежинке с зелёным центром красных больше, чем синих?



Владислав Франк

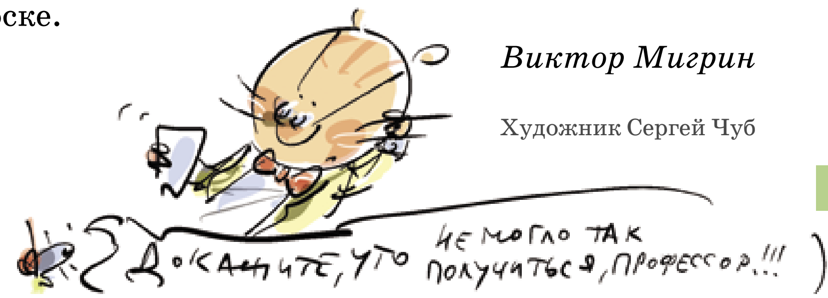
5 (6 класс). На кольцевом шоссе расположены 202 деревни. По шоссе ходят автобусы, каждый автобус ездит от какой-то одной деревни до какой-то другой и обратно тем же путем, останавливаясь также и во всех деревнях по дороге. При этом в каждой деревне останавливается хотя бы один автобус, и для любых двух деревень существует автобус, который останавливается ровно в одной из них. Какое наименьшее количество автобусов может ходить по шоссе?

Константин Кохась

6 (6 класс). На доске написано 18 различных натуральных чисел. Докажите, что не могло так получиться, что любое число от 1 до 147 оказалось наибольшим общим делителем каких-то двух (разных) чисел на доске.

Виктор Мигрин

Художник Сергей Чуб



КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ

Решения IV тура отправляйте по адресу ruskonkurs@kvantik.org **не позднее 20 августа.** Не забудьте указать в письме ваши имя, фамилию, город, школу и класс, где вы учитесь. Победителей ждут призы. Для победы не обязательно решить всё – присылайте то, что получится. За лучшее решение отдельных туров предусмотрены специальные премии.

Предлагайте задачи собственного сочинения: лучшие будут опубликованы.

Желаем успеха!

IV ТУР

16. Найдите самое короткое слово (любой части речи, в словарной форме), в котором есть одновременно буквы Ь и Ъ.

М. Р. Богаутдинов

17. Слово альфа обозначает часть тела, которая бывает верхней и нижней. Слово Альфа обозначает объект, который, как это ни удивительно, находится слева... От чего?

С. Л. Елисеев

18. Вовочка слегка простудился, и мама написала Марь Иванне, что он не придёт в школу. Прочитав ответ учительницы, Вовочка очень обрадовался: оказалось, что Марь Иванна случайно перепутала одну букву и вместо вполне естественного совета у неё получилось пожелание вообще ничего не делать. Какое слово хотела написать Марь Иванна, и что она написала по ошибке?

Я. С. Елисеева

19. В некоторых русских говорах отмечается цоканье – неразличение звуков *ц* и *ч*. В цокающих говорах, например, одинаково произносятся первый и последний звуки в слове *чепец*. А прилагательные X и Y в таких говорах не только синонимичны, но и состоят из одних и тех же звуков (как, например, прилагательные *добрый* и *бодрый*). Какие трёхсложные прилагательные мы заменили на X и Y?

И. Б. Иткин

20. От глаголов *мять*, *плести* и *писать* образуются глаголы, синонимичные друг другу. Из басни про бессовестного кота мы знаем, что раньше в тот же ряд входил глагол *брать*. Напишите любые два из этих синонимичных глаголов.

