№ 1 | январь 2024
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 1
январь 2024

ТРАНСНЕРАВЕНСТВО, ИЛИ КАК РАЗЛИТЬ МЁД ПО ГОРШОЧКАМ

ИНЕЙ И ТЕНЬ

СКОЛЬКО БУДЕТ СОВПАДЕНИЙ?

Enter

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА

2017 — Минобрнауки России
ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»
за лучший детский проект о науке

2021 — **БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ**
за плодотворную работу
и просветительскую деятельность

2022 — Российская академия наук
ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ ЖУРНАЛА
за лучшие работы в области популяризации науки

Журнал «Квантик» № 1, январь 2024 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор С.А. Дориченко
Редакция: В.Г. Асташкина, Т.А. Корчемкина, Е.А. Котко, Г.А. Мерзон, М.В. Прасолов, Н.А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р.К. Шагеева, И.Х. Гумерова
Обложка: художник Анна Горлач

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя:
119002, г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11.
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**

Подписка на журнал
в отделениях почтовой связи Почты России:
Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)

Онлайн-подписка на сайте Почты России:
podpiska.pochta.ru/press/ПМ068

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31**
и e-mail: **biblio@mccme.ru**

Формат 84х108/16

Тираж: 4500 экз.

Подписано в печать: 30.11.2023
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40

