ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 8 | август 2022

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

№ 8

август 2022

ЗАГАДОЧНЫЙ ЧАЙНИК

МЫШКИ И ПРОБИРКИ

БУМАЖНЫЙ ВЕРТОЛЁТ

Enter

Продолжается ПОДПИСКА на журнал «КВАНТИК» на оставшиеся месяцы 2-го полугодия 2022 года

онлайн-подписка на сайте Почты России:

podpiska.pochta.ru/ПМ068

по этой ссылке вы можете оформить подписку и для своих друзей, знакомых, родственников

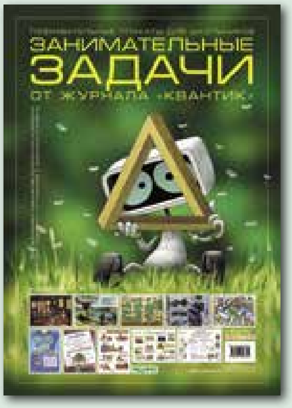
другие варианты подписки:

kvantik.com/podpiska

подробно обо всех способах подписки, в том числе о подписке в некоторых странах СНГ и других странах, читайте на нашем сайте

НАШИ ИЗДАНИЯ

Редакция «Квантика» выпустила три набора плакатов с занимательными задачами из журнала:



Каждый набор содержит 10 плакатов формата А2 с задачами и ответы.
Плакаты хорошо подходят для оформления школьных кабинетов математики и физики.
Их можно использовать на кружках, в детских лагерях и дома

Как купить: в магазине «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА» (адрес: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11), в интернет-магазине biblio.mccme.ru и других (см. список на сайте kvantik.com/buy)

www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru
t.me/kvantik12
vk.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com

Журнал «Квантик» № 8, август 2022 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина, Е. А. Котко, Г. А. Мерзон, Н. М. Нетрусова, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**
Подписка на журнал в отделениях почтовой связи
- **Почта России:** Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
- **Почта Крыма:** Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя (индекс **22923**)
- **Белпочта:** Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Украина. Казахстан» (индексы **14109** и **141092**)

Онлайн-подписка на сайтах
- Почта России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
- агентство АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
- Белпочта: **kvan.tk/belpost**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84x108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 07.07.2022
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831) 218-40-40
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ

Валерия Сирота

Четырёхмерный кубик: развёртка

В статье из «Квантика» № 7 за 2022 год мы научились рисовать четырёхмерный кубик. Может, теперь его сделать? Из подручных материалов.

Совсем сделать, конечно, не получится. Ведь у нас всё-таки нет здесь четырёхмерного пространства, в котором такой кубик можно было бы хранить. Но зато можно сделать выкройку – развёртку – и подождать, когда кто-нибудь четырёхмерный её сложит в куб.

Действительно, когда мы делаем трёхмерный бумажный кубик, мы сначала рисуем на бумаге плоскую развёртку из шести квадратов – например, латинский крест (рис. 1). И эта развёртка, заметьте, двумерная! Её могли бы сделать и плоские человечки, живущие на листе бумаги. Потом мы её сворачиваем в куб, а вот это плоские человечки уже не могут: мы используем наше третье измерение.

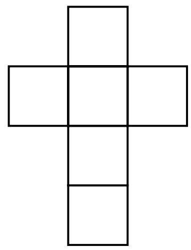


Рис. 1

Трёхмерный куб мы собирали из двумерных граней. А из чего же собирать четырёхмерный? Из трёхмерных кубиков, конечно! В прошлый раз мы выяснили, что их понадобится 8 штук – столько, сколько 3-граней у 4-куба. И склеивать их нужно будет уже не рёбрами, как кубик, а гранями – ведь у двух соседних 3-граней есть общая двумерная (квадратная) грань. Всё, что можно, склеим у себя в трёхмерном пространстве, а остальное они уж там в своём четырёхмерном сложат.

Выкройки, как и для двумерного кубика, могут быть разные. Проще всего сделать «обобщение» латинского креста: ведь мы знаем, что в четырёхмерном кубе все двумерные грани должны соединять какие-то две 3-грани, «свободных» двумерных граней не должно оставаться; так же, как в трёхмерном кубе не болтаются ни к чему не приклеенные рёбра. Итак, берём 8 кубиков и склеиваем их – и вуаля! Развёртка готова (рис. 2).

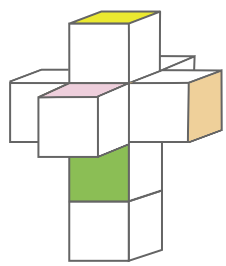


Рис. 2

Теперь нужно разобраться, как наша выкройка будет потом, в четырёхмерье, складываться. Тут придётся потренировать наше почти уже 4-мерное воображение!

Задача 1. Найдите на развёртке (рис. 2) те двумерные грани, которые при сборке 4-куба склеиваются с раскрашенными гранями.

Задача 2. Считая, например, что синий куб на рисунке 3 – это «центральный» кубик развёртки (тот, который нам из нашего трёхмерного пространства совсем не виден за остальными), найдите на рисунке 3 все остальные кубики развёртки. Например, какому элементу развёртки соответствуют кубы, покрашенные на рисунке 4?

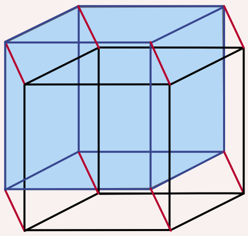


Рис. 3

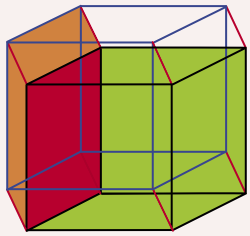


Рис. 4

Заметьте, что мы не можем разглядеть один из кубиков нашей развёртки ни с какой стороны – он полностью закрыт соседями. Так же и плоские человечки, когда смотрят на латинский крест, не видят центрального квадрата. Но можно сделать такую развёртку, чтобы им были видны все квадраты. Так же и мы – если захотим, можем переклеить одну из будущих 3-граней так, чтобы в новой развёртке нам были видны все кубики.

Задача 3. Предложите такую развёртку 4-куба, у которой видны все 3-грани. Сможете ли вы придумать (нарисовать или сделать) такую развёртку 4-куба, в которой каждый кубик-3-грань соединён не более чем с двумя другими?

Из каждой развёртки обычного 3-куба можно получить много развёрток 4-куба: достаточно к каждому её квадрату приклеить кубик, получив похожий на латинский крест «плоский слой» (высотой в один кубик), потом к этому плоскому слою приклеить ещё два кубика: один с одной стороны (к любому кубику слоя!), второй – с другой (тоже к любому кубику).

Так, например, получается развёртка на рисунке 2. Но бывают и такие развёртки 4-куба, которые из развёрток 3-куба не получишь.

Задача 4. Придумайте такую развёртку единичного 4-куба, которая помещается в коробку $4\times4\times2$.

Задача 5. Раз уж вы так здорово освоились с четырёхмерьем, то наверняка сможете нарисовать все 11 разных развёрток обычного, трёхмерного куба. Развёртки, отличающиеся поворотом или отражением, разными не считаются.

Теперь, когда вы умеете рисовать и даже почти изготавливать четырёхмерные кубики, вы, конечно, понимаете, что можно рисовать и пятимерные, и шестимерные... А вдруг на самом деле мы живём в каком-нибудь таком «пространстве большей размерности», пяти- или там десятимерном? Так плоские человечки или одномерные червяки могли бы жить у нас в трёхмерии, сами того не замечая и ничего не видя снаружи от своей плоскости... Мы живём, а пятимерные существа иногда подходят и смотрят «оттуда» на наш трёхмерный мир? Что ж, такое не исключено...

А что, если в одном четырёхмерном пространстве находятся сразу два трёхмерных мира (говорят: подпространства)? Могут они там поместиться? А может быть, жителям этих миров можно как-нибудь переходить из одного в другой? Или хотя бы что-нибудь передавать?.. Подумайте: каким может быть такой «портал», соединяющий миры?

(*Подсказка.* Прежде чем придумывать про 4-мерье, можно «упростить задачу на одно измерение» и посмотреть, как это устроено в нашем трёхмерном пространстве. Какие пространства и как в него могут «помещаться»?)

И ещё. Двумерным человечкам не обязательно жить на плоскости. Они могут жить и на какой-нибудь изогнутой поверхности, например на сфере – на оболочке большого шара... Нам, смотрящим на них снаружи, это было бы хорошо видно. А как они могли бы догадаться об этом сами? Может, и наше трёхмерное пространство – какое-нибудь кривое? Как мы могли бы это проверить?

Художник Мария Усеинова

КАРТА ОСАДКОВ

На рисунке ниже можно увидеть, где идёт дождь (и насколько сильный). А можно ли понять, в какую сторону дует ветер в Москве?

Ответ в следующем номере

Автор Максим Прасолов

Художник Екатерина Ладатко

Максим Прасолов

Выдавить воду

1. Как мы пьём воду через трубочку? Почему жидкость вытягивается из стакана? Или она чем-то выталкивается?

2. Чтобы набрать воды из такой бутыли, нужно несколько раз нажать на помпу, которая накручена на бутыль сверху. Как это работает? Что заставляет воду подниматься?

3. За городом можно встретить такие сооружения. Зачем они?

4. На кухне установлен фильтр для воды. Из водопровода вода проходит через фильтр очень медленно, тонкой струйкой, и накапливается в плотно закрытом баке. Открыв кран над баком, можно набрать фильтрованной воды.

Когда воды в баке мало, то, если открыть кран, вода не потечёт. Но если бак заполнен существенно, вода из открытого крана побежит, причём гораздо быстрее, чем через фильтр. Как так получается? Что толкает воду наверх?