С. И. Переверзева

Художник Николай Крутиков

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, III ТУР
(«Квантик» № 5, 2024))

11. *В пермских говорах русского языка есть два слова-омонима* раль: 1) *«сундук для хранения домашних вещей и продуктов»;* 2) *«болтун, пустослов». Коротко объясните, как возник каждый из этих омонимов.*

Первый *раль* получился **путём перестановки согласных *л* и *р* в слове *ларь*** (перестановка звуков – в терминологии лингвистов *метатеза* – встречается в самых разных языках: угадайте, например, какое животное называется по-испански *cocodrilo*). Второй – **путём выпадения начального согласного *в* в слове *враль*.**

12. *Персонаж рассказа, действие которого происходит в Средние века, узнаёт, что представители одной широко распространённой в те времена профессии установили очень высокий денежный взнос за вступление в их цех. Своё изумление персонаж выражает фразой-палиндромом. Напишите этот палиндром.*

Высокий взнос может заплатить только богатый человек. Выражаясь официально, это означает, что для желающих вступить в цех действует имущественный ценз – ограничение по наличию денежных средств. Прочитав наоборот слово *ценз*, получаем *...знец*. Конечно же, это часть слова *кузнец* – названия одной из важнейших в Средние века профессий. А целиком вся фраза выглядит так: **«Во ценз у кузнецов!»**

Палиндром этот можно без труда найти в Интернете, а вот рассказ Квантику пока обнаружить не удалось. Возможно, он ещё не написан...

13. *В книжном магазине:*

– Мама, смотри, тут есть большой словарь по сказкам моего любимого писателя! Давай его купим! – воскликнула начитанная первоклассница Аня.

– Нет-нет, Анечка, это словарь для лингвистов, про сказки там ничего не написано, – рассмеялась мама, прочитав название книги, на которую показывала Аня.

– Но почему же он тогда называется «Большой словарь ________»? – не поняла Аня.

Заполните пропуск. Назовите любимого писателя Ани.

Увидев на толстой книге надпись «Большой словарь **корней**», начитанная, но ещё очень-очень юная Аня, конечно, сразу подумала про своего любимого писателя – **Корнея Чуковского.**

На самом деле «Большой словарь корней и однокоренных слов русского языка» составила Л. Е. Тарасова. Про сказки там и правда вряд ли что написано, но предназначен он не только для лингвистов, а для всех, кто интересуется русским языком.

14. *Маша послала мужа в магазин за покупками к праздничному столу. И, конечно, сразу забеспокоилась: наверняка же забудет самое вкусное! Не удержалась и вдогонку отправила ему sms-ку: «Алеша, 1234 2134!»*

Восстановите текст, заменённый цифрами (одинаковые цифры заменяют одинаковые буквы).

Имя *Алеша* в начале sms-ки показывает, что Маша, в отличие от авторов «Квантика», на месте ***ё*** пишет ***е***. «Алеша, **ждем джем!**» – напомнила она мужу.

15. *Решая математическую задачу из конкурса «Квантика», тётя Люда в шутку спросила:*

– А это слово обозначает тысячную долю его?

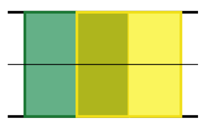
Какое слово имела в виду тётя Люда?

В задачах по русскому языку местоимение «его» часто заменяет какое-нибудь другое слово. Но в этой задаче о замене ничего не сказано... потому что никакой замены нет.

Если *миллиметр* – это тысячная часть *метра*, *миллиграмм* – тысячная часть *грамма* и так далее, то ***миллион*** – тысячная часть *его*. Это, конечно, шутка, но с логикой тёти Люды не поспоришь.

НАШ КОНКУРС, IX тур
(«Квантик» № 5, 2024)

41. *В клетки таблицы* 2×50 *(состоящей из* 50 *столбцов по* 2 *клетки) вписаны* 100 *различных натуральных чисел. В каждом квадрате* 2×2 *сумма чисел одна и та же. Могут ли в одном столбце стоять числа* 20 *и* 24?



Ответ: нет. Если у двух квадратов 2×2 есть общий столбец, то суммы чисел в оставшихся двух столбцах этих квадратов равны. Но тогда равны суммы чисел в 1-м, 3-м, 5-м, ... столбцах и равны суммы во 2-м, 4-м, 6-м, ...столбцах. То есть если числа 20 и 24 стоят в одном столбце, то в таблице есть 25 столбцов с суммой $20+24=44$. Но представить число 44 в виде суммы двух различных натуральных чисел можно лишь 21 способом ($1+43$, $2+42$, ..., $21+23$) – противоречие.

