ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 11 | ноябрь 2018

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

№ 11

ноябрь 2018

ДОБРЫНЯ И КУЧА КАМНЕЙ

ЧТО У АТОМА ВНУТРИ

ШПИОНСКИЙ ЯЗЫК НРЗБРЧВ

Enter

«Квантик» будет на выставке в зале № 18 на 3-м этаже. Приходите!

Журнал «Квантик» № 11, ноябрь 2018 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор: С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, И. А. Маховая, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Мария Усеинова

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru, сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях связи Почты России:
▪ Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
▪ «Каталог Российской прессы» МАП (индексы **11346** и **11348**)
Онлайн-подписка по «Каталогу Российской прессы» на сайте **vipishi.ru**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84х108/16
Тираж: 5000 экз.
Подписано в печать: 10.10. 2018
Отпечатано в типографии ООО «ТДДС-Столица-8»
Тел.: (495) 363-48-84
http://capitalpress.ru
Заказ №
Цена свободная
ISSN 2227-7986

6+ EAC

СОДЕРЖАНИЕ

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Что у атома внутри. *В. Сирота* — 2

Задачи про двери и ворота. *С. Дворянинов* — 16

УЛЫБНИСЬ

Шпионский язык НРЗБРЧВ. *Ю. Маркелов* — 7

Спичематика. *М. Евдокимов* — 22

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

Добрыня и куча камней. *В. Клепцын* — 8

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ

О вреде подхалимства и пользе оппозиции.
А. Бердников, А. Воропаев, С. Дориченко — 14

СЛОВЕЧКИ

Дивносинее сновидение. Окончание. *С. Федин* — 18

ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ

Тени на столе. *А. Бердников* — 21

ОЛИМПИАДЫ

XIII Южный математический турнир. Избранные задачи — 23

Итоги нашего конкурса — 30

Наш конкурс — 32