Заказ №

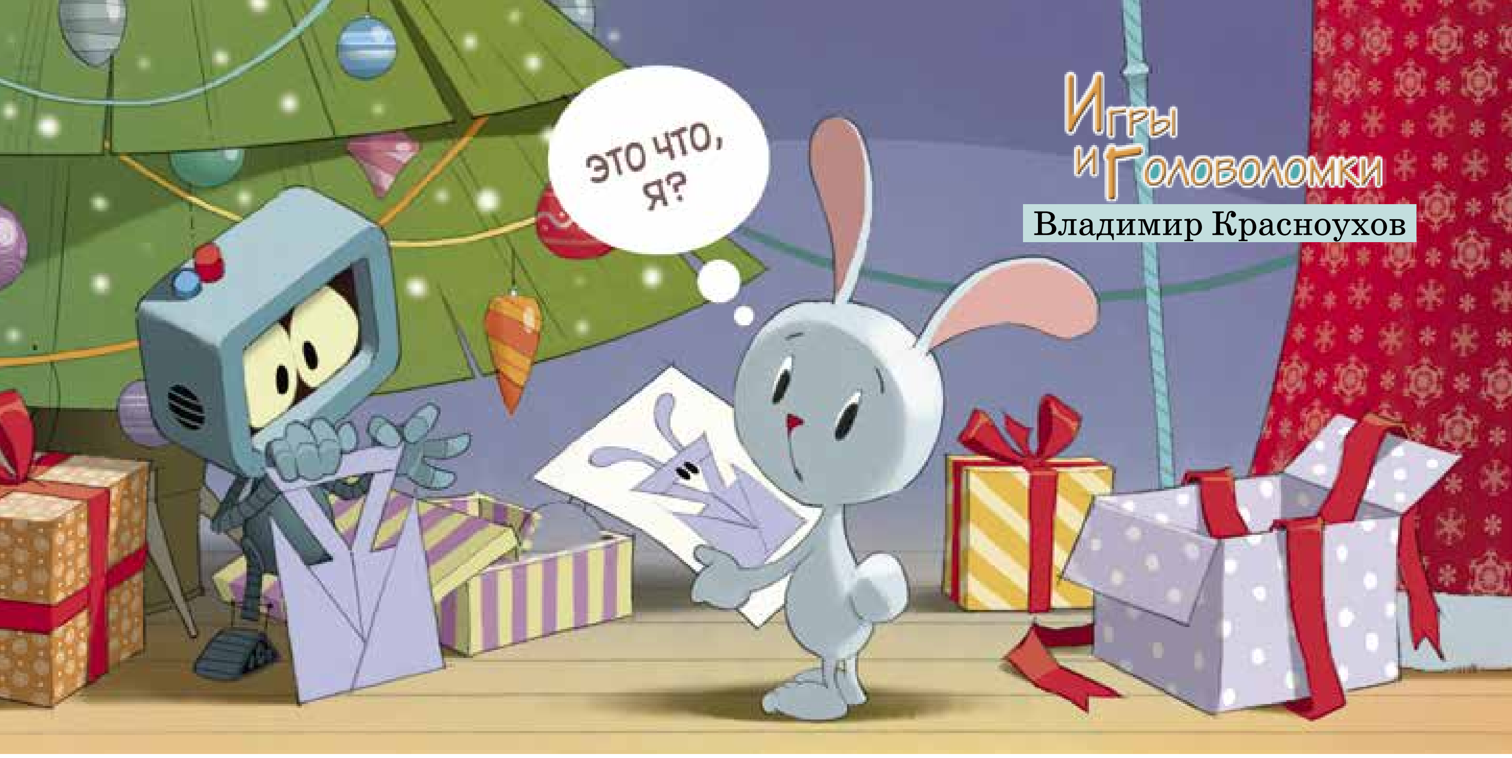
Цена свободная

ISSN 2227-7986

6+

СОДЕРЖАНИЕ

Владимир Красноухов



НОВОГОДНЯЯ ГОЛОВОЛОМКА – 2024

Как же быстро летит время... И вот опять пора готовить новогодние подарки! А вы про ёлочку не забыли?

Из фанеры, пластика или плотного картона вырежем по приведённой схеме 5 деталей (рис. 1).

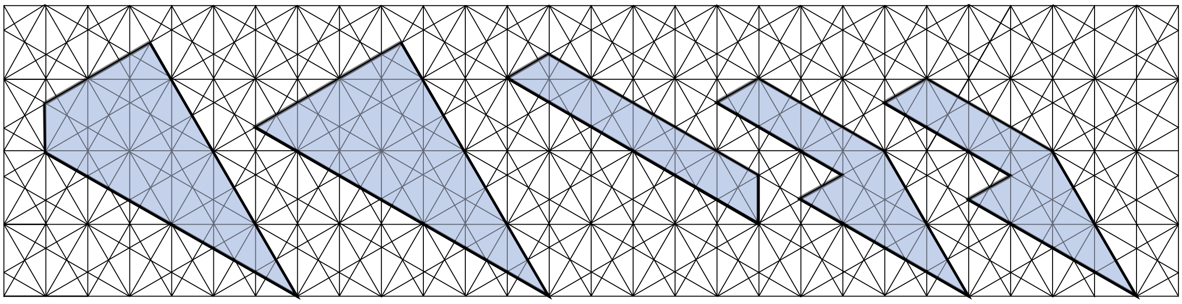


Рис. 1

Используя их, можно собрать целый ряд фигур, напоминающих предметы быта (чайник, утюг и другие вещи). Некоторые образцы приведены на рисунке 2.

Ваша задача – составить из этих деталей «более новогоднюю» фигуру. Как принято в такого рода задачах, детали можно как угодно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга.

Желаем успеха!

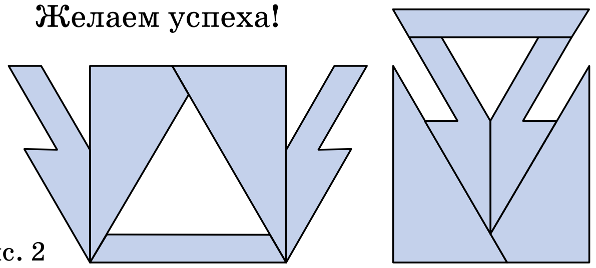


Рис. 2

Художник Алексей Вайнер

Ответ в следующем номере

Александр Блинков

оценим КОЛИЧЕСТВО УЗЛОВ и НЕ ТОЛЬКО

Мы решим несколько задач про размещение фигур на клетчатой доске.

Задача 1. Какое наибольшее количество прямоугольников 1×3 клетки можно закрасить на доске 9×9 клеток так, чтобы никакие два прямоугольника не имели общих точек?

Попробуем закрасить как можно больше прямоугольников, располагая их потеснее. Легко закрасить 12 (рис. 1). А почему нельзя больше? Вроде понятно: «зазоров» мы не оставляли, а ещё закрасить можно лишь одну клетку, не противореча условию. Но сомнения всё же остаются: вдруг, расположив прямоугольники по-другому, мы сумеем втиснуть ещё один?