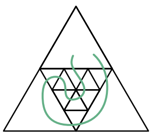
42. *У Васи живут 5 кошек, каждая либо белая, либо чёрная. За день все кошки вместе съедают ровно один пакет сухого корма. Вася также знает, что любые две кошки разного цвета за день съедят треть пакета корма. Во сколько раз кошки одного цвета съедают больше, чем кошки другого цвета?*

Ответ: в 2 раза. Если в пару с одной и той же чёрной кошкой ставить любую белую, вдвоём они съедят одно и то же количество корма (треть пакета). Значит, все белые кошки едят одинаково; аналогично, все чёрные едят одинаково.

Назовём кошек, которые съедают больше, *голодными*, а кошек, которые съедают меньше, *сытыми*. Тогда 3 голодных и 3 сытых кошки съедят за день целый пакет корма – столько же, сколько съедят 5 кошек Васи. Значит, голодных кошек у Васи больше трёх (иначе его кошки съедят слишком мало), поэтому голодных ровно 4, а сытая одна. Они съедают столько же, сколько 3 голодных и 3 сытых. Тогда одна голодная кошка съедает столько же, сколько 2 сытых.

43. *Музей имеет форму равностороннего треугольника. Директор хочет разделить весь музей на 12 залов в форме равносторонних треугольников (не обязательно одинаковых) так, чтобы можно было начать обход в одном из залов и вернуться в него, пройдя по всем остальным залам и не заходя ни в какой из них дважды (дверь между залами можно установить, только если у них есть общая часть стены). Как это сделать?*

Ответ: см. рисунок.



44. *У Кости есть две группы монет, в каждой из которых по одной фальшивой. В первой группе 8 монет, во второй – 10. Фальшивые монеты весят одинаково, чуть легче настоящих. Костя хочет за одно взвешивание на чашечных весах без гирь отыскать больше шести настоящих монет. Получится ли это?*

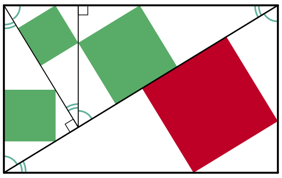
Ответ: да. Покрасим монеты первой группы в синий цвет, а монеты второй группы – в красный. Пусть Костя положит на левую чашу 7 красных монет, а на правую – оставшиеся 3 красные и 4 синих. Тогда на весах точно есть красная фальшивая монета. Это значит, что если какая-то из чаш перевесит, то все 7 монет на ней – настоящие. Если же чаши сравнялись, то на каждой из них лежит по одной фальшивой монете (причём красная фальшивая лежит на левой чаше), значит, 3 красные монеты с правой чаши и 4 не участвовавших во взвешивании синих монеты – настоящие.

45. *Вася построил из картонных кирпичиков* $1\times2\times3$ см *крепкую стенку* $1\times200\times300$ см, *потратив целую баночку клея (чтобы стенка была крепкой, любые стороны кирпичей внутри неё должны быть полностью смазаны клеем). Петя сказал, что построил крепкую стенку такого же размера, по-другому располагая такие же кирпичики, и потратил при этом меньше клея. Могло ли такое быть?*

Ответ: нет. Если покрыть все кирпичики клеем со всех сторон, то мы потратим лишний клей на те стороны, которые окажутся снаружи стены. Но как ни складывай стенку $1\times200\times300$, площадь её поверхности одна и та же, а значит, и количество лишнего клея одно и то же. Но тогда и количество «нужного» клея неизменно!

КВАДРАТЫ В ТРЕУГОЛЬНИКАХ

(«Квантик» № 6, 2024)



Ответ: они равны. Заметим сначала, что вписать квадрат в данный прямоугольный треугольник так, чтобы сторона квадрата лежала на гипотенузе, можно единственным образом. Далее заметим, что все прямоугольные треугольники в задаче подобны (каждый является уменьшенной или увеличенной копией другого).

Значит, вписанные квадраты занимают в треугольниках одинаковую долю площади. Но сумма площадей «малых» треугольников равна площади большого треугольника. Значит, и сумма площадей малых квадратов равна площади большого квадрата.

