

# Ж У Р Н А Л К В А Н Т И К

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х

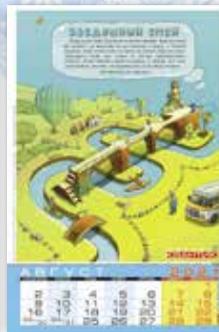
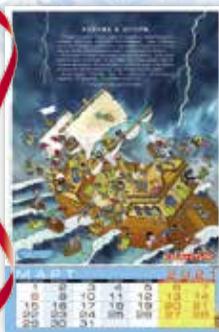
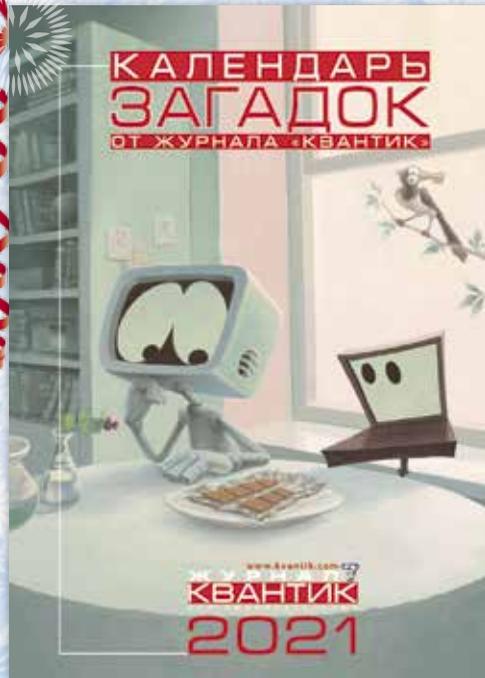
№ 12 | **ЁЛОЧКИ 2021**  
декабрь  
**2020**

ВОЛШЕБНЫЙ  
СВЕТ

СФЕРИКОНЫ  
И ГЕКСАКОН

Enter





Настенный  
перекидной календарь  
**«КВАНТИКА»** –  
ХОРОШИЙ ПОДАРОК  
друзьям, близким  
и коллегам!



Приобрести календарь можно в интернет-магазинах [kvantik.ru](http://kvantik.ru), [biblio.mccme.ru](http://biblio.mccme.ru) и других магазинах – подробнее по ссылке [kvantik.com/buy](http://kvantik.com/buy)



**БИБЛИО-ГЛОБУС**  
ВАШ ГЛАВНЫЙ КНИЖНЫЙ

Мы предлагаем  
большой выбор  
товаров и услуг

г. Москва, м. Лубянка,  
м. Китай-город  
ул. Мясницкая, д. 6/3, стр. 1

#### УСЛУГИ

- Интернет-магазин [www.bgshop.ru](http://www.bgshop.ru)
- Кафе
- Клубные (дисконтные) карты и акции
- Подарочные карты
- Предварительные заказы на книги
- Встречи с авторами
- Читательские клубы по интересам
- Индивидуальное обслуживание
- Подарочная упаковка
- Доставка книг из-за рубежа
- Выставки-продажи

#### АССОРТИМЕНТ

- Книги
- Аудиокниги
- Антиквариат и предметы коллекционирования
- Фильмы, музыка, игры, софт
- Канцелярские и офисные товары
- Цветы
- Сувениры

8 (495) 781-19-00 пн – пт 9:00 - 22:00 сб – вс 10:00 - 21:00 без перерыва на обед

[www.biblio-globus.ru](http://www.biblio-globus.ru)

[www.kvantik.com](http://www.kvantik.com)

[kvantik@mccme.ru](mailto:kvantik@mccme.ru)

[instagram.com/kvantik12](https://www.instagram.com/kvantik12)

[kvantik12.livejournal.com](https://www.kvantik12.livejournal.com)

[facebook.com/kvantik12](https://www.facebook.com/kvantik12)

[vk.com/kvantik12](https://vk.com/kvantik12)

[twitter.com/kvantik\\_journal](https://twitter.com/kvantik_journal)

[ok.ru/kvantik12](https://ok.ru/kvantik12)

Журнал «Квантик» № 12, декабрь 2020 г.