Художник Мария Усеинова

Ответы в следующем номере

ДЕТЕКТИВНЫЕ ИСТОРИИ

Сергей Дориченко

ЗАГАДОЧНЫЙ ЧАЙНИК

– ... А всему виной вот этот предмет. – Холмс поставил на стол изящный заварочный чайник.

– Но ведь чай пили все, а яд подействовал только на сэра Артура и частично на сэра Майкла. Не разумнее ли предположить, что отраву подсыпали в их чашки?

– Это трудно сделать незаметно.

– Но если яд находился в чайнике...

– Который, кстати, остывает, – прервал Ватсона Холмс и налил себе чаю. – И вам, мой друг? Или предпочитаете молоко?

Ватсон с недоверием смотрел на предмет их обсуждения в руках Холмса.

– Пожалуй, молоко.

– Как угодно! – и Холмс поднёс чайник к чашке Ватсона.

– Простите, Холмс, я же сказал, что предпо... – Ватсон остановился на полуслове: из чайника в его чашку лилось горячее молоко.

– Как? В чайнике молоко? Но вы же только что налили себе из него чаю!

– И, пожалуй, стоит ещё чуть добавить, – ответил Холмс, наполняя свою чашку доверху из того же чайника.

– А вам ещё чуть молока? – Холмс снова наклонил чайник, но теперь из него полилось молоко.

– Но как, Холмс? Из одного и того же чайника льётся то чай, то молоко? Ведь вы же просто наклоняете его.

– Наблюдательность, Ватсон, – вот то качество, которое вам всё ещё следует совершенствовать. Впрочем, возьмите чайник. Что вы про него скажете?

– С виду ничего необычного: крышка, ручка, носик, дырочка напротив, чтобы жидкость лучше текла... Откроем крышку. Хм, не открывается. А, её нужно открутить, видимо, страховка, чтобы не вываливалась при наклоне. Холмс! Но внутри только чай!

– Откуда же взялось молоко?

– Наверное, двойное дно! Но чтобы это проверить, мне придётся разбить чайник.

– Это почти то же, что затоптать следы, можно упустить важные детали. Многие преступления, мой дорогой друг, не были раскрыты сразу только потому, что внешний осмотр не был тщательным.

– Но я же рассмотрел чайник со всех сторон!

– А снизу?

– Снизу? А тут ничего нет... хотя... странно – внизу ручки тоже имеется маленькая, явно бесполезная дырочка. Из неё ничего не течёт, может, это чтобы ручка меньше нагревалась? Сдаюсь – я осмотрел всё, разве только в носик не заглянул.

– Ватсон, вы делаете успехи!

– О, а в носике перегородка. Кажется, понимаю: она делит внутренность чайника пополам. Но как заставить жидкость литься то из одной части, то из другой?

– Я повторю фокус ещё пару раз, но смотрите во все глаза. – Холмс взял чайник в руки.

– Заметили что-нибудь?

– Кажется, вы немного передвигаете пальцы. Похоже, то закрываете, то открываете дырочки.

– Именно, Ватсон, именно. Когда я зажимаю пальцем верхнюю дырочку, течёт молоко, а когда нижнюю – чай.

– Невероятно! А почему?

– Физика, мой друг. Как вы заметили, крышка в чайнике закручивается, как в термосе – чтобы закрыть чайник герметично. Каждая ёмкость имеет два выхода наружу – тонкий носик и дырочку.

– Боже, это же ясно как день! Если дырочка закрыта пальцем, жидкость не потечёт! Как только она пытается вытечь, воздух внутри разрежается, и воздух снаружи заталкивает её обратно.

– Именно! А кто обратит внимание на то, зажата или нет верхняя дырочка? А уж нижнюю дырочку на ручке можно зажать или открыть совсем незаметно.

– Так, значит, преступник...

– Налил чай в обе ёмкости. В нижнюю – с помощью шприца, и добавил туда яд. Всем гостям он разливал чай, зажав нижнюю дырочку, а сэру Артуру – зажав

верхнюю. Вот, собственно, схема. – И Холмс набросал на салфетке рисунок дьявольского изобретения.

– А кто же тогда преступник?

– Конечно, тот, кто разливал чай: сэр Майкл.

– Брат сэра Артура?

– Для страховки он и сам принял небольшое количество яда, чтобы отвести от себя подозрение. Просто налил себе чаю, открыв обе дырочки. И отпил совсем немного. Полиция тут же решила, что кто-то хочет извести всю их семейку.

– Рискованный человек!

– Конечно: ведь небольшое количество яда попадало из нижней ёмкости во все чашки. Но в таких дозах яд безвреден.

– Вы ясновидец, Холмс! Но... может, аккуратно разрезать чайник на половинки и удостовериться?

– В этом нет нужды. Если обработать внутренности камер специальными веществами, это можно увидеть и с помощью X-лучей.

– Каких лучей?

– Это новейшее изобретение немецкого физика Вильгельма Конрада Рентгена. Я думаю, оно ещё послужит криминалистике, а в будущем о нём будут писать даже в детских журналах.

***

Разумеется, Шерлок Холмс оказался прав. А устройство загадочного чайника теперь можно детально рассмотреть даже на видео – например, по ссылке kvan.tk/strange-teapot в интернете.

Художник Алексей Вайнер

Этюд Рети

На рисунке вы видите шахматную позицию, ход у белых. Кажется, белые точно проиграют: белый король не успевает догнать чёрную пешку, движущуюся вниз в ферзи, а чёрный король легко справится с белой пешкой, не дав добраться до верха. И тем не менее белые могут добиться ничьей, и поможет им в этом геометрия шахматной доски. Как?

Можете использовать при решении, что белым здесь для ничьей достаточно превратить свою пешку в ферзя, которого не съедят в ответ этим же ходом. Ну или съесть чужую пешку, конечно.

Художник Екатерина Жиркова

Константин Кноп

Мышки и пробирки

Задача. Представьте, что вы работаете в лаборатории, которая должна запустить испытание на добровольцах новой вакцины. Для этого вы сделали партию из 240 пробирок с вакциной. К сожалению, в одну из пробирок по ошибке вместо вакцины поместили вещество, опасное для человека, причём эта пробирка внешне никак не отличается от остальных.

Вам нужно как можно скорее найти неправильную пробирку и отправить в клинику остальные 239. Для этого можно использовать белых лабораторных мышей: вакцина не окажет на них никакого эффекта, а ошибочное вещество, даже капля его, приведёт всего лишь к тому, что шерсть мышки окрасится в зелёный цвет не позже, чем через сутки. Но у вас только 8 мышек! Как решить эту задачу? Точнее, как это сделать за минимально возможное время?

Идея первая

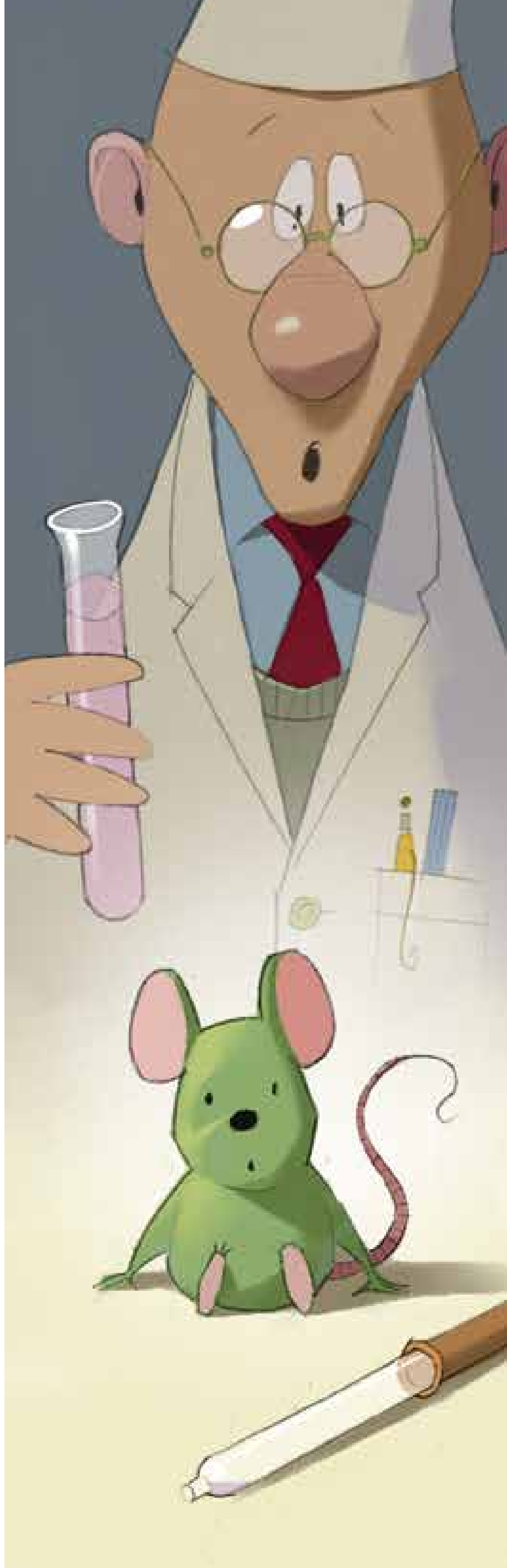
Как говорили древние, «разделяй и властвуй». Попробуем… Сначала сделаем 8 смесей, капнув в каждую из них по капле из 30 разных пробирок и дав каждую смесь какой-то из мышек. Тогда через 24 часа одна из мышей позеленеет и дальнейшее её участие в тестах станет бессмысленным. Но свою роль она уже сыграла: мы всего за сутки уменьшили число «подозрительных» пробирок с 240 до 30.