ЭКСПЕРИМЕНТАТОР ЭДМ МАРИОТТ

1. Давление воздуха в пузыре при выходе из трубки в сосуде Мариотта атмосферное, то есть приблизительно 1000 см водяного столба. При всплытии пузыря на 10 см давление станет равным 990 см водяного столба. Значит, давление в пузыре уменьшится, а его объём увеличится в 1,01 раз. Поэтому в изготовленных сосудах Мариотта объём вытекающей воды с хорошей точностью равен объёму входящего в бутылку воздуха. Подумайте, будет ли справедливо это утверждение, если мы увеличим все размеры изготовленного нами прибора Мариотта в 10 раз?

2. Когда мы затыкаем трубку подачи воздуха, вода из отверстия перестаёт вытекать не сразу. Объём вытекающей воды равен увеличению объема воздуха над водой в бутылке и приводит к падению давления. Когда давление в воде рядом с выходным отверстием сравнивается с атмосферным, вода перестает вытекать из бутылки. Например, для понижения давления на 10 см водяного столба из бутылки должен вытечь объём воды, равный всего 1% объёма запертого в бутылке воздуха. Отметим, что в этих рассуждениях мы предполагаем, что воздух в бутылку не поступает. Однако, если отверстие в бутылке достаточно большое, воздух всё же будет пробираться через отверстие в бутылке, откуда вода вытекает. Такое поведение нам хорошо знакомо! Вспомните, что вытекание воды из опрокинутой бутылки сопровождается бульками входящего воздуха. Наибольший диаметр отверстия, который может удержать воду в запертой бутылке и не дать пузырям воздуха войти в неё, определяется поверхностным натяжением жидкости и размером отверстия.

3. Это давление можно найти экспериментально. Налейте в открытую бутылку с отверстием воду и дайте ей вытекать. В некоторый момент поток воды прекратится. Расстояние от уровня воды в бутылке до центра отверстия будет оценкой искомого давления в миллиметрах водяного столба. Если отверстие достаточно большое, то поверхностное натяжение воды не справится и вода вытечет до нижнего уровня отверстия. Чтобы поток воды был небольшим, имеет смысл заткнуть бутылку плотно скрученной ватой. Так измерение будет более аккуратным.

КАПЛИ КЛЕЯ И КУБИК

а) Разобьём куб на 2 части: центральный кубик и остальные 26 кубиков. Чтобы склеить 26 кубиков друг с другом, достаточно 25 капель. А центральный кубик приклеивать не надо!

б) С каждой новой частью мы экономим одну каплю. На рисунке 1 – нужная конструкция из 3 частей.

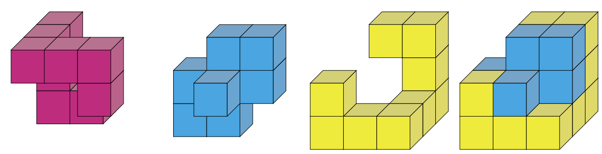


Рис. 1

в) Приведём конструкцию из 4 частей. Для этого все кубики, кроме центрального, разобьём на 3 части. На рисунке 2 они выделены цветом, слева куб разрезан на 3 горизонтальных слоя и эти слои показаны друг над другом так, как они располагаются в кубе. Голубая и розовая части не могут двигаться друг относительно друга (верхняя часть рисунка). Ниже показаны те же части с другой стороны: они повёрнуты на 180° относительно вертикальной оси. Жёлтая часть не может двигаться относительно первых двух.

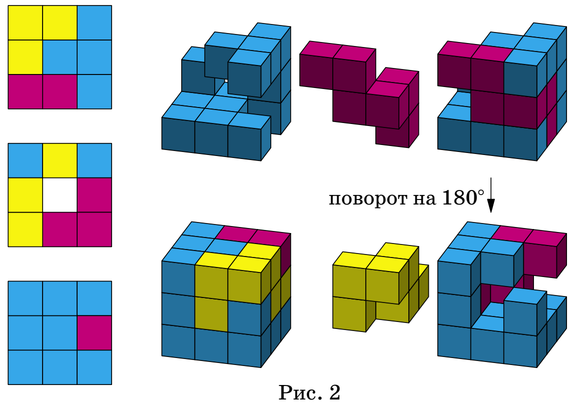


Рис. 2

XC САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ.