Издаётся с января 2012 года

Выходит 1 раз в месяц

**Свидетельство о регистрации СМИ:**

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

**Главный редактор** С. А. Дориченко

**Редакция:** В. Г. Асташкина, Е. А. Котко,

Р. В. Крутовский, И. А. Маховая,

Г. А. Мерзон, А. Ю. Перелечко, М. В. Прасолов

Художественный редактор

и главный художник Yustas

Верстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова

Обложка: художник Yustas

**Учредитель и издатель:**

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

**Адрес редакции и издателя:** 119002, г. Москва,

Большой Власьевский пер., д. 11

Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: [kvantik@mccme.ru](mailto:kvantik@mccme.ru),

сайт: [www.kvantik.com](http://www.kvantik.com)

**Подписка на журнал в отделениях Почты России:**

• Каталог «Газеты. Журналы»

агентства «Роспечать» (индекс **84252**)

• Объединённый каталог «Пресса России» (индексы **11346** и **11348**)

**Онлайн-подписка**

на сайте агентства «Роспечать» [press.rospech.ru](http://press.rospech.ru)

на сайте агентства АРЗИ [www.akc.ru/itm/kvantik](http://www.akc.ru/itm/kvantik)

По вопросам оптовых и розничных продаж

обращаться по телефону **(495) 745-80-31**

и e-mail: [biblio@mccme.ru](mailto:biblio@mccme.ru)

Формат 84x108/16

Тираж: 4000 экз.

Подписано в печать: 09.11.2020

Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»

г. Нижний Новгород,

ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.

Тел.: (831) 216-40-40

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986



# СОДЕРЖАНИЕ

|   |   |                      |
|---|---|----------------------|
| ■ | ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ   |                      |
|   | <b>Измерение углов.</b> <i>А. Андреев, П. Ачева, А. Панов</i>                       | <b>2</b>             |
| ■ | ПРЕДАНИЯ СТАРИНЫ  |                      |
|   | <b>Китайские монеты.</b> <i>М. Гельфанд</i>   | <b>8</b>             |
| ■ | ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ  |                      |
|   | <b>«Растущая» ёлочка.</b> <i>Н. Авилев</i>  | <b>9</b>             |
|   | <b>Отражение в пузыре.</b> <i>М. Быкова</i>   | <b>IV с. обложки</b> |
| ■ | КАК ЭТО УСТРОЕНО  |                      |
|   | <b>Волшебный свет.</b> <i>В. Винниченко</i>   | <b>10</b>            |
| ■ | СТРАНИЧКИ ДЛЯ МАЛЕНЬКИХ   |                      |
|   | <b>1+1 = 11.</b> <i>В. Сирота</i>   | <b>13</b>            |
| ■ | СВОИМИ РУКАМИ   |                      |
|   | <b>Сфериконы и гексакон.</b> <i>М. Прасолов</i>                                     | <b>14</b>            |
| ■ | СМОТРИ!   |                      |
|   | <b>Теорема Наполеона, замощения плоскости<br/>и параллельники.</b> <i>Г. Мерзон</i> | <b>20</b>            |
| ■ | ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ  |                      |
|   | <b>Ёлочка – 2021.</b> <i>В. Красноухов</i>  | <b>23</b>            |
| ■ | ОЛИМПИАДЫ   |                      |
|   | <b>XLII Турнир городов.<br/>Осенний тур, 8 - 9 классы: избранные задачи</b>         | <b>24</b>            |
|   | <b>Итоги нашего конкурса<br/>за 2019/20 учебный год</b>                             | <b>30</b>            |
|   | <b>Наш конкурс</b>  | <b>32</b>            |
| ■ | ОТВЕТЫ  |                      |
|   | <b>Ответы, указания, решения</b>  | <b>26</b>            |



## ВОЛШЕБНЫЙ СВЕТ

На глубине трёх тысяч метров, в крошечной тьме, куда солнечные лучи никогда не проникают, живут замечательные рыбы – глубоководные удильщики. Огромная голова и острые зубы удильщиков могут напугать кого угодно. На голове у самок есть отросток с приманкой, который светится в темноте благодаря особым бактериям. Так удильщики охотятся с помощью света.