Хорошо, будем продолжать. У нас осталось 7 белых мышек. Возьмём из 30 пробирок ещё по капле в 7 новых смесей – в нескольких смесях будут смешаны 4 пробирки, а в остальных по 5. Через 24 часа позеленеет ещё одна мышка, но теперь мы будем точно понимать, что «краситель» находится в какой-то из тех пробирок, которые участвовали в её смеси. То есть под подозрением останутся не более пяти пробирок, а белых мышек ещё шесть. А значит, за третьи сутки мы точно найдём ошибочную пробирку.

Трое суток – прекрасный результат. Но пока неясно, как доказать его оптимальность, а значит, у нас остаётся вопрос: а нельзя ли его улучшить?

Идея вторая

Когда мышка становится зелёной, она тем самым сообщает нам информацию о том, в каких пробирках



может находиться краситель. Но когда мышка остаётся белой, она тоже сообщает нам информацию: мы понимаем, в каких пробирках красителя точно нет. Например, если в первый день ни одна мышка не поменяла цвет, то ни в одной из пробирок, откуда мы капали смеси для мышек, красителя не было. Иначе говоря, мы могли бы сразу же составлять из 240 пробирок не 8 разных смесей, а 9 (по 26 или 27 пробирок в одной смеси). К сожалению, эта прекрасная идея не позволяет уменьшить время определения ошибочной пробирки. Нужны ещё идеи!

Следующая идея – не бояться зелёных мышек. Почему мы делили смеси так, чтобы из каждой пробирки брать только одну каплю и давать её только одной мышке? Видимо, мы не хотели, чтобы за один день сразу много мышек позеленели и стали бесполезными для дальнейших тестов. Но почему бы не позволить себе сделать зелёными, например, двух мышей? Давайте подумаем, а на сколько групп тогда мы могли бы разделить все 240 пробирок? Будем маркировать каждую группу номерами мышек, которым достанется эта группа. Тогда у нас получается такой список групп: $\{\varnothing, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, (1,2), (1,3), \ldots, (7,8)\}$ (символом $\varnothing$ обозначена «пустая» группа). То есть у нас одна группа, которую мы не дадим ни одной мышке, 8 групп, которые достанутся только какой-то одной мышке, и ещё 28 групп, которые достанутся паре мышек – для каждой пары будет своя группа. Итого получается 37 групп, а это значит, что в каждой группе даже после первого дня окажется не более 7 пробирок ($7 \cdot 37 > 240$), и тогда, похоже, пробирку с красителем удастся найти всего за два дня. Ура!

И два дня тоже не минимум!

Если мы хотим уложиться ещё быстрее, чем в два дня (то есть за один день!), мы должны быть согласны перекрасить в этот день хоть всех мышей: на следующий день они нам уже не нужны. И, соответственно, это означает, что мы должны постараться каждой пробирке сопоставить своё, уникальное, подмножество мышек, которые получат по одной капле из этой пробирки. Получится ли у нас это? Давайте сосчитаем количество возможных подмножеств. Проще всего это делать так: каждая мышка либо входит в подмножество, либо нет, то есть её вхождение можно закодировать одним битом – 0 или 1. Всего для 8 мышек получится 8 битов, то есть $2^8=256$ различных подмножеств. Это точно больше, чем 240, значит, мы укладываемся!

Давайте опишем, как это выглядит «с точки зрения мышек». Мы кодируем пробирки двоичными числами. За каждой мышкой закреплён свой двоичный разряд, и если в этом разряде у данной пробирки стоит 1, то капля из этой пробирки мышке достаётся, а если 0 – то нет. В итоге, поскольку ошибочна ровно одна пробирка, позеленеют ровно те мышки, которые получили каплю из неё, и по подмножеству зелёных мышек мы однозначно восстановим «кодировку» пробирки с красителем.

Другая задача

Как быть, если пробирок по-прежнему 240, но мышек не 8, а всего 5?

Поскольку $2^5=32$, уложиться в один день не выйдет. А в два дня сможем?

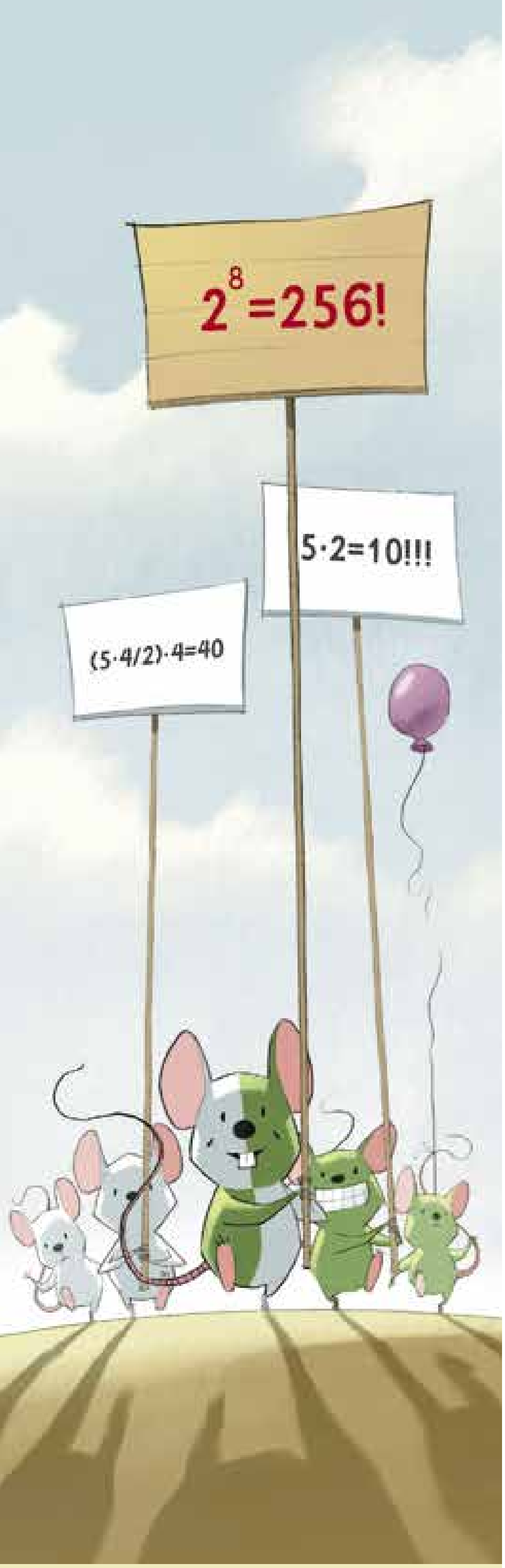
Да. Приведём два немножко разных описания этого.

Сначала сделаем смеси для первого дня. Начнём с одной пробирки, из которой по капле получат все 5 мышек. Добавим $5\cdot 2=10$ пробирок, из которых вольём по капле четырём мышкам (каждая из пяти четвёрок получает капли из своей пары пробирок). Затем добавим ещё $(5\cdot 4/2)\cdot 4=40$ пробирок, из которых по капле получат все тройки мышек – каждой тройке соответствуют 4 пробирки. Продолжим: $(5\cdot 4\cdot 3/6)\cdot 8=$ $=80$ пробирок для пар мышек, $(5\cdot 4\cdot 3\cdot 2/24)\cdot 16=80$ для «одиночек» и, наконец, 32 пробирки ещё можно оставить нетронутыми. Всего удаётся «обслужить» $1+10+40+80+80+32=243$ пробирки.

Всем накапали, ждём.

Через сутки смотрим, сколько мышек не изменило свой цвет. Группа из k зелёных мышек однозначно определяет 2^{5-k} пробирок, из которых капали именно этой группе. А дальше у нас есть $5-k$ оставшихся мышей и 2^{5-k} подозрительных пробирок – то есть перед нами стоит ровно та задача, которую мы выше научились решать за один день!

Вроде всё, только вот описание кажется очень сложным. Нельзя ли объяснить проще? В этой задаче, в отличие от первой, для каждой мышки и каждой пробирки есть не две, а три возможности:



0) мышка не получает каплю из этой пробирки ни в первый, ни во второй день;
1) мышка получает каплю из пробирки в первый день;
2) мышка получает каплю из пробирки во второй день.

Почему нет варианта «мышка получает каплю из пробирки и в первый, и во второй день»? Потому что если пробирка окажется ошибочной, то во второй день мышка уже изначально будет зелёной. Иначе говоря, во второй день мы можем располагать только теми мышками, которые не получали каплю из этой пробирки в первый день.

Итак, три возможности для одной мышки – а сколько тогда возможностей для пяти мышек? Ясно, что их $3^5 = 243$. Ура, мы нашли очень естественную и понятную «кодировку» и для этой задачи – это троичная система счисления. Как и в предыдущей задаче, троичная запись позволяет для каждой пробирки однозначно выяснить, каким именно мышкам нужно налить каплю в первый, а каким – во второй день, и кодировки всех пробирок разные, то есть по результату (часть мышек позеленела после первого дня, часть – после второго, остальные остались белыми после двух дней) мы сможем выяснить кодировку единственной ошибочной пробирки.

А дальше?

Разумеется, наибольшее число пробирок, для которого задачу удаётся решить за N дней, может быть вычислено с помощью записи чисел в $(N+1)$-ичной системе, где число разрядов равно числу мышек.

А как ещё можно обобщить эти задачи?

1. Что, если краситель мог оказаться не ровно в одной, а, например, «не более чем в двух пробирках»?

2 (автор – Сергей Грибок). Что, если какая-то мышка (или «не более чем одна мышка») может позеленеть не только от красителя, но и по естественным причинам – например, от зависти? Исследовать причину нам некогда, так что приходится придумывать полностью новое решение – такое, в котором учитывается возможность естественной смены окраски.