Избранные задачи II тура

1. Каждая следующая гора, покорённая альпинистом, выше предыдущей. Это значит, что в тот момент, когда альпинист выбирает, какую очередную гору ему покорить, все более высокие горы он ещё не покорил. Так как оба альпиниста побывали на горе Драконов, их выбор после этого был всегда одинаков и дальше они покоряли одни и те же горы. Значит, альпинист, покоривший гору Ангелов, сделал это до того, как покорил гору Драконов. Поэтому гора Ангелов ниже горы Драконов.

2. Ответ: сможет. Задав один вопрос, турист сразу узнает чётность количества рыцарей среди выбранных пяти человек. Действительно, если турист получил ответ «да» и его респондент – рыцарь, то в этой пятёрке нечётное число рыцарей, а если его респондент – лжец, то ответ «да» означает, что среди остальных четверых (а значит, и среди всех пяти) число рыцарей опять нечётно. Аналогично с ответом «нет».

Тогда за первые 17 вопросов турист сможет узнать чётность числа рыцарей среди 85 аборигенов. Чётность числа рыцарей среди остальных 13 человек он сможет узнать за оставшиеся

3 вопроса. Для этого он выберет одного из этих 13 человек – Васю, разобьёт остальных на 3 четвёрки и спросит Васю про каждую из четвёрок. Полученные ответы подсчитывают чётность числа рыцарей среди 13 человек, учитывая самого Васю три раза – в смысле чётности это эквивалентно однократному учёту Васи.

3. Достаточно понять, что общее время ожидания не изменится, если учитель изменит порядок проверки двух «соседних» пачек A и B. Так как время ожидания людей «из других пачек» при этом не изменится, достаточно следить за временем ожидания тех, чьи работы лежали в пачках A и B. Пусть в пачке A лежало a работ, а в пачке B лежало b работ. Если пачку A проверили первой, время ожидания составило $a(a+b)+b^2$ минут. Здесь в первом слагаемом $a+b$ школьников ждут a минут, пока проверяется пачка A, а во втором слагаемом b школьников ждут b минут, пока проверяется пачка B.

Если же первой проверялась пачка B, то аналогично время ожидания составило $b(a+b)+a^2$ минут. Раскрывая скобки, видим, что эти величины одинаковы.

4. Ответ: нет. Допустим, что такая раскраска существует. Если закрашенная клетка A попадает в снежинку с центром B, окрашенным в другой цвет, то клетка B попадёт в снежинку с центром A. Соединим все такие пары центров разного цвета отрезками. Сравним количество красно-синих и красно-зелёных отрезков. Каждый такой отрезок находится в снежинке с центром в его красной концевой точке. Поскольку в каждой такой снежинке число синих точек больше числа зелёных, то число красно-синих отрезков, «привязанных» к этой снежинке, больше числа красно-зелёных. Значит, и суммарное число красно-синих отрезков больше суммарного числа красно-зелёных. Аналогично из второго условия получаем, что сине-зелёных отрезков больше, чем красно-синих, а из третьего – что красно-зелёных больше, чем сине-зелёных. Противоречие.

5. Ответ: 101 автобус.

Оценка. Для каждой пары соседних деревень A и B есть автобус, который останавливается лишь в одной из них и не проходит через другую, значит, у него в одной из этих деревень конечная остановка и он не едет по дороге AB. Тогда ясно, что все 202 конечные остановки различны. Значит, должно быть не менее 101 автобуса.

Пример. Пусть каждый автобус посещает три деревни: 1-2-3, 3-4-5, 5-6-7,… , 201-202-1.

6. Сделаем сначала наблюдение. Пусть среди исходных 18 чисел ровно m делятся на некоторое число x. Тогда наибольший общий делитель пары исходных чисел делится на x в точности тогда, когда оба числа делятся на x. Значит, среди попарных наибольших общих делителей исходных чисел ровно $\frac{m(m-1)}{2}$ делятся на x.