Фото: J. Marshall, 2005



Фото: William E. Browne, Science

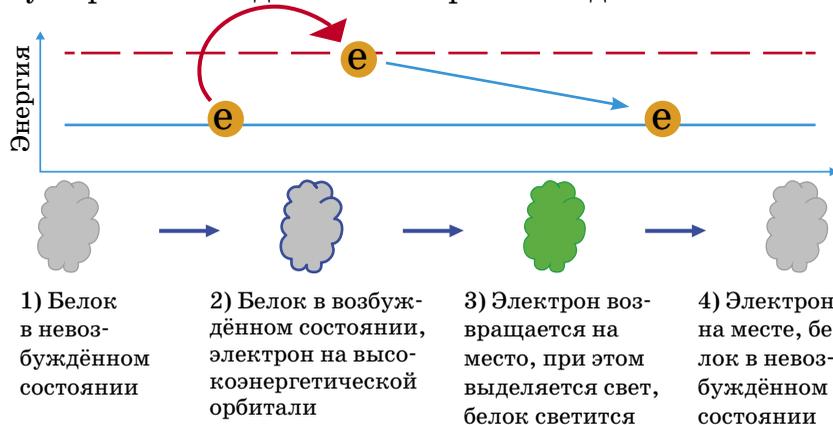
Эта способность живых существ излучать свет называется *биолюминесценцией* (bios переводится как «жизнь», а lumen – как «свет»). На сегодняшний день известно более восьмисот видов растений и животных, способных к биолюминесценции: кальмары, гребневика, медузы, водоросли. Животные используют биолюминесценцию для охоты, общения между собой, предупреждения об опасности, для маскировки. Креветки *Heterocarpus ensifer* сами по себе не светятся, но при опасности выбрасывают светящееся облачко, чтобы обмануть хищника и успеть убежать.



Фото: Sönke Johnsen и Katie Thomas, CC BY SA 2.0

Свечение происходит благодаря особым *белкам*. Все белки состоят из кирпичиков, которые называются *аминокислотами*. Аминокислоты, в свою очередь,

состоят из *атомов*, ещё более маленьких кирпичиков. А атом состоит из *ядра* и *электронов*, которые летают вокруг ядра. Так вот, когда светящийся белок активируется, некоторые электроны забрасываются на более далёкую орбиту. Но электронам там «неудобно»<sup>1</sup>. И они возвращаются обратно, на свою орбиту. При этом выделяется энергия в виде света.



Некоторые идеи великих открытий учёным подсказала сама природа. Так получилось и с биолюминесценцией. В 2008 году учёные О. Симомура, Р. Тсьен и М. Чалфи получили Нобелевскую премию за открытие и использование зелёного светящегося белка. Симомуре удалось выделить светящееся вещество из медуз *Aequorea victoria*.



Медуза *Aequorea victoria*.  
Фото: Sierra Blakely

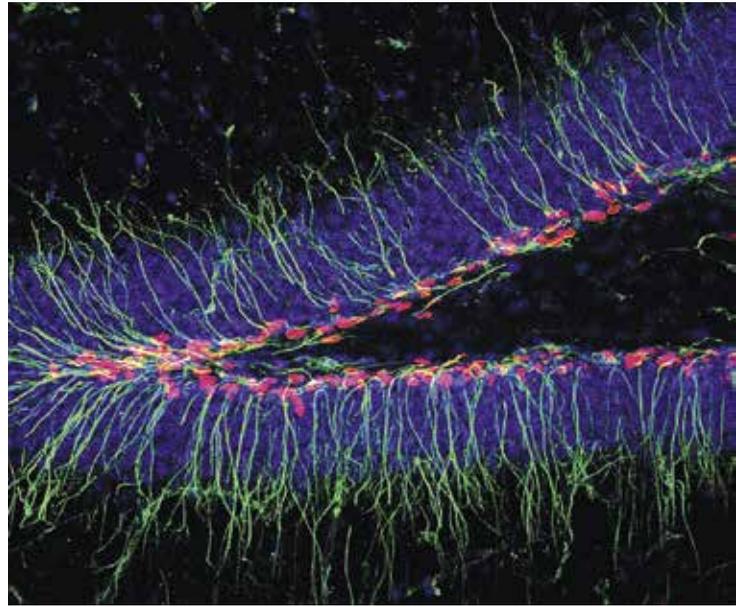
Благодаря этому белку учёным удалось увидеть некоторые невидимые процессы: например, как растут клетки мозга – *нейроны*. Учёные научились создавать синие, красные, жёлтые светящиеся белки, чтобы заставить светиться разные клетки или даже различные части одной клетки разными цветами. На с. 12 на микрофотографии мозга (вернее, его участка под названием *гиппокамп*) зелёной меткой окрашены молодые нервные клетки, синим – ядра взрослых нервных клеток, а красным – отростки взрослых нервных клеток.