Обе эти версии очень непросты. Если вы считаете, что умеете их правильно решать и доказывать оптимальность полученного результата, – обязательно отправьте своё решение в редакцию «Квантика»!

Художник Алексей Вайнер

ЧТО ПОЧИТАТЬ?

МЕТАМОРФОЗЫ БУКВ И СЛОВ

Недавно в издательстве «Альпина нонфикшн» вышла книга химика и популяризатора науки Ильи Леенсона «Четыре дамы и молодой человек в вакууме: Нестандартные задачи обо всём на свете». Вот несколько лингвистических вопросов из этой замечательной книги.

КУДА ПОДЕВАЛСЯ ПИФАГОР?

В томе $\mathrm{XXIII}^{\mathrm{А}}$ «Энциклопедического словаря Ф. А. Брокгауза и И. А. Ефрона» (СПб., 1898) на с. 747 идут подряд три статьи: «Питъ Сухой» (река в Енисейской губернии), «Пифферари» (бродячие музыканты в Италии) и «Пихало» (орудие для выгребания из печи положенного для просушки зерна). Нет сомнения, что все эти статьи очень важны для расширения кругозора, но почему же рядом нет статьи о знаменитом древнегреческом математике Пифагоре?

ДВОЙНОЙ ДУБЛЬ

Буква *W* похожа на удвоенную букву *V*. Но по-английски она называется «double u», хотя никак не похожа на двойную букву *U*. Как вы думаете, откуда у неё такое название?

«БЭ», А НЕ «ВИ»

Однажды между Эразмом Роттердамским (1469–1536) и Иоганном Рейхлином (1455–1522) возник спор о способе чтения некоторых букв в древнегреческом языке. Рейхлин считал, что букву Β, β в древнегреческих текстах нужно называть так же, как её называли современные ему греки, то есть «вита», и произносить как «в». А букву Η, η – соответственно называть «ита» и произносить «и», как в новогреческом языке. Эразм же считал, что эти буквы следует называть «бетой» и «этой» и читать как «б» и «э». По преданию, Эразм смог неопровержимо доказать, что βη необходимо читать как «бэ», а не «ви», обнаружив это сочетание букв в произведении комедиографа Кратина (VI–V века до н. э.), старшего современника Аристофана; или, по другим сведениям, – поэта Гесиода (VIII–VII века до н. э.). Как вы думаете, о чём шла речь в том фрагменте, где встречалось это буквосочетание?

СТРАННЫЙ КРИК

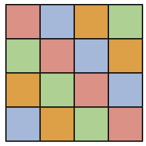
Прибывшие впервые в Грецию туристы из России при выходе из здания аэропорта были удивлены возгласами: «Метафора, метафора!» Кто это кричал и зачем?

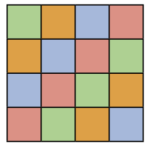
Художник Елена Цветаева

Фёдор Нилов

СОВЕРШЕННЫЕ МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ

В «Квантике» №7 за 2022 год мы обсуждали магический квадрат Кхаджурахо. Это квадрат 4×4, в котором одинаковы суммы во всех строках, столбцах, двух диагоналях, всех пандиагоналях (каждая такая диагональ состоит из четырёх клеток одного цвета на рисунке справа), а также во всех девяти квадратах 2×2. Назовём квадраты 4×4, для которых выполняются все эти условия, *дьявольскими*.





Всего дьявольских квадратов $24 \cdot 16$, но все они получаются из трёх квадратов на картинке ниже такими операциями: сдвиги по горизонтали (крайний столбец переезжает на другую сторону), сдвиги по вертикали, повороты и перевороты.

1	8	13	12
14	11	2	7
4	5	16	9
15	10	3	6

1	12	7	14
8	13	2	11
10	3	16	5
15	6	9	4

1	8	11	14
12	13	2	7
6	3	16	9
15	10	5	4

Существует другой подход к построению дьявольских квадратов. Сначала все числа в квадрате уменьшаются на 1, то есть теперь в квадрате расставляются числа от 0 до 15. Далее каждое число представляется в двоичной системе счисления или, иначе говоря, как сумма степеней двойки. Например, $7 = 1 + 2 + 2^2$. Затем отдельно составляются 4 квадрата 4×4, каждый из которых отвечает за свой разряд, то есть за свою степень двойки. В каждой ячейке такого квадрата стоит или 0, или соответствующая степень двойки. Для каждого квадрата должно выполняться равенство всех рассматриваемых сумм.

В итоге эти 4 квадрата складываются поэлементно. Важно, чтобы в ячейках итогового квадрата встретились все числа от 0 до 15. Пример такого построения указан на рисунке:

0	0	8	8
8	8	0	0
0	0	8	8
8	8	0	0

+

0	4	4	0
4	0	0	4
0	4	4	0
4	0	0	4

+

0	2	0	2
0	2	0	2
2	0	2	0
2	0	2	0

+

0	1	0	1
1	0	1	0
1	0	1	0
0	1	0	1

=

0	7	12	11
13	10	1	6
3	4	15	8
14	9	2	5

Попробуйте разложить в суммы степеней двойки квадраты в начале заметки и посмотреть, как устроены соответствующие 4 квадрата.

Теперь мы будем расставлять в квадрате $n \times n$ числа от 1 до n^2. Если суммы чисел в строках, столбцах и диагоналях равны, квадрат называется *магическим*. Магический квадрат существует для любого n, отличного от 2. Для $n=3$ он всего один (с точностью до поворотов и симметрий) – квадрат Ло Шу из прошлого номера. Для $n=4$ и 5 существуют 880 и 275305224 магических квадрата, но уже для $n=6$ точное значение неизвестно.

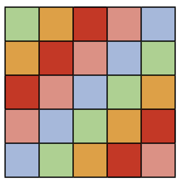
Обобщение дьявольских квадратов – *совершенные* магические квадраты, их впервые рассмотрел в 1897 году Эмори Мак-Клинток из университета Торонто. Это квадраты $n \times n$, где n кратно 4, в которых

а) одинакова сумма во всех строках, столбцах, диагоналях, пандиагоналях;

б) одинакова сумма во всех квадратах 2×2;

в) сумма чисел в клетках на расстоянии $n/2$ вдоль одной диагонали равна n^2+1.

Пандиагонали получаются так же, как для квадрата 4×4: стартуем из любой клетки и двигаемся вправо-вверх (или вправо-вниз); при этом пересекая границу квадрата мы телепортируемся, как в игре змейка: например, из правого верхнего угла попадаем в левый нижний. На рисунке показана половина пандиагоналей квадрата 5×5.



Отметим, что если склеить из квадрата тор, как мы это делали в прошлой заметке, клетки, фигурирующие в условии в), будут на этом торе противоположными, а пандиагонали ничем не будут отличаться от обычных диагоналей. Для квадратов 4×4 из условия а) автоматически следуют условия б) и в), однако для квадратов больших размеров это не так. С другой стороны, можно показать, что из условий б) и в) следует условие а).

В 1998 году вышла книга «Совершенные магические квадраты», в которой явно описываются все совершенные квадраты и вычисляется их число при фиксированном размере. Авторы – Кэтлин Оллереншоу и Дэвид Бри. Отметим, что первый автор была мэром Манчестера и министром образования при Маргарет Тэтчер, а книга вышла, когда ей было 86 лет.

Художник Алексей Вайнер

СЛОВА ИДОЛОВ

По рассказу Скотта Александера
Перевод Андрея Заболотского

Рассказ повествует о буднях смотрителя храма трёх всеведущих идолов, один из которых всегда говорит правду, другой – всегда лжёт, а третий отвечает случайным образом (что попало). Впрочем, посетители не ограничиваются вопросами, на которые можно ответить «да» или «нет», и идолы не остаются в долгу. Мы приводим пару небольших фрагментов – весь рассказ (в русском переводе) можно прочитать по ссылке kvan.tk/idol-words.

– Мой первый вопрос будет к центральному идолу, – сказал мужчина. Он был худ, лыс и носил аккуратные очки. – Если бы я спросил тебя, левый ли идол отвечает случайно, ты бы ответил «да»?

– **Да**, – немедленно ответил центральный идол голосом, звучавшим как колокол в безграничном пространстве.

– Ага, значит, одно из следующего должно быть правдой. Либо...

Попробуйте воспроизвести дальнейшие рассуждения посетителя, придумав ещё два вопроса идолам, чтобы определить, кто из них кто.

Человек в очках поглядел на меня:

– Я справился, не так ли?

Я пожал плечами:

– Вероятно, да. Я никогда не знаю, кто из них кто, они меняются местами каждый раз.

– Не полагается ли мне что-то?

– Скажите сотруднику сувенирного магазина, что вы решили задачу, и он даст вам скидку 50% на футболку с надписью «Я РАЗГАДАЛ ЗАГАДКУ ИДОЛОВ».

– И всё?

– Ну, я бы на вашем месте, узнав, что справа стоит Говорящий Правду, использовал бы третий вопрос, чтобы спросить про смысл жизни, или лекарство от рака, или что-то в этом роде.

– Но как тогда я бы узнал, кто из остальных – Лжец, а который – Отвечающий Случайно?

– Видимо, никак. Но они всё равно постоянно меняются местами, – я указал на дверь. – Сувенирный магазин сзади, вы его не пропустите. Назовите там промокод IDOL22, чтобы получить наши специальные предложения.

* * *

Я поднял взгляд от кроссворда. Ещё кто-то пришёл пообщаться с тремя всеведущими статуями, одна из которых всегда говорит правду, другая всегда лжёт, а третья отвечает что попало. Это был человек средних лет в хорошем костюме.

– Мой вопрос к центральному идолу: как мне преуспеть в бизнесе?

Голосом, будто специально созданным для заполнения огромных пустот, центральный идол ответил:

– Огуречный чебурек!