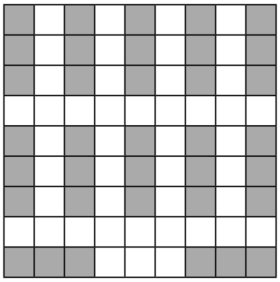


Рис. 1

Существует эффективный способ строго доказать, что больше 12 прямоугольников закрасить не получится. Любую вершину клетки назовём *узлом*. Доска 9×9 содержит $10\times10=100$ узлов (включая узлы на границе). Так как прямоугольники не имеют общих точек, каждый узел используется не более одного раза. Каждый прямоугольник 1×3 содержит 8 узлов. Чтобы закрасить 13 прямоугольников, потребуется $13\cdot8=104$ узла, а их на доске только 100. **Ответ:** 12.

Следующая задача родилась во время игры в «морской бой».

Напомним, что перед началом игры на доске 10×10 клеток расставляют один корабль из четырёх клеток, два – из трёх клеток, три – из двух и четыре одноклеточных (рис. 2). По правилам, корабли не должны касаться друг друга, даже углами.

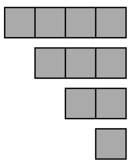


Рис. 2

Задача 2. До какого наименьшего размера можно уменьшить поле для игры в «морской бой», оставив его квадратным и сохранив правило расстановки кораблей?

Решение. Прежде чем строить пример, хорошо бы понять ответ. Для этого имеет смысл как-то оце-

нить возможные размеры поля. Подсчитаем количество узлов, которые в сумме должны занять все корабли: $10 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 60$. Какое же поле взять? Квадрат 6×6 ещё не подойдёт – в нём $7 \cdot 7 = 49$ узлов, не хватает.

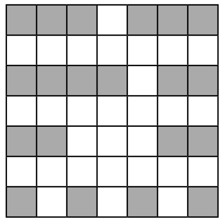


Рис. 3

А квадрат 7×7 уже мог бы подойти – в нём $8 \cdot 8 = 64$ узла. И действительно, пример расстановки приведён на рисунке 3. **Ответ:** до квадрата 7×7.

В этой задаче есть и другой способ оценки. Чтобы доказать, что квадрат 6×6 не подходит, разобьём его на 9 квадратов 2×2 (рис. 4). В каждом таком квадрате может находиться (даже частично) не более одного корабля, но всего кораблей 10. Значит, расставить их не удастся (даже если они все будут одноклеточными!).

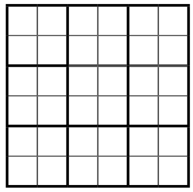


Рис. 4

Кстати, в квадрате 7×7 можно расставить и расширенный комплект с ещё одним одноклеточным кораблём.

Оценка количества узлов применима не только для стандартной клетчатой доски.

Задача 3. Треугольная доска разбита на маленькие равносторонние треугольники со стороной 1 (рис. 5). Можно ли на неё положить по линиям сетки один ромб со стороной 1 и 11 треугольников со стороной 1 так, чтобы они не соприкасались даже углами?

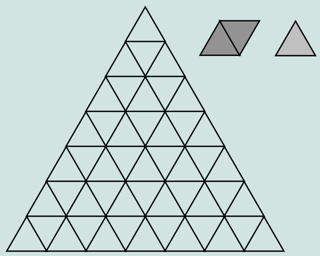


Рис. 5

Решение. На такой доске $1 + 2 + \ldots + 7 + 8 = 36$ узлов сетки. Указанные фигуры занимают $4 + 11 \cdot 3 = 37$ узлов и общих узлов у фигур быть не может, значит, разместить эти фигуры не удастся. **Ответ:** нельзя.

Метод подсчёта узлов не универсален: при решении очень похожей задачи он может не сработать.

Задача 4. Какое наибольшее количество прямоугольников размером 1×3 клетки можно закрасить на доске 10×10 клеток так, чтобы никакие два прямоугольника не имели общих точек?