<sup>1</sup> Подробности см. в статье: В. Сирота. «Дом для электронов» («Квантик» № 12 за 2018 год).





Художник Мария Усейнова



Гиппокамп мыши.

Фото: Journal of Comparative Neurology, V. 519, № 1, фрагмент обложки; фото сделано в лаборатории Григория Ениколопова

Но учёные на этом не успокоились. Им захотелось проверить: а можно ли управлять поведением животных с помощью света? В 2005 году группа исследователей (К. Дейссерот, Э. Бойден, Ф. Чжан, Э. Бамберг, Г. Нагель) смогли активировать отдельные нервные клетки с помощью света. Для этого им пришлось доставить в нейроны мышей *ген* водоросли. Этот ген – инструкция по сборке белка. В результате нервные клетки стали делать «чужой» светочувствительный белок – *опсин* – и встраивать его в свою оболочку. Опсин может находиться в двух состояниях: активном и неактивном. Неактивный опсин просто сидит в оболочке клетки. Активный опсин открывает в оболочке нейрона поры и по нейрону бежит электрический ток. Свет активирует опсин и возбуждает нервную клетку. Так с помощью оптоволоконного кабеля можно активировать или тормозить отдельные клетки мозга, и учёным уже удалось заставить подопытную мышшь пошевелить усами, повернуть налево или направо, почесаться, встать на задние лапы. Вероятно, водоросли доктора Дейссерота и их опсин скоро принесут исследователям Нобелевскую премию.