– Простите? – удивился вопрошающий. – Что это было?

– Огуречный чебурек! – сказал центральный идол.

– Извините, – сказал я. – Это, должно быть, идол, отвечающий случайным образом. Это из интернета. Кто-то в интернете сказал, что «огуречный чебурек» – самое случайное сочетание слов, и теперь он отвечает так.

– Эм, я думал, «отвечает случайным образом» значит «выбирает наугад из истинного и ложного ответа».

– Я тоже так думал, сэр. Честно говоря, мне кажется, иногда он нас просто троллит.

– А он точно не имел в виду, что я могу преуспеть в бизнесе, продавая огуречные чебуреки?

– Уверен, что нет, сэр.

– Почему?

– После того как он начал это говорить, мы открыли киоск с огуречными чебуреками у магазина сувениров, и он оказался катастрофически непопулярным. У вас есть третий вопрос к идолам?

– Э-э-э, этот вопрос к идолу слева. Как мне преуспеть в бизнесе?

– Выращивай шершней-убийц и приучай их нападать на всякого клиента, кто ступит в твои владе-

ния, – прошипел идол голосом, вызывавшим ощущение острых ножей.

– Сувенирный магазин сзади, киоск с огуречными чебуреками сзади и налево, приятного дня, спасибо за посещение храма.

* * *

Я посмотрел на часы. Оставался лишь час до конца моей смены в храме трёх всеведущих идолов, один из которых всегда говорит правду, другой всегда лжёт, а третий отвечает что попало.

Вошла вопрошающая. На ней были твидовое пальто и самодовольная ухмылка.

– Мой первый вопрос идолу слева. Ты ответишь на этот вопрос «нет»?

– **Да,** – ответил идол голосом, переливающимся словно солнечные лучи в алмазе.

– Значит, ты Лжец или отвечаешь что попало. Тот же вопрос центральному идолу – ты ответишь на этот вопрос «нет»?

– **Огуречный чебурек,** – сказал центральный идол.

– Следовательно, это ты отвечаешь что попало, а идол слева – с неизбежностью Лжец. Мой последний вопрос идолу справа: ты ответишь на этот вопрос «нет»?

– **Огуречный чебурек,** – сказал правый идол.

– Эй, что? Но как...

– **Не ищи больше знаний!** – произнесли все три идола в унисон. – **Изыди!**

– Нет! – закричала она. – Как же! Я перехитрила вас! Я заставила вас предать вашу суть!

Идолы безмолствовали.

Я вздохнул:

– Идите в сувенирный магазин, скажите им, что поймали идолов в хитрый парадокс, и вам дадут пятидесятипроцентную скидку на футболку с надписью «Я ПОЙМАЛА ИДОЛОВ В ХИТРЫЙ ПАРАДОКС». Не беспокойтесь, никто не проверяет, действительно ли их поймали.

– Но я действительно их поймала!

– Так держать. Извините, вы должны освободить помещение для следующего вопрошающего.

Художник Алексей Вайнер

ТАК СКОЛЬКО ЖЕ ЛЕТ СПУСТЯ?

*«Так долго вместе прожили, что вновь
второе января пришлось на вторник...»*

Так начинается стихотворение, которое Иосиф Бродский изначально озаглавил «ПРОПУСК лет спустя».

Как вы думаете, какое слово стояло вместо ПРОПУСК, если в большинстве более поздних публикаций название было изменено?

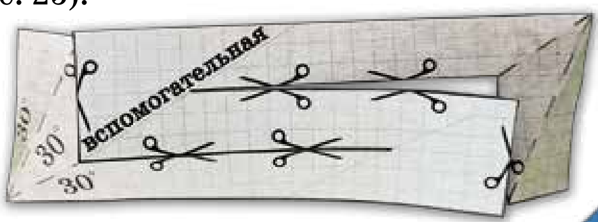
Автор Григорий Мерзон

Художник Екатерина Ладатко

Сергей Полозков

БУМАЖНЫЙ ВЕРТОЛЁТ

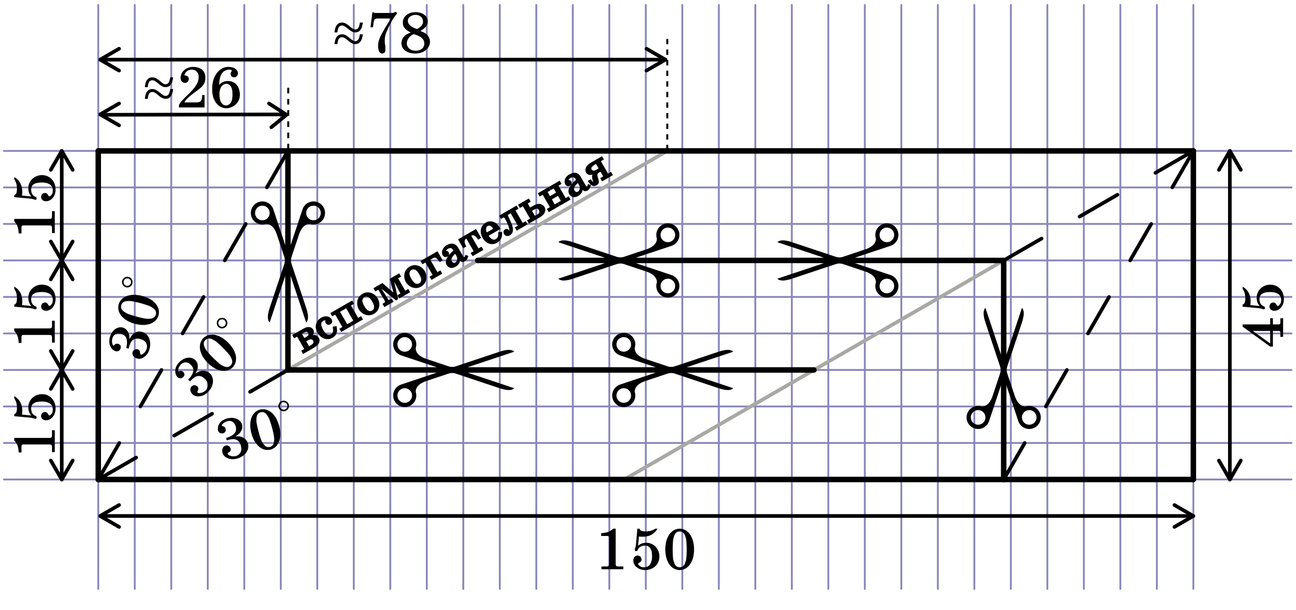
Чертим прямоугольную заготовку размером 150 × 45 мм (см. схему на с. 25).



Подойдёт офисная, цветная или клетчатая бумага: стандартная (80 г/м²), но не плотная. Пунктиры делят прямые углы на 3 равные части. Концы надрезов упираются во вспомогательные линии. Прорезаем ножницами две

буквы «L». Делаем четыре сгиба пунктирами наружу. Осталось собрать вертолёт, как показано на фото. Для запуска вертолёта держите его за середину верхней стороны. Треугольный наконечник направлен вниз. Когда вы разожмёте пальцы, конструкция начнёт вращаться.

По ссылке kvan.tk/copter-video вы найдёте видео изготовления и полёта, а по ссылке kvan.tk/copter-a4 – шесть заготовок для распечатки на листе A4.



Художник Алексей Вайнер

Загадки кнопочной NOKIA

Михаил Соколовский из 7 класса московской школы №627 заметил интересную закономерность и вместе со своей учительницей Марией Дмитриевной Неретиной написал про это Квантику.

Представим себе квадрат 3×3, в котором числа стоят по порядку (как на клавиатуре кнопочного телефона, правда, без нуля). Будем ходить по числам в квадрате как по ступенькам – то вправо, то вверх. Начать можно с любого числа, допустим, с семёрки. Вы можете подумать, что «лестница» закончилась на цифре 3 (рис. 1), но мы не будем останавливаться: делаем очередной шаг вправо и попадаем с тройки на... единицу! Следующий шаг – вверх, и мы опять выходим за пределы квадрата. Но и это не беда, в таком случае мы шагаем с единицы на семёрку. Цепь замкнулась!

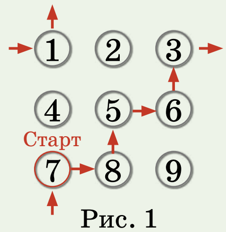


Рис. 1

Можно начинать с любого другого числа в квадрате (рис. 2) – всё равно цепь обязательно замкнётся, всего в ней будет 6 чисел, а сумма всех чисел в цепи будет равняться 30!

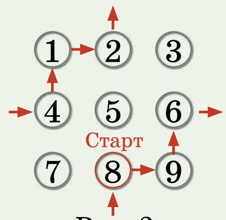
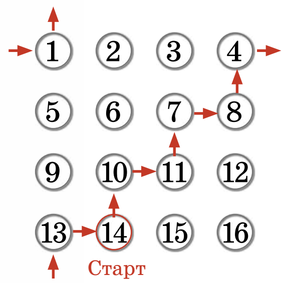


Рис. 2

Попробуйте объяснить, почему это происходит.