Вычислим для наших 18 чисел все $18 \cdot 17 : 2 = 153$ попарных наибольших общих делителя. Допустим, что 147 из них оказались равны числам от 1 до 147. Остальные шесть делителей нам неизвестны. Среди чисел от 1 до 147 имеется 29 чисел, делящихся на 5, значит, среди всех наибольших общих делителей будет от 29 до $29+6=35$ чисел, кратных 5. Но ближайшие к 29 числа вида $\frac{m(m-1)}{2}$ – это 28 и 36. Значит, описанная в условии ситуация невозможна.

ПОЗДРАВЛЯЕМ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ ВТОРОГО ЭТАПА НАШЕГО КОНКУРСА!

Победители: Батенкова Арина, Башкиров Александр, Голенищева Мария, Ермолаева Анна, Казакова Мария, Махмудов Шероз, Мирошников Валерий, Николаев Михаил (Москва), Николаев Михаил (Санкт-Петербург), Николаевский Иван, Селютин Степан, Скивко Тимур, Слясская Диана, Терехова Наталья, Токарева Дарина, Утенкова Анна, Фиалковский Максим, Ханмагомедова Зумруд, Ханмагомедова Мелек, а также кружки «Озарчата», «По стопам Лобачевского», «Школа юных математиков», «МАГ» и команда ГБОУ ДО ДТДМ «Хорошево».

Призёры: Авдонин Максим, Афанасьев Владимир, Босенко Иван, Бычков Валерий, Ганичев Филипп, Голубчиков Артём, Голятин Артём, Гришина Елена, Калугин Иван, Коваленко Евгений, Кувшинова Анастасия, Мелиханов Назар, Мурин Константин, Никитин Андрей, Соломина Марина, Тимофеева Анастасия, Тимошкова Дарья, Федотова Дарья, Харина Вера, а также кружки «Школа роста», «Морские волчата» и МТИ.

УДАЧИ ВСЕМ В СЛЕДУЮЩИХ ЭТАПАХ И В ОБЩЕМ ГОДОВОМ ЗАЧЁТЕ!

наш КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Третий этап состоит из четырёх туров (с IX по XII) и идёт с мая по август.

Высылайте решения задач XI тура, с которыми справитесь, не позднее 5 августа в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvantik.com/short/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

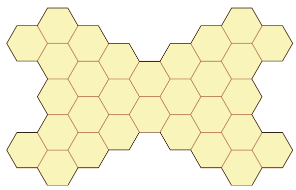
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

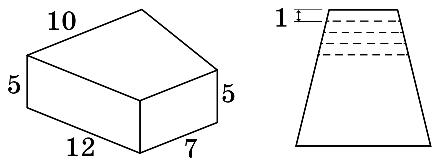
В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

XI ТУР

51. Разрежьте фигуру на рисунке по линиям шестиугольной сетки на 6 равных частей.





52. Коля пришёл в гости к Ване, и приятели решили перекусить. В холодильнике нашёлся кусок сыра такой формы, как на рисунке слева (боковые грани вертикальны и являются прямоугольниками).

Ваня отрезал 4 ломтика толщиной 1 см, как на рисунке справа (это вид сверху). Чтобы всем досталось поровну, себе Ваня собирается взять первый и четвёртый ломтики, а Коле отдать второй и третий. Справедливо ли получится поделить сыр?

Авторы задач: Татьяна Корчемкина (51), Андрей Синюшин (52), Григорий Гальперин (53), Дмитрий Калинин (54), Татьяна Казицына (55)