Фото: Karl Deisseroth

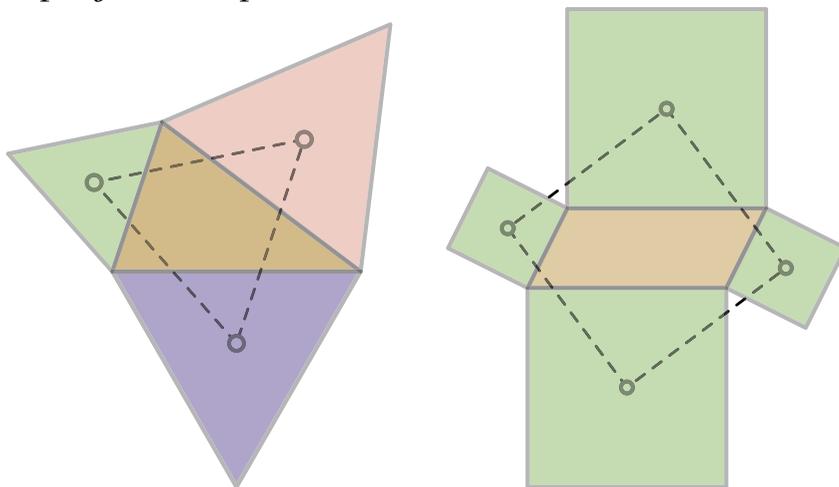


## ТЕОРЕМА НАПОЛЕОНА, ЗАМОЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ И ПАРАЛЛЕЛЬНИКИ

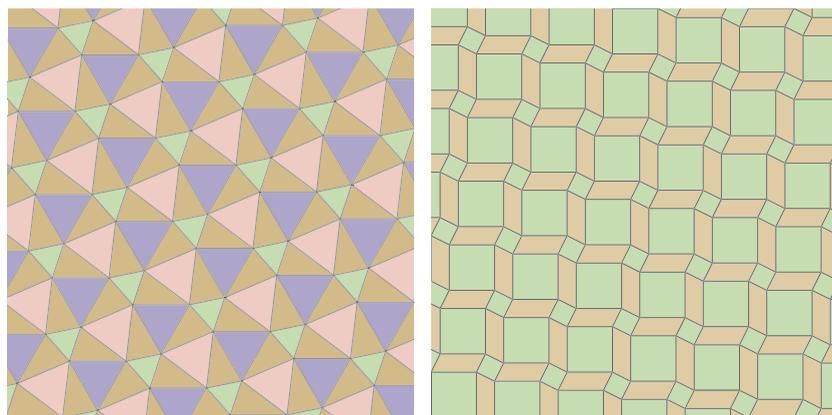
1. В одном из первых номеров журнала «Квантик» рассказывалось<sup>1</sup> про две замечательные теоремы.

**Теорема Наполеона.** *Центры равносторонних треугольников, построенных вовне на сторонах произвольного треугольника, образуют равносторонний треугольник.*

**Теорема Тебо.** *Центры квадратов, построенных вовне на сторонах произвольного параллелограмма, образуют квадрат.*



Оказывается, с этими теоремами связаны два замечательных замощения плоскости.

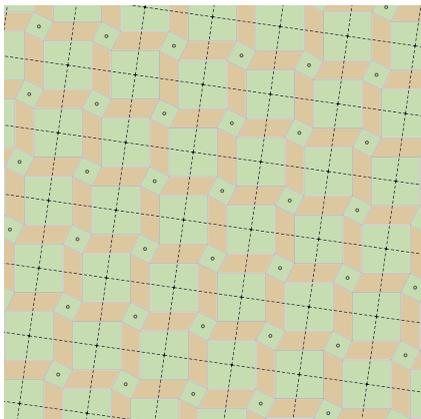


Если долго смотреть на эти замощения, то и теоремы станут очень понятными!<sup>2</sup>

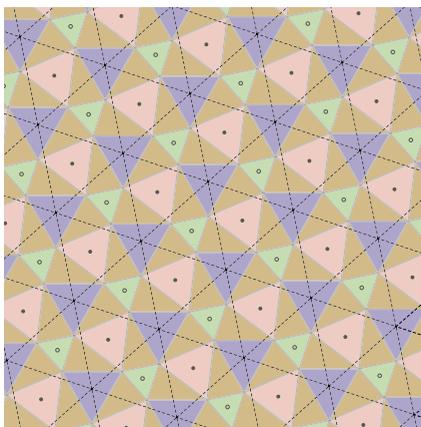
<sup>1</sup> А. Полянский, Г. Фельдман. Наполеон и геометрия («Квантик» № 5 за 2012 год).

<sup>2</sup> Про другие доказательства при помощи замощений см. ещё статью: Г. Мерзон. Как разрезать верблюда? («Квантик» № 5 за 2020 год).

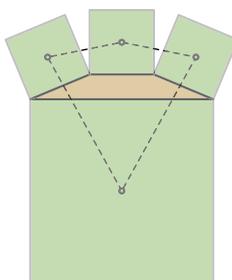
Посмотрим, например, на правую картинку внизу с. 20. Центры больших квадратов образуют квадратную сетку – то есть можно считать, что картинка нарисована на клетчатой бумаге и центры больших квадратов лежат в её узлах. А центры маленьких квадратов тогда лежат в центрах клеточек. Поэтому теорема Тебо верна.



Впрочем, если такое рассуждение вы расскажете своему учителю геометрии, то у него наверняка возникнут вопросы, о которых действительно полезно подумать. Ну а пока продолжим смотреть на картинку.



Точно так же на левой картинке внизу с.20 можно увидеть теорему Наполеона.<sup>3</sup> Только треугольники теперь лежат в вершинах не квадратной, а треугольной сетки.