А ещё Михаил и Мария Дмитриевна предлагают изучить тот же вопрос и для квадратов большего размера (4×4, 5×5, ..., $N\times N$): почему цепь обязательно замкнётся и за сколько ходов, чему равна сумма всех чисел в цепи (и почему ответ не зависит от того, с какой клетки начинать)?



$$14+10+11+7+8+4+1+13=68$$

Рис. 3

Художник Ольга Демидова

Владимир Красноухов

Пара Антислайдов

Для изготовления этой головоломки вырежем из фанеры два квадрата и разграфим на клетки (рис. 1). Один квадрат разрежем на части, как на рисунке 2. «Внешнюю часть» (рамку) наклеим на второй квадрат, получится коробочка (рис. 3)

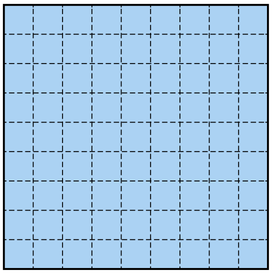


Рис. 1

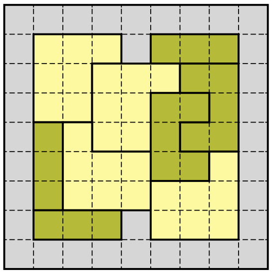


Рис. 2

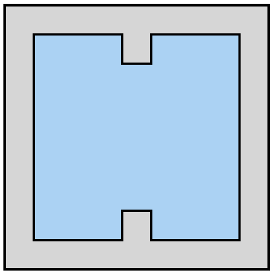


Рис. 3

Оставшиеся девять деталей – это четыре одинаковых гептамино (фигурки из 7 клеток), два пентамино и три тримино. Покрасим их все с обеих сторон: гептамино – в один цвет, а пентамино и тримино – в другой (рис. 4).

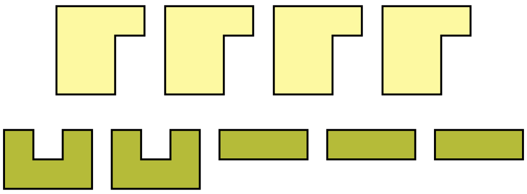


Рис. 4

А теперь – задачи.

1. Разместите все четыре гептамино в рамке в режиме антислайд (ни одну деталь нельзя никуда сдвинуть внутри коробочки) так, чтобы образовалась симметричная фигура.

2. Разместите в рамке в режиме антислайд все пентамино и тримино вместе.

Автор головоломки (В. Красноухов) утверждает, что задачи 1 и 2 имеют единственные решения. Для разминки можно начать с более простой задачи:

3 (лёгкая). Разместите в рамке все девять деталей так, чтобы каждый цвет расположился симметрично.

Желаем успехов!

Ответы в следующем номере

Художник Роман Потапов

НАШ КОНКУРС, X тур («Квантик» № 6, 2022)

46. *Два посёлка Телегино и Санкино разделены широкой рекой. В Телегино есть магазин, в который зимой ходят жители обоих посёлков, а летом, когда река оттаивает, – только телегинцы. Летом телегинцы стали тратить в магазине в 3 раза больше, чем зимой, но суммарная выручка магазина сократилась в 3 раза. Кто тратил зимой в магазине больше и во сколько раз – телегинцы или санкинцы?*

Ответ: санкинцы, в 8 раз. Телегинцы зимой тратили втрое меньше, чем летом, а значит, зимой выручка магазина девятикратно превосходила их траты. Восемь из этих девяти частей выручки магазин получал от санкинцев. Следовательно, санкинцы тратили зимой в 8 раз больше телегинцев.

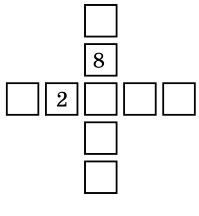
47. *Даны 9 квадратных карточек с числами 1, 2, ..., 9, одинаковые с обратной стороны. Костя выложил их в виде креста, обратной стороной вверх, и сказал Квантику только, что в строке креста числа идут по возрастанию или по убыванию, и в столбце – тоже по возрастанию или по убыванию. За ход Квантик указывает на любую из карточек, а Костя отвечает, какое там число.*

а) За какое наименьшее число ходов можно узнать, где лежит карточка 5?

б) Могло ли так случиться, что Квантик задал Косте всего два вопроса и по ответам понял про все 9 карточек, где какая лежит?

а) Ответ: за 0 вопросов. Число, стоящее в центре, больше четырёх из оставшихся (двух в строке и двух в столбце) и, аналогично, меньше четырёх из оставшихся. Поскольку чисел всего 9, получаем, что в центре всегда стоит 5.

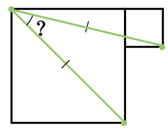
б) Ответ: да. Пусть за два вопроса Квантик узнал, что числа 2 и 8 стоят как на рисунке. Поскольку по центру стоит 5, то слева от 2 может стоять только 1 (и числа в строке идут по возрастанию слева направо), а сверху от 8 – только 9 (и числа в столбце сверху вниз идут по убыванию). Тогда в столбце лежат карточки 9, 8, 5, 4, 3, а в строке – 1, 2, 5, 6, 7.



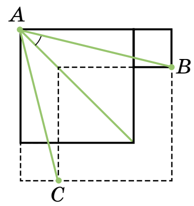
48. *В ряд стоят 36 человек, среди которых 15 лжецов (всегда лгут), а остальные рыцари (всегда говорят правду). У всех, начиная со второго, спросили про каждого из предыдущих, лжец ли он. (Например, пятому задали четыре вопроса: про первого, второго, третьего и четвёртого.) Докажите, что ответов «Да» и «Нет» было поровну.*

Поменяем стоящих рядом рыцаря и лжеца местами. Ответы тех, кто стоит в ряду до них, не изменятся; у тех, кто стоит после них, только поменяются местами «Да» и «Нет», относящиеся к этим рыцарю и лжецу. Что же до самих поменявшихся местами – обо всех предыдущих они скажут то же, что и раньше, а тот из них, кто стоит дальше, про другого всегда скажет «Да». Значит, число ответов при такой перестановке не изменится, и можно собрать всех рыцарей в конце очереди, а лжецов в начале. Всего было произнесено $(35 \cdot 36) : 2 = 630$ ответов, а «Да» отвечали только рыцари про лжецов $21 \cdot 15 = 315$ раз. Это ровно половина ответов, значит, «Да» и «Нет» было поровну.

49. *Вершины двух квадратов соединили двумя отрезками, как на рисунке. Оказалось, что эти отрезки равны. Найдите угол между ними.*

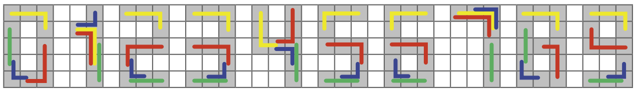


Ответ: 30°. Отразим рисунок симметрично относительно отмеченной диагонали большого квадрата. В силу симметрии $AB = AC$, и искомый угол в два раза меньше угла BAC; продлим стороны маленьких квадратов за точки B и C и построим квадрат с диагональю BC. Его сторона равна стороне исходного большого квадрата, то есть эти квадраты равны, и отрезок AB, равный диагонали исходного квадрата, равен и диагонали построенного, то есть $AB = BC$. Тогда треугольник ABC – равносторонний, угол BAC равен 60°, а искомый угол – его половина – составляет 30°.



50. *Федя вырезал из бумаги несколько клетчатых фигурок. Он заметил, что может сложить все свои фигурки (возможно, с наложением) так, чтобы получилась цифра 0. Аналогично все фигурки можно сложить так, чтобы получалась любая другая цифра (изображения цифр приведены на рисунке). Какое наименьшее число фигурок мог вырезать Федя?*

Ответ: 4. Если в фигурке 5 или больше клеток, то, поскольку она помещается в цифру 1, в ней есть по крайней мере 4 идущие в ряд клетки, но такая фигурка не поместится в цифру 2 – противоречие. Значит, в каждой фигурке Феди не больше 4 клеток. Цифра 8 состоит из 13 клеток, следовательно, у Феди не меньше 4 фигурок. Например, можно взять две четырёхклеточные буквы «Г», уголок из 3 клеток и прямую фигурку из 3 клеток: на рисунке ниже показано, как сложить каждую из цифр (каждой фигурке Феди соответствует линия своего цвета).



СНОВА О ЛУНОЧКАХ («Квантик» № 7, 2022)

1. Расположим головастиков на треугольной сетке (рис. 1). Заметим, что один головастик из другого получается перекладыванием одинаковых сегментов круга.

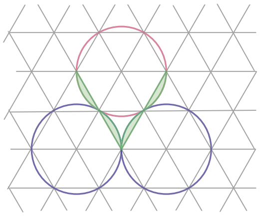


Рис. 1

2. Нарисуем равносторонний треугольник и его вписанную и описанную окружности на треугольной сетке (рис. 2). Видно, что радиус вписанной окружности в 2 раза меньше, чем радиус описанной. Вспомнив формулу площади круга $S=\pi r^2$, получаем, что если площадь вписанного круга равна x, то площадь описанного равна $4x$. Тогда площадь кольца между окружностями равна $4x-x=3x$. Если закрашенную часть повернуть на 120°, а затем ещё на столько же, то получим, что три копии закрашенной части составляют это кольцо. А значит, площадь каждой из них равна $3x/3=x$, то есть равна площади вписанного круга.

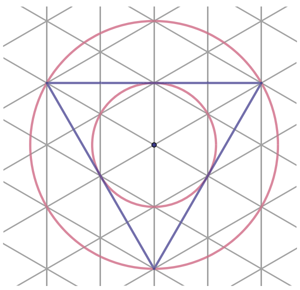


Рис. 2

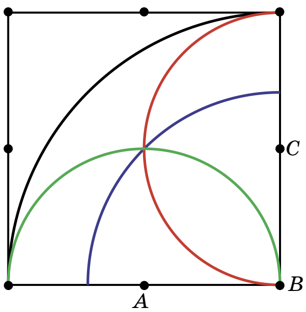


Рис. 3

3. Для удобства будем считать, что длина стороны квадрата равна 2. Посчитаем площадь этого сектора. Он составляет четверть круга радиуса 2, а значит, его площадь равна $\frac{1}{4}\pi 2^2=\pi$. Три искомые дуги проведены на рисунке 3 разными цветами. Красная и зелёная отрезают по $\frac{1}{2}$ круга радиуса $AB=1$, то есть по $\frac{1}{2}\pi 1^2=\frac{1}{2}\pi$. Синяя отрезает $\frac{1}{4}$ круга радиуса $AC=\sqrt{2}$, то есть $\frac{1}{4}\pi(\sqrt{2})^2=\frac{1}{2}\pi$.