По сравнению с задачей 1 увеличены размеры доски. Легко закрасить 12 прямоугольников – например, так же, как на рисунке 1, оставив свободными две добавившиеся полосы шириной в одну клетку. А хотя бы 13 никак не получается. Подсчёт узлов этого не объясняет – ведь теперь на доске $11 \cdot 11 = 121$ узел, а каждый прямоугольник содержит по-прежнему 8 узлов, и $121 : 8 > 15$.

Попробуем тогда оценить количество прямоугольников аналогично второму способу решения задачи 2. Любой прямоугольник 1×3 занимает какие-то клетки в двух соседних квадратах 2×2. Так как закрашенные прямоугольники не касаются, в этих двух квадратах нет клеток других прямоугольников 1×3. Доска 10×10 разбивается на 25 квадратов 2×2 (рис. 6). Так как $25 : 2 = 12{,}5 < 13$, то больше чем 12 прямоугольников 1×3 расположить на этой доске невозможно.

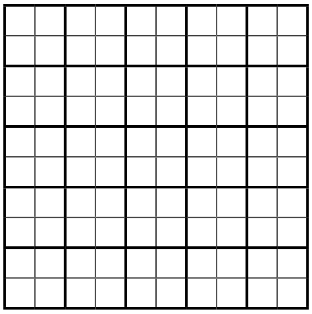


Рис. 6

Ответ: 12.

О многих методах оценки в «клетчатых» задачах можно прочитать в книжке И. Я. Сиротовского «Клетки и таблицы» (серия «Школьные математические кружки»), недавно вышедшей в издательстве МЦНМО.

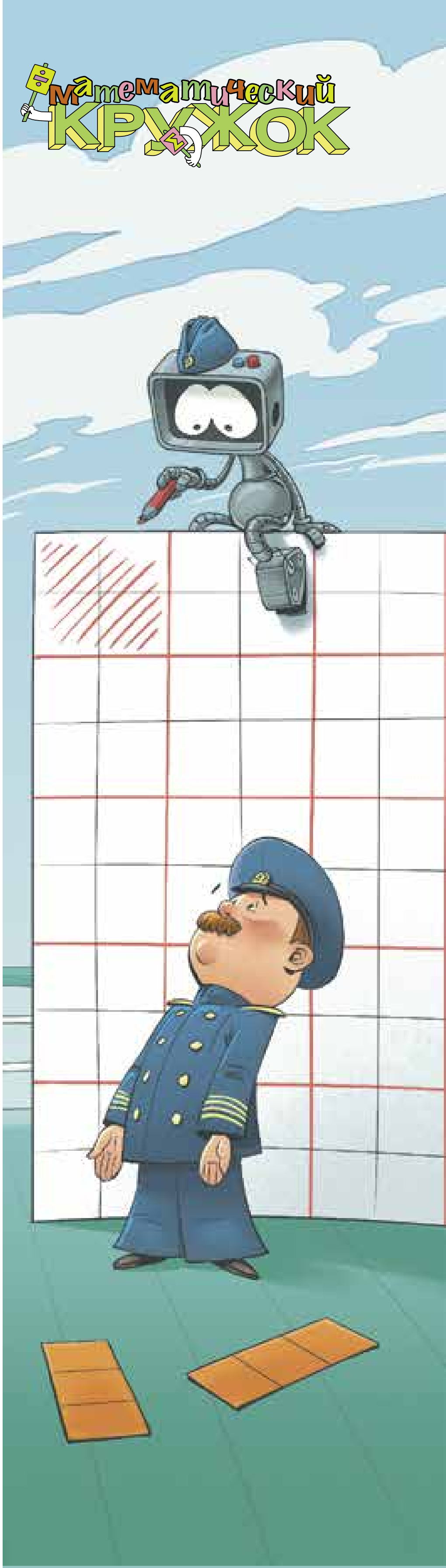
Задачи для самостоятельного решения

Задача 5. Какое наибольшее количество прямоугольников 1×4 можно закрасить на доске 10×10 так, чтобы никакие два прямоугольника не имели общих точек?

Задача 6. На треугольной доске, разбитой на одинаковые равносторонние треугольники со стороной 1, по линиям сетки расположили 7 таких же треугольников и 4 ромба со стороной 1 (рис. 5) так, чтобы они не соприкасались даже углами. Из какого наименьшего количества треугольников могла состоять доска?