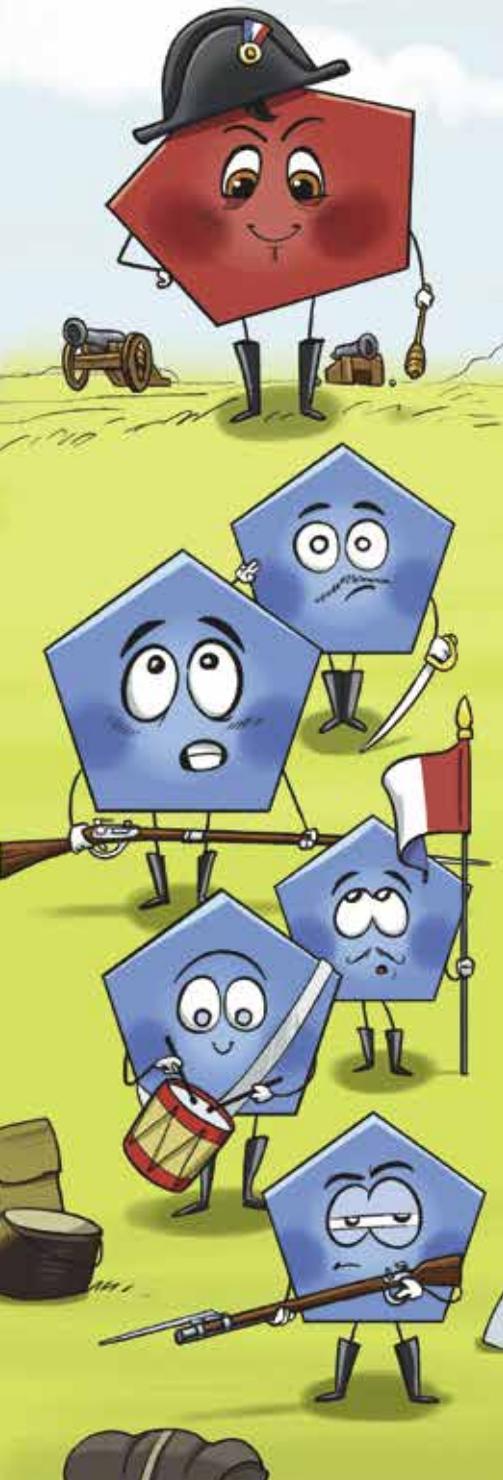
2. Не правда ли, формулировки двух теорем довольно похожи и вызывают надежду, что это начало целой серии теорем?

Но если в теореме Наполеона речь идёт о *произвольном* треугольнике, то в теореме Тебо уже нельзя брать произвольные четырёхугольники (в этом легко убедиться, нарисовав, например, очень сплюснутую трапецию), годятся только параллелограммы.

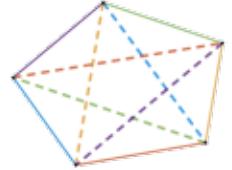
А что нужно потребовать, скажем, от пятиугольника, чтобы для него выполнялась теорема, аналогичная теореме Наполеона?

<sup>3</sup> Подробнее про это написано в статье: В. Н. Дубровский. Геометрия на паркете («Квант» № 2 за 2014 год). Там же рассказывается и про другие доказательства при помощи замощений.



