№ 8 | август 2019
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 8
август 2019

ПИФАГОР НА ВЕЛОСИПЕДЕ

ВНУТРИ АТОМНОГО ЯДРА

ДИНОЗАВР И СОКРОВИЩА АЦТЕКОВ

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Подписаться на бумажную версию журнала «КВАНТИК» можно

НА ПОЧТЕ РОССИИ

по каталогу «ГАЗЕТЫ.ЖУРНАЛЫ» агентства «Роспечать»

Индекс **84252**

ЧЕРЕЗ ИНТЕРНЕТ

на сайте агентства «Роспечать» по ссылке **kvan.tk/rosp**

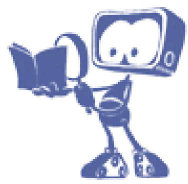
Приобрести электронную версию журнала «КВАНТИК» в хорошем качестве теперь можно в интернет-магазине МЦНМО «Математическая книга».

Заходите по ссылке
kvan.tk/e-shop

журнал «Квантик»
Электронное издание

Кроме журнала редакция «Квантика» выпускает альманахи, календари загадок, наборы плакатов и книги серии «Библиотечка журнала «Квантик»

Всю продукцию «Квантика» можно купить в магазине «Математическая книга» по адресу: г. Москва, Большой Власьевский переулок, д. 11 (сайт: **biblio.mccme.ru**), в интернет-магазине **kvantik.ru**
и в других магазинах (список на сайте: **kvantik.com/buy**)



БИБЛИО-ГЛОБУС
ВАШ ГЛАВНЫЙ КНИЖНЫЙ

Мы предлагаем большой выбор товаров и услуг

г. Москва, м. Лубянка, м. Китай-город
ул. Мясницкая, д. 6/3, стр. 1

УСЛУГИ
- Интернет-магазин www.bgshop.ru
- Кафе
- Клубные (дисконтные) карты и акции
- Подарочные карты
- Предварительные заказы на книги
- Встречи с авторами
- Читательские клубы по интересам
- Индивидуальное обслуживание
- Подарочная упаковка
- Доставка книг из-за рубежа
- Выставки-продажи

АССОРТИМЕНТ
- Книги
- Аудиокниги
- Антиквариат и предметы коллекционирования
- Фильмы, музыка, игры, софт
- Канцелярские и офисные товары
- Цветы
- Сувениры

8 (495) 781-19-00 пн – пт 9:00 - 22:00 сб – вс 10:00 - 21:00 без перерыва на обед

www.biblio-globus.ru

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 8, август 2019 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Сергей Чуб

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)

Онлайн-подписка на сайте агентства "Роспечать" **press.rosp.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**

Формат 84х108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 11.07.2019

Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495)363-48-84
http://capitalpress.ru

Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

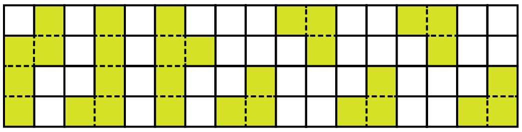
6+

СОДЕРЖАНИЕ

Владимир Красноухов

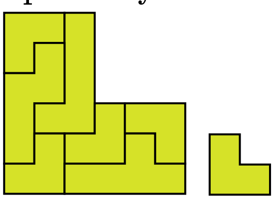
Симметричные близнецы

Изготовьте по данному эскизу набор фигурок – 3 элемента пентамино и 5 элементов тримино.



Задача. Используя эти 8 элементов, постройте одновременно две одинаковые симметричные фигуры. Элементы можно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга.

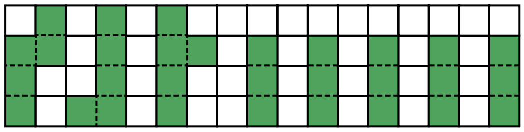
Эту задачу, среди других головоломок, решали финалисты 22-го открытого очного чемпионата России по пазлспорту, состоявшегося 15 июня 2019 года в Москве. Задача оказалась непростой. За отведённые по регламенту на эту задачу 10 минут с ней справились 3 участника из 22. Это Евгений Бекишев, Артемий Клячин, Иван Лаптиев. Некоторые из участников быстро построили одновременно две подобные симметричные фигуры (см. рисунок).