Задача 7. Какое наибольшее количество королей можно поставить на клетки шахматной доски 8×8 так, чтобы они не били друг друга? (Король бьёт любую соседнюю клетку по стороне или углу.)

Решения в следующем номере



Художник Мария Усеинова

Иней и тень

Перед вами фотография, сделанная около полудня в солнечный морозный день в средних широтах.

1. Почему иней повторяет форму тени, но их границы немного не совпадают?

2. В северном или южном полушарии сделана фотография?

Автор Татьяна Корчемкина

Ответ в следующем номере

Художник Мария Усеинова

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
заочном математическом конкурсе.

Второй этап состоит из четырёх туров (с V по VIII) и идёт с января по апрель.

Высылайте решения задач V тура, с которыми справитесь, не позднее 5 февраля в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

V ТУР

21. У Квантика на часах две кнопки: одна выводит на табло дату в формате ДД:ММ, а другая – время в формате ЧЧ:ММ (количество часов принимает значения от 00 до 23). Сколько раз в году Квантик увидит правильное время, даже если перепутает кнопки?

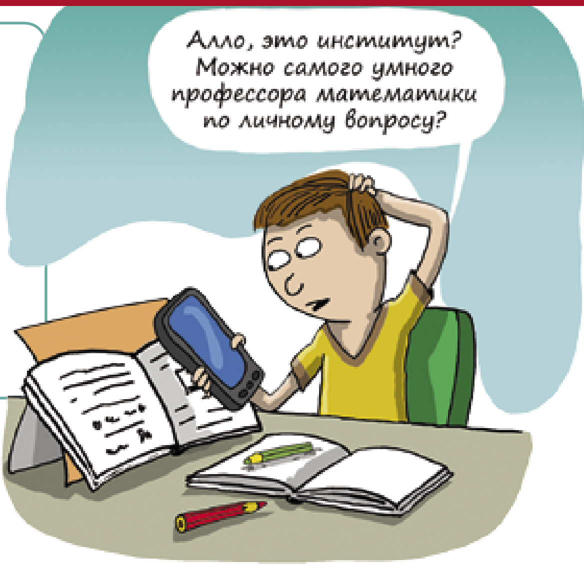
22. Можно ли какой-нибудь пятиугольник разрезать на три равносторонних треугольника (не обязательно равных)?

наш КОНКУРС

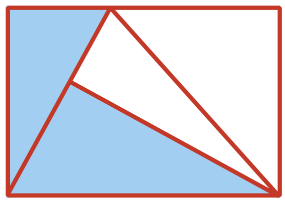
олимпиады

Авторы задач: Михаил Евдокимов (21), Егор Бакаев (22, 24), Игорь Акулич (23), Сергей Шамсутдинов (25)

23. Десятизначное число не содержит нулей и обладает такими свойствами: между любыми двумя единицами (если таковые имеются) расположено не менее одной другой цифры, между любыми двумя двойками (если таковые имеются) расположено не менее двух других цифр, и так далее, вплоть до девяток. Найдите наибольшее и наименьшее числа, удовлетворяющие этим условиям (ответ объясните).



24. Прямоугольник разрезали на четыре треугольника, как схематично показано на рисунке. Оказалось, что закрашенные треугольники равны. Докажите, что тогда и незакрашенные треугольники равны.



25. а) Расставьте 12 пешек на доске 6×6, по две на каждой вертикали и на каждой горизонтали так, чтобы никакие две пешки не били друг друга (то есть не стояли на соседних по диагонали клетках).

б) Расставьте 27 пешек на доске 9×9, по три на каждой вертикали и на каждой горизонтали, с выполнением того же условия.

Художник Николай Крутиков

СТРАННАЯ ЛЕСТНИЦА

Зачем у этой лестницы ступеньки такой формы? На первый взгляд, подниматься по ней сложнее, чем по обычной, – ведь каждая ступенька подходит либо только под левую, либо только под правую ногу.

Авторы Татьяна Корчемкина, Григорий Мерзон

Художник Алексей Вайнер

ISSN 2227-7986
9 772227 798244 24001