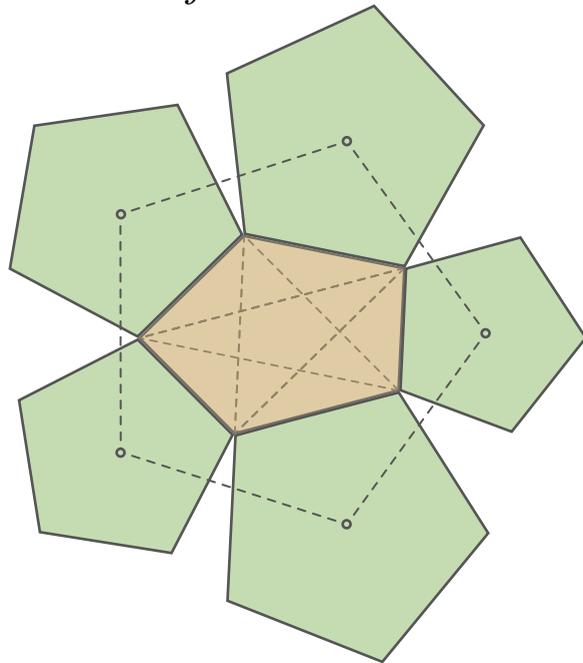


Тут помогает понятие параллельника, недавно обсуждавшееся в «Квантике». <sup>4</sup> *Параллельник* (или, выражаясь более научно, *аффинно-правильный многоугольник*) – это многоугольник, в котором параллельны друг другу те же стороны и диагонали, как если бы он был правильным. Например, четырёхугольный параллельник – это параллелограмм, а пятиугольный параллельник – такой пятиугольник, в котором каждая диагональ параллельна соответствующей (противоположной) стороне.



Теперь можно сказать, что обе приведённые теоремы – частные случаи такого утверждения.

**Обобщённая теорема Наполеона.** *Центры правильных  $N$ -угольников, построенных вовне на сторонах произвольного  $N$ -угольного параллельника, образуют правильный  $N$ -угольник.*



Но у этой теоремы нет наглядного доказательства при помощи замощений. Зато есть замечательно короткое доказательство при помощи комплексных чисел – но это уже совсем другая история.

<sup>4</sup> Ф. Нилов. Параллельники, полупараллельники и равные площади («Квантик» № 11 за 2020 год). Там на сторонах  $N$ -угольных параллельников строят не правильные  $N$ -угольники, а квадраты – и тоже получается интересно.

Художник Мария Усеинова



## Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе.**

Первый этап состоит из четырёх туров и идёт с сентября по декабрь.

Высылайте решения задач IV тура, с которыми справитесь, не позднее 5 января в систему проверки [konkurs.kvantik.com](http://konkurs.kvantik.com) (инструкция: [kvan.tk/matkonkurs](http://kvan.tk/matkonkurs)), либо электронной почтой по адресу [matkonkurs@kvantik.com](mailto:matkonkurs@kvantik.com), либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте [www.kvantik.com](http://www.kvantik.com). Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

### IV ТУР



**16.** Можно ли заполнить таблицу  $4 \times 4$  различными целыми числами от 1 до 16 так, чтобы никакие два соседних числа не стояли рядом (в соседних клетках по вертикали, горизонтали или диагонали)?

**17.** Любой ли остроугольный треугольник можно разрезать на 17 тупоугольных треугольников?





Авторы: Михаил Евдокимов (16), Григорий Гальперин (17), Игорь Акулич (18), Леонард Эйлер (19), Анна Андреева, Михаил Панов (20)

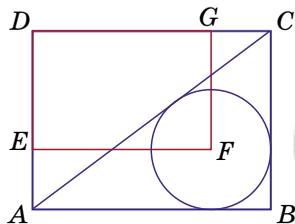
18. Квантик и Ноутик играют в такую игру. Ноутик диктует Квантику цифры от 1 до 9 в том порядке, в котором захочет (каждую по одному разу). Квантик записывает их на листе бумаги, причём каждую цифру, начиная со второй, пишет либо слева, либо справа от всех ранее написанных цифр. В результате на листе образуется девятизначное число. Квантик хочет, чтобы оно было как можно больше, а Ноутик – чтобы оно было как можно меньше. Какое число получится, если оба будут играть наилучшим образом?