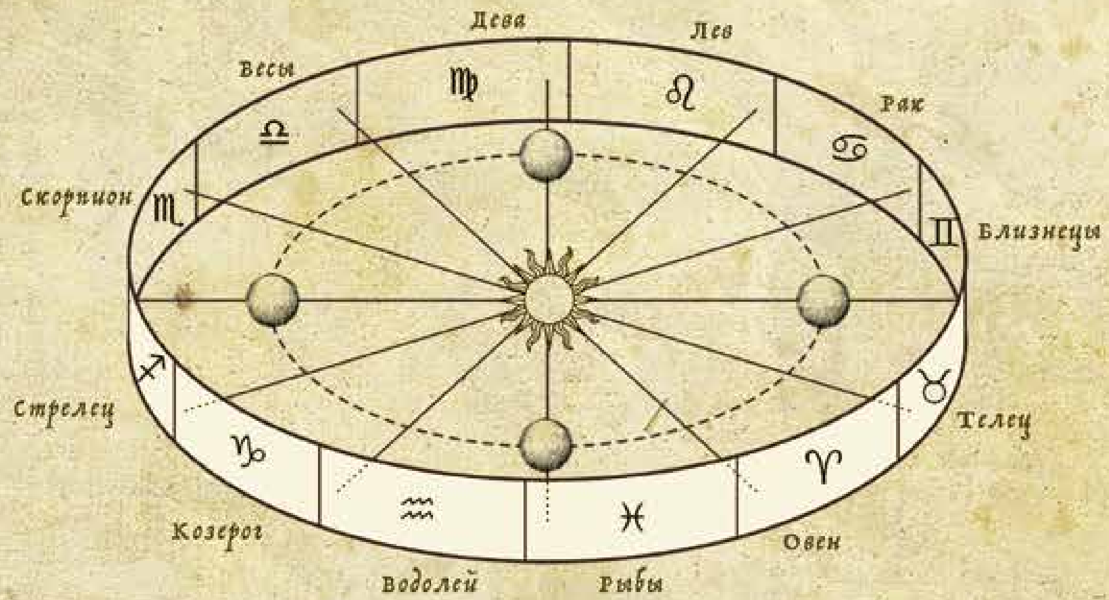
53. У Квантика есть 10 гирь, пронумерованных в порядке возрастания массы, и монетка. Оказалось, что если поставить на правую чашу весов любую гирю с номером больше 1, то для равновесия на левую чашу весов надо положить монетку и все гири с меньшими номерами. Квантик знает, что масса 10-й гири – это $2^{10} = 1024$ грамма. Докажите, что тогда и массы остальных гирь, начиная со второй, – тоже степени двойки (то есть 2^m граммов для некоторого целого m).

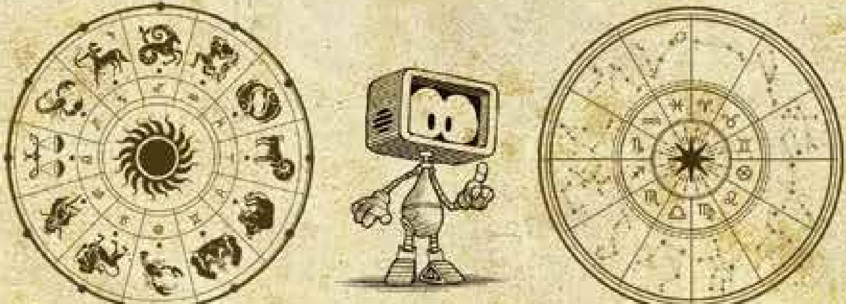
54. Фигура «кузнечик» прыгает по доске 4×4, делая ходы по горизонтали или вертикали. Первую клетку кузнечик выбирает по своему усмотрению. Далее он прыгает на соседнюю клетку, потом через одну, потом через две, снова на соседнюю, потом через одну, потом через две клетки и так далее. На каком наибольшем числе клеток может побывать кузнечик, не посещая ни одну клетку дважды?

55. В комнате находилось несколько человек. Потом в комнату по одному стали заходить ещё люди, первым – Петя, а последним – Вася. После каждого вошедшего средний возраст находящихся в комнате увеличивался на 1 год. Известно, что Пете 26 лет, а возраст Васи в два раза больше, чем количество людей, которое было к моменту его прихода. Сколько людей было в комнате до того, как туда вошёл Петя?

Художник Николай Крутиков

ЗОДИАКАЛЬНЫЕ СОЗВЕЗДИЯ





Полосу на звёздном небе, по которой движутся Солнце, Луна и планеты, называют зодиаком. Созвездия, через которые они при этом проходят, называются зодиакальными. Какие из этих созвездий лучше всего видны на широте Москвы, а какие — хуже всего, и почему?

Дмитрий Житницкий

Художник Алексей Вайнер

ISSN 2227-7986
24007
9 772227 798244