4. Проведём окружности, как на рисунке 4. Они пересекаются в точках C и E, симметричных относительно AB. Если повторить те же действия, но с другой стороны, то построим точку F. Таким образом, имея вершины квадрата $ABCD$, можно построить вершины квадрата $ABEF$, который симметричен ему относительно стороны AB. Отражая таким образом квадраты, можем построить сколь угодно большой фрагмент квадратной решётки.

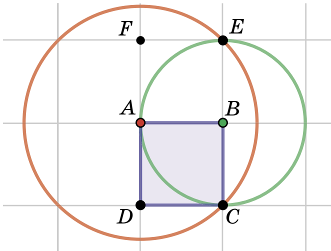


Рис. 4

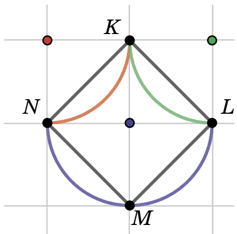


Рис. 5

а) Рассмотрим узлы K, L, M, N этой решётки (рис. 5). $KLMN$ – квадрат площади 2. Проведя дуги, как на рисунке, получим криволинейную фигуру $KLMN$ той же площади.

б) Идея этого решения такая же – возьмём сначала прямоугольник $PQRS$ с размерами $1\times n$, его площадь равна n. Мы хотим заменить его стороны на дуги так, чтобы его площадь осталась прежней. Проведём окружности с центрами в P и Q с радиусом x, пусть одна из точек пересечения – T (см. на рисунке 6 пример для $n=3$). Теперь проведём с центром в T окружность того же радиуса x. Она пройдёт через P и Q, и чем больше x, тем эта дуга будет больше «похожей на отрезок». Так же сделаем с противоположной стороной SR, с тем же радиусом x; а затем проделаем то же с другой парой сторон. Величину x надо выбрать достаточно большой, чтобы эти дуги не пересекались внутри прямоугольника. Получим криволинейную фигуру $PQRS$, площадь которой такая же, как у прямоугольника $PQRS$, то есть n.

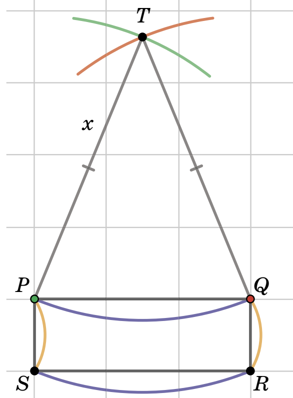


Рис. 6

ПОЛИНЕЗИЙСКОЕ КАНОЭ

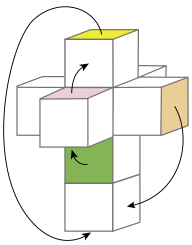
(«Квантик» № 7, 2022)

К лодке прикреплён *балансир*. Полинезия – это множество островов, разделённых водами Тихого океана, поэтому островитянам нужны были лодки, способные устоять при встрече с большими волнами. Парус позволяет лодке плыть быстрее, но зато ветер может легко опрокинуть её. Балансир, прикреплённый на длинных шестах со стороны, откуда дует ветер, действует как противовес (каноэ симметрично, нос и корма легко меняются местами). Конечно, в сильный шторм и такая лодка может перевернуться, но полинезийцы – опытные мореходы и в опасную погоду рисковать не станут.

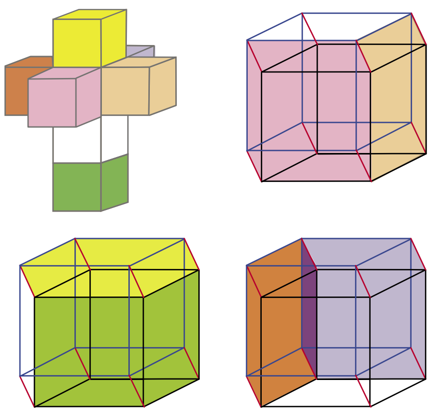
Балансиром могли служить и простое бревно, и деревянная часть, похожая по форме на лодку. Развитием этой идеи стали фиджийские катамараны – две одинаковые лодки, соединённые настилом, выдерживающим и людей, и грузы.

ЧЕТЫРЁХМЕРНЫЙ КУБИК: РАЗВЁРТКА

1.

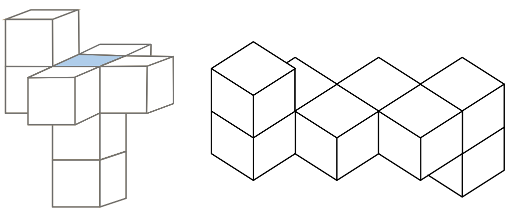


2.

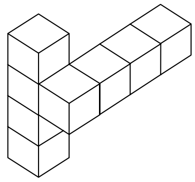


А где белый кубик?

3. Например, так:



4. Например, можно последовательно переклеить все боковые кубики «латинского креста» друг на друга – оранжевый кубик на рисунке к задаче 2 отклеить от центрального и приклеить к розовому, розовый – к бежевому, бежевый – к фиолетовому. Получится так, как на рисунке.



ЭТЮД РЕТИ

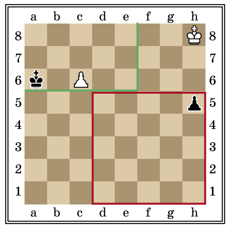


Рис. 1

Если бы белый король мог сразу войти в красный квадрат (рис. 1), он успел бы съесть чёрную пешку до того, как она станет ферзём. Но до границы красного квадрата ещё два хода.

А сразу войдя в зелёный прямоугольник, он успел бы защитить белую пешку. И снова не хватает двух ходов!

И всё же белые могут добиться ничьей, «погнавшись за обоими зайцами» – белый король идёт на поле g7, приближаясь к *обеим* пешкам!

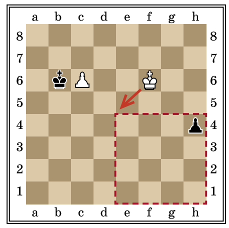


Рис. 2

Дальше надо разбирать случаи, но все они похожи. Вот самый интересный: после двух ходов белых и чёрных получилась позиция, как на рисунке 2. Кажется, стало только хуже: чёрные могут съесть белую пешку следующим же ходом, а белый король всё ещё не успевает догнать чёрную пешку... Не унываем, а снова сдвигаем короля влево-вниз! Если белую пешку съедят – белый король войдёт в красный квадрат и догонит чёрную, иначе – защитит белую. Так или иначе, итог – ничья.

МЕТАМОРФОЗЫ БУКВ И СЛОВ

Куда подевался Пифагор? Имя Пифагора по старой орфографии писалось через фиту (θ) – Пиθагоръ, вслед за греческим написанием через тету – Πυθαγόρας, и статья о Пифагоре шла в словаре позже. Во многих западноевропейских языках греческая θ перешла в th (например, англ. Pythagoras).

Двойной дубль. Когда-то *U* и *V* были разными вариантами начертания одной буквы. Букву *V* удобнее высекать на камне, поэтому в древнеримских надписях обычно встречается *V*. Примерно с X века начертание *V* стало использоваться в качестве первоначальной прописной буквы, а начертание U встречалось в основном в середине слова. До XV века строчные u и v использовались вперемешку. Название буквы w — напоминание о тех временах, когда буквы u и v не различались.

«Бэ», а не «ви». Эразм нашёл в тексте место, где эти буквы передают блеяние баранов: спускаясь с горы, они говорили «βηη–βηη». Бараны, в отличие от людей, не изменили за прошедшие столетия своего «произношения» и во времена Гесиода так же, как и сейчас, издавали звуки «бээ-бээ», но никак не «вии-вии».

Новогреческий язык, потеряв соответствие β = б, использует для звука [б] сочетание μπ: μπαλέτο – «балет», μπάνιο – «баня» и т. д.

Странный крик. Так привлекали клиентов носильщики. В переводе с греческого μεταφορά – «перевозка, доставка», «транспортировка», а также «метафора» (слова в переносном значении). Отсюда и μεταφορέας – «носильщик» (а также «транспортёр»), μεταφορικός – «транспортный», μεταφορικη σημασία означает «в переносном смысле».

СЛОВА ИДОЛОВ

– (...) Либо ты Говорящий Правду, а левый – отвечает случайно, либо ты Лжец, а левый – *всё равно* отвечает случайно, либо ты сам отвечаешь случайно. В любом случае, твой ответ доказывает, что правый не может отвечать случайно, так что мой вопрос к нему: верно ли, что $1+1=2$?

– **Да**, – немедленно ответил правый идол с уверенностью камня, брошенного в озеро.

– Значит, правый идол – это Говорящий Правду, и я могу использовать его как оракула для определения сущности остальных двух. Так что мой следующий вопрос к правому идолу: центральный идол – это Отвечающий Случайно?

– **Да**, – сказал идол – ещё один камень.

– Тогда я всё знаю! Левый идол – Лжец, центральный – Отвечающий Случайно, а правый идол – это Говорящий Правду. Я прав?

– **Не ищи больше знаний!** – ответили идолы хором, потряся храм до основания. – **Изыди!**

ТАК СКОЛЬКО ЖЕ ЛЕТ СПУСТЯ?