Красиво, но это не соответствует условию данной задачи, фигуры должны быть *одинаковыми*, совпадающими при наложении.

Найдите правильное решение. В отличие от участников соревнований, у вас запас времени неограничен.

Ещё одна головоломка на ту же тему. Всем известно, что есть всего два вида тримино – уголок и прямоугольник 1×3. В предыдущей задаче мы использовали 5 штук уголковых элементов тримино. Заменим эти элементы на прямоугольные. Получим следующий набор:



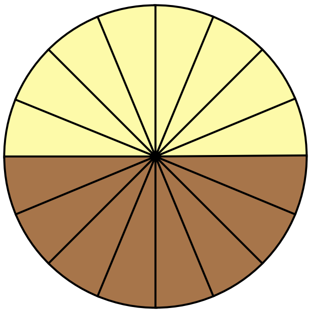
Решите ту же задачу с этим набором элементов: постройте одновременно две одинаковые симметричные фигуры. Автор этих головоломок (В. Красноухов) утверждает, что в каждой из них существует единственное решение.

Желаем успехов!

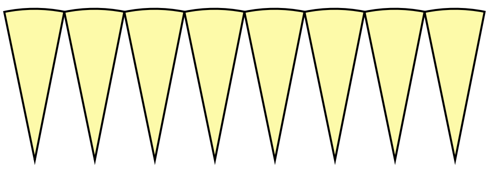
Художник Алексей Вайнер

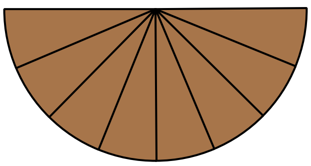
ПЛОЩАДЬ КРУГА

Вы наверняка слышали, что площадь круга радиуса R равна πR^2, но задумывались ли вы над тем, почему это верно?



Разрежем круг по радиусам на много одинаковых частей.

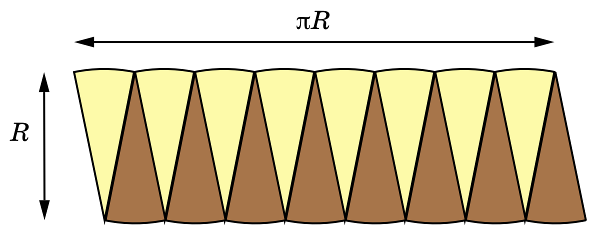




Если теперь «раскрыть» каждую из половин круга, то можно вставить их одна в другую и получить (почти) прямоугольник, площадь которого равна площади исходного круга.

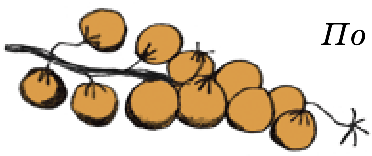
Одну его сторону можно считать равной боковой стороне треугольника, то есть радиусу окружности. А длина другой стороны составляет половину длины окружности радиуса R, то есть равна πR (в том, что вся длина окружности равна $2\pi R$, и состоит, напомним, *определение* числа π).

Чем больше число частей, тем ближе получающаяся фигура к настоящему прямоугольнику $R \times \pi R$. Поэтому площадь круга радиуса R в точности равна площади этого прямоугольника, πR^2.



По материалам сайта etudes.ru

Художник Артём Костюкевич



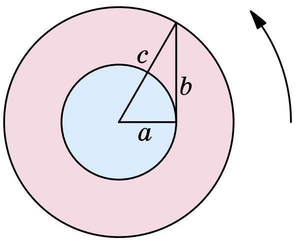
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

Григорий Мерзон

ПИФАГОР НА ВЕЛОСИПЕДЕ

Теорема Пифагора и площадь кольца

Наверняка вы знаете несколько доказательств теоремы Пифагора. Обсудим ещё одно.