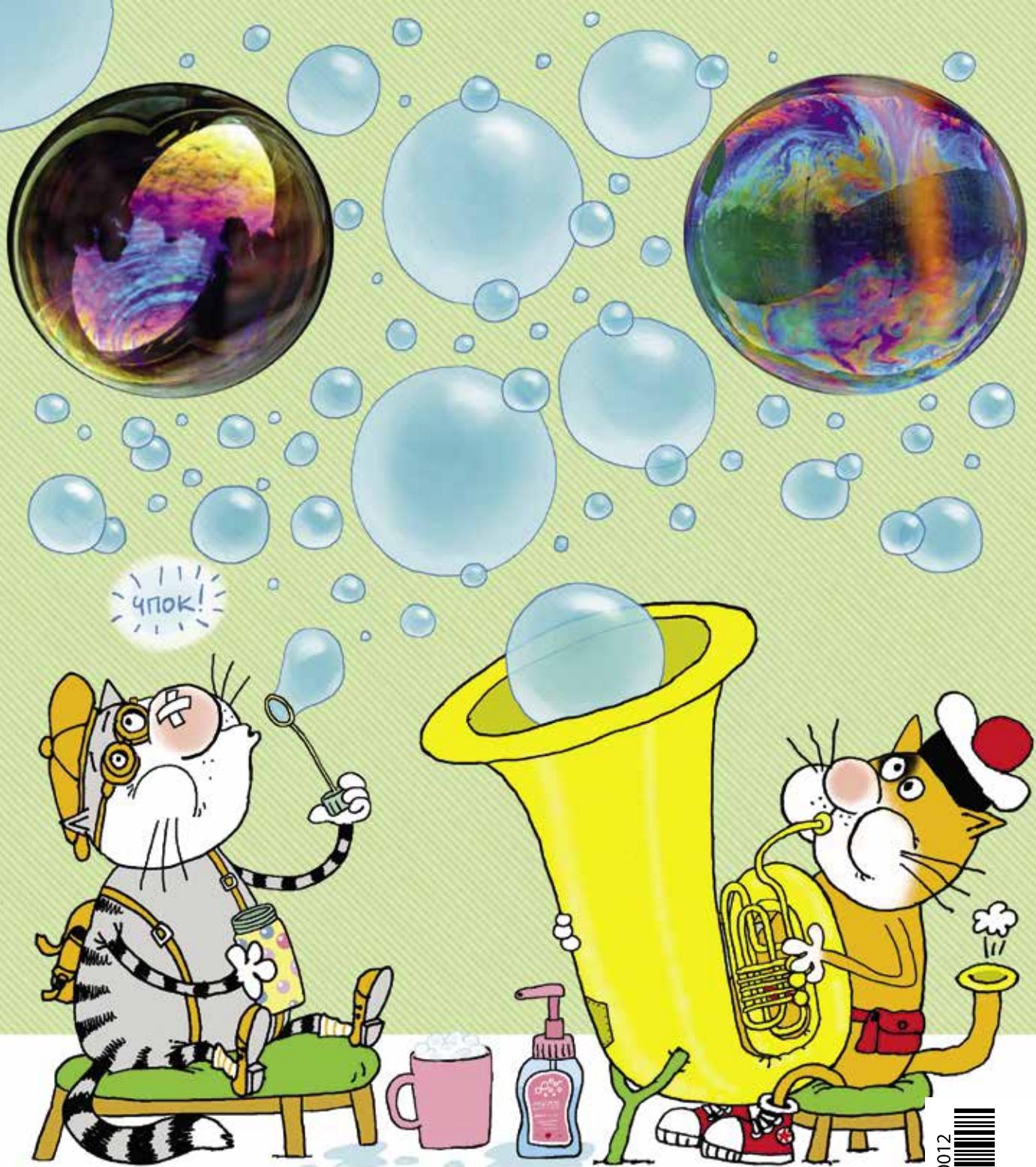


### 19. Числа

41,  
 $41 + 2$ ,  
 $41 + 2 + 4$ ,  
 $41 + 2 + 4 + 6$ ,  
 $41 + 2 + 4 + 6 + 8$ ,  
 $41 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10$ ,  
 $41 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12$   
 простые. Верно ли, что так будет всегда и дальше?

20. Даны два прямоугольника  $ABCD$  и  $DEFG$ , причём точка  $E$  лежит на отрезке  $AD$ , точка  $G$  лежит на отрезке  $CD$ , а точка  $F$  – центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ . Во сколько раз площадь прямоугольника  $ABCD$  больше площади прямоугольника  $DEFG$ ?





## ОТРАЖЕНИЕ В ПУЗЫРЕ

Перед вами фото двух мыльных пузырей. Почему в каждом пузыре два одинаковых отражения, которые центрально-симметричны друг другу?

Автор Мария Быкова  
Фото: Лидия Широкина