Ответ: семь. Вот как пишет об этом Владимир Марамзин, подготовивший первое собрание сочинений Иосифа Бродского: «Нужен редактор и автору. (...) В другом случае он согласился со мной и поменял название стихотворения “Семь лет спустя” на “Шесть лет спустя” (...) – несложная арифметическая выкладка покажет, что такое событие происходит через шесть, а не через семь лет, из-за високосного года, неизбежно падающего на этот период» (из книги «История одного политического преступления»).

Дополнительная задача: правда ли, что 2 января выпадает на вторник ровно раз в 6 лет? Если нет, то какие ещё интервалы возможны?

ЗАГАДКИ КНОПОЧНОЙ NOKIA

В квадрате $N\times N$ мы проходим последовательно по каждому столбцу (по циклу: после последнего столбца попадаем в первый) и по каждой строке (тоже по циклу). То есть за N ходов по горизонтали и N ходов по вертикали мы вернёмся в исходную точку, пройдя по $2N$ числам.

Чтобы разобраться с суммой, представим себе не один, а два квадрата $N\times N$ из чисел. В левом в каждой строке стоят числа от 1 до N. А в правом – в первой строке все числа 0, во второй строке все числа N, в третьей – числа $2N$ и т. д.

$$\begin{matrix}1&2&\cdots&N\\1&2&\cdots&N\\1&2&\cdots&N\\ \cdots&&&\\1&2&\cdots&N\end{matrix} + \begin{matrix}0&0&\cdots&0\\N&N&\cdots&N\\2N&2N&\cdots&2N\\ \cdots&&&\\(N-1)N&(N-1)N&\cdots&(N-1)N\end{matrix} = \begin{matrix}1&2&\cdots&N\\N+1&N+2&\cdots&2N\\2N+1&2N+2&\cdots&3N\\ \cdots&&&\\ &&\cdots&N^2\end{matrix}$$

Число в каждой клетке исходного квадрата – сумма стоящих на тех же позициях чисел в левом и правом квадратах (действительно, в первой строке как раз получатся последовательные числа от 1 до N, во второй от $N+1$ до $2N$ и т. д.).

Поэтому, чтобы найти сумму чисел в цепи в исходном квадрате, можно найти суммы чисел в такой же цепи в наших новых левом и правом квадратах и эти две суммы сложить.

Но в новых квадратах это совсем легко! Каждая цепочка ровно дважды бывает в каждом столбце, поэтому в левом квадрате мы складываем все числа от 1 до N по два раза – получается $N(N+1)=N^2+N$. Каждая цепочка ровно дважды бывает в каждой строке, поэтому в правом квадрате мы складываем все числа 0, N, $2N$, ... $(N-1)N$ два раза – получается $N^2(N-1)=N^3-N^2$.

Итого получаем сумму N^3+N (и, например, для $N=3$ действительно получается $3^3+3=30$).

ПОПРАВКА К «НАШЕМУ КОНКУРСУ»

В задаче 44 («Квантик» № 5) подразумевалось, что размеры раковин не совпадают не только сначала, но вообще в любой момент времени. Решение («Квантик» № 7) дано именно для этого случая. Если же раки могут находить раковины уже встречавшихся размеров, ответ меняется на противоположный (проверьте!).

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Третий этап состоит из четырёх туров (с IX по XII) и идёт с мая по август.

Высылайте решения задач XII тура, с которыми справитесь, не позднее 5 сентября в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

XII ТУР

56. Можно ли раскрасить каждое ребро куба в один из четырёх цветов так, чтобы все рёбра каждой грани были разного цвета?

57. Непоседливый кладовщик всю неделю переставлял товары по-разному: по алфавиту названий от А до Я и от Я до А, по возрастанию и по убыванию массы, по возрастанию и по убыванию суммы измерений, по возрастанию даты поступления, и каждый раз расположение товаров отличалось от предыдущих. Какое наименьшее количество товаров у него могло быть?

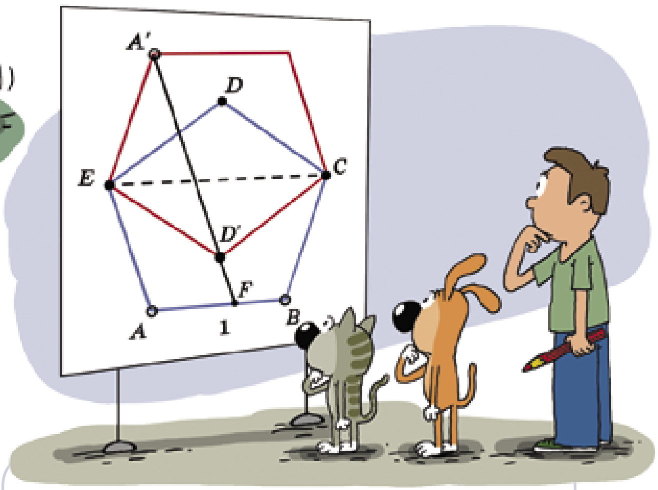
Авторы: Сергей Полозков (56), Никита Солодовников (57), Татьяна Корчемкина (58), Александр Перепечко (59), проект Euclidea (60)

58. У Яны день рождения в январе, а у Ани – в апреле. В 2018 году дни рождения девочек пришлись на вторники. В каком году у обеих девочек день рождения будет во вторник в следующий раз?

59. На фуршете встретились 10 минераловедов. Каждый принёс с собой коллекцию минералов, причём все камни на фуршете оказались разных размеров. За время фуршета каждые два гостя один раз побеседовали друг с другом наедине, обменявшись при этом самыми маленькими камнями, которые у них были на руках в тот момент. Могло ли оказаться, что всего в обменах участвовало:

а) менее 10 камней;

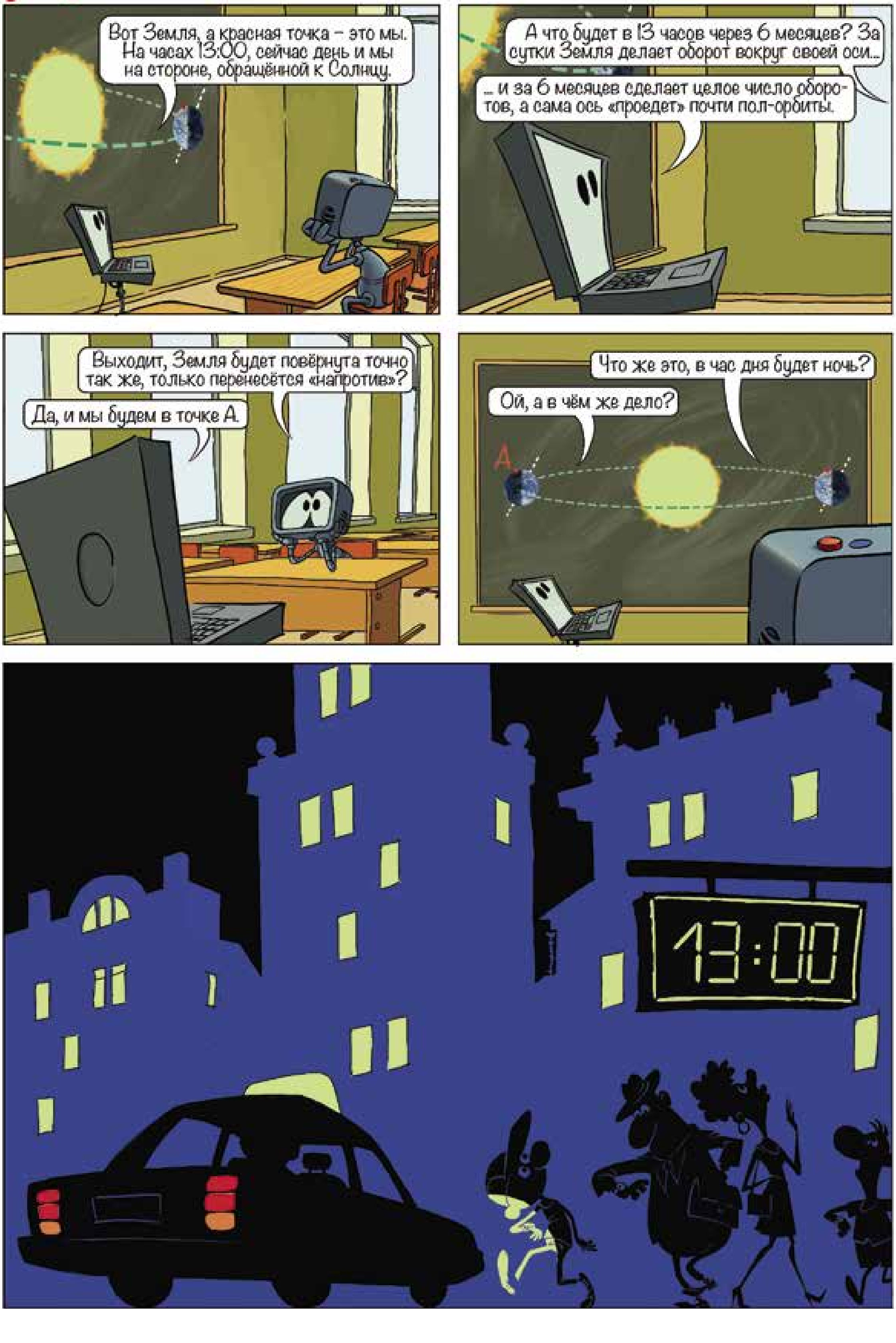
б) хотя бы 60 камней?



60. Два одинаковых правильных пятиугольника симметричны относительно пунктирной диагонали (см. рисунок). Найдите длину $A'F$, если стороны пятиугольников все равны 1.

Художник Николай Крутиков

ДЕНЬ ИЛИ НОЧЬ?



Автор Алексей Воропаев Художник Yustas

ISSN 2227-7986 22008