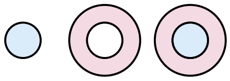


Возьмём прямоугольный треугольник и будем вращать его (в плоскости треугольника) вокруг вершины острого угла.

Какую площадь при этом «заметает» треугольник? С одной стороны, ясно, что это просто площадь круга, радиусом которого является гипотенуза, πc^2.

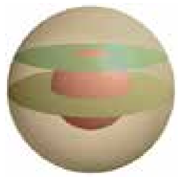
С другой стороны, этот круг состоит из частей, заметаемых двумя катетами. С одной из этих частей всё понятно: это круг, его площадь равна πa^2. Осталось доказать, что площадь второй части, кольца, равна πb^2, и теорема Пифагора доказана:

$$\pi a^2 + \pi b^2 = \pi c^2$$

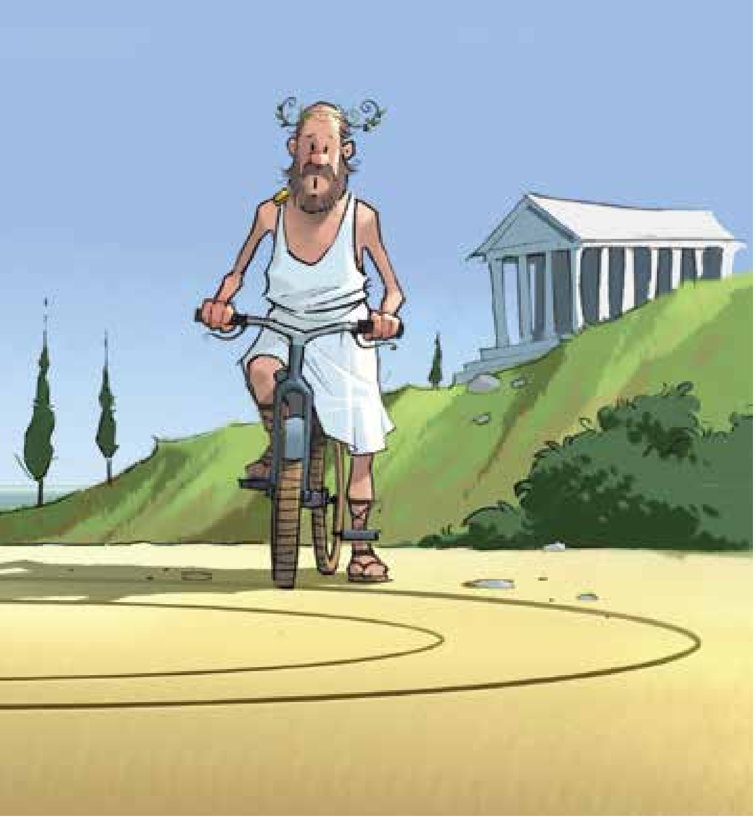


Утверждение про площадь кольца выглядит довольно неожиданно: если увеличивать катет a (не меняя катета b), то, расширяясь, кольцо становится всё тоньше и тоньше – но его площадь не меняется. Вот одно из следствий.

Задача. Персик представляет собой шар, внутри которого находится косточка – ещё один шар с тем же центром. Докажите, что все сечения персика, задевающие косточку, имеют одну и ту же площадь.



О замечательных следствиях этой задачи мы поговорим в другой раз. А сейчас вернёмся к утверждению про площадь кольца.



Велосипедная теорема Мамикона

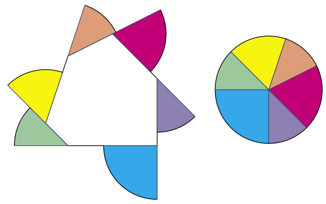
Представим себе, что катет b – это… *рама велосипеда*. Велосипед едет по кругу: его заднее колесо катится без проскальзывания по окружности радиуса a, переднее колесо – по окружности радиуса c.

Оказывается, что нужное нам утверждение о площади кольца – это частный случай следующей замечательной теоремы.

Если велосипед[1] *с рамой длины* b *проехал так, что следы и от переднего, и от заднего колеса образуют замкнутые кривые, то заключённая между ними площадь*[2] *не зависит от траектории велосипеда и равна* πb^2.

Строгое доказательство этой теоремы потребовало бы использования математического анализа. Но чтобы понять, в чём тут дело, разберёмся со случаем, когда заднее колесо велосипеда движется не по произвольной кривой, а по замкнутой ломаной.

Пока заднее колесо движется по одному из звеньев, переднее тоже движется по прямой; а когда заднее доезжает до конца звена – оно останавливается, а переднее колесо поворачивает по дуге окружности.



Интересующая нас площадь – это сумма площадей секторов. Радиус каждого из них – длина рамы велосипеда. А так как направление велосипеда делает в итоге полный оборот, заштрихованные секторы складываются в полный круг. То есть интересующая нас площадь действительно равна πb^2.

В заключение этого доказательства – **вопрос**. В велосипедной теореме речь шла о движении на плоскости. А что будет, если велосипедист совершил столь большое путешествие, что траекторию уже нельзя считать плоской, а только нарисованной на сфере: будет ли заметаемая рамой площадь по-прежнему равна площади круга радиуса b? Будет больше? Меньше?

---

[1] Велосипед должен быть идеально-математическим: мы считаем, что его толщина нулевая, а главное, что он едет без проскальзывания. Последнее означает, в частности, что в каждый момент рама направлена по касательной к траектории заднего колеса.

[2] Можно для простоты считать, что эти кривые не имеют самопересечений и не пересекаются друг с другом.

Художник Алексей Вайнер

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

Николай Авилов

ПЧЕЛИНЫЕ СОТЫ и тетрагексы

Пчелиные соты – удивительное творение природы. «Геометрические» способности пчёл позволяют им строить восковые соты в виде паркета из правильных шестиугольников.

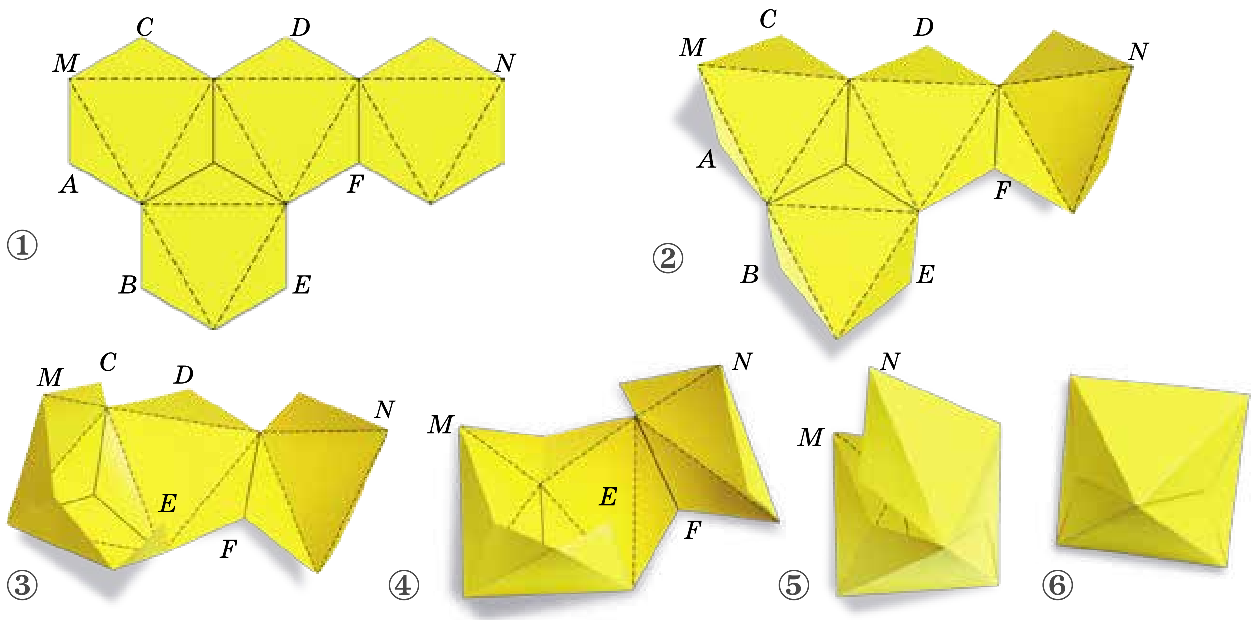
Почему пчёлы не делают свои «домики» квадратными или треугольными? Оказывается, шестиугольная форма самая экономичная, так пчёлы меньше расходуют воск – строительный материал сот. Убедитесь в этом, рассмотрев треугольник, квадрат и правильный шестиугольник с одинаковыми периметрами, ведь только этими тремя видами правильных многоугольников можно замостить плоскость. Простые расчёты покажут, что наибольшую площадь имеет правильный шестиугольник. Его форму и выбрали для постройки мудрые пчёлы, как будто проанализировав паркеты из правильных многоугольников.

Пчелиные соты можно обнаружить на чехословацкой марке 1963 года, посвящённой XIX съезду Всемирной федерации пчеловодческих ассоциаций. Обратите внимание на фигурку из четырёх тёмных шестиугольников – она лежит в основе решения одной из задач международной олимпиады «Турнир городов» 2010 года. Вот её условие:

Можно ли поверхность октаэдра оклеить несколькими правильными шестиугольниками без наложений и пробелов?

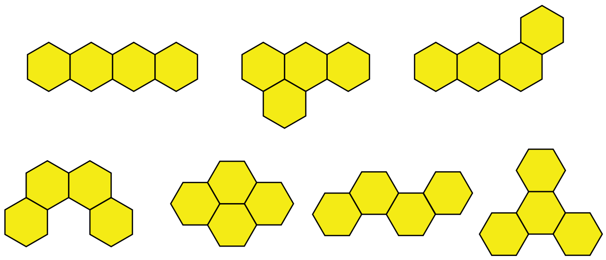
Фигурка с марки даёт положительный ответ на вопрос задачи. Вырезав фигурку из бумаги и перегибая её, можно сложить правильный октаэдр.

Как это сделать, показано на следующей странице. По штриховым линиям делаются перегибы, пары вершин $A–B$, $C–D$, $E–F$ и $M–N$ нужно последовательно совместить при свёртывании.



Кстати, фигуры, состоящие из четырёх правильных шестиугольников, математики называют *тетрагексами*.

Легко убедиться, что существует всего семь тетрагексов, изображённых справа. Попробуйте выяснить, какими ещё фигурками тетрагексов можно оклеить правильный октаэдр?



Художник Александра Будилкина

РОБОКРАБ НА МЕТЕОРИТЕ

Метеорит имеет форму выпуклого многогранника с четырёхугольными гранями, по нему ползает робокраб. На грани робокраб всегда сидит так, что с каждой стороны от него (спереди, сзади и по бокам) есть своё ребро этой грани. Он двигается по метеориту вперёд, назад (пятясь) или боком (влево и вправо), просто переползая с грани на грань через их общее ребро, а поворачиваться не умеет.

Робокраб хочет оказаться на грани, с которой он начал путешествие, в положении, отличном от исходного (как если бы он повернулся). Обязательно ли ему это удастся?

Автор Александр Перепечко   Художник Алексей Вайнер

ISSN 2227-7986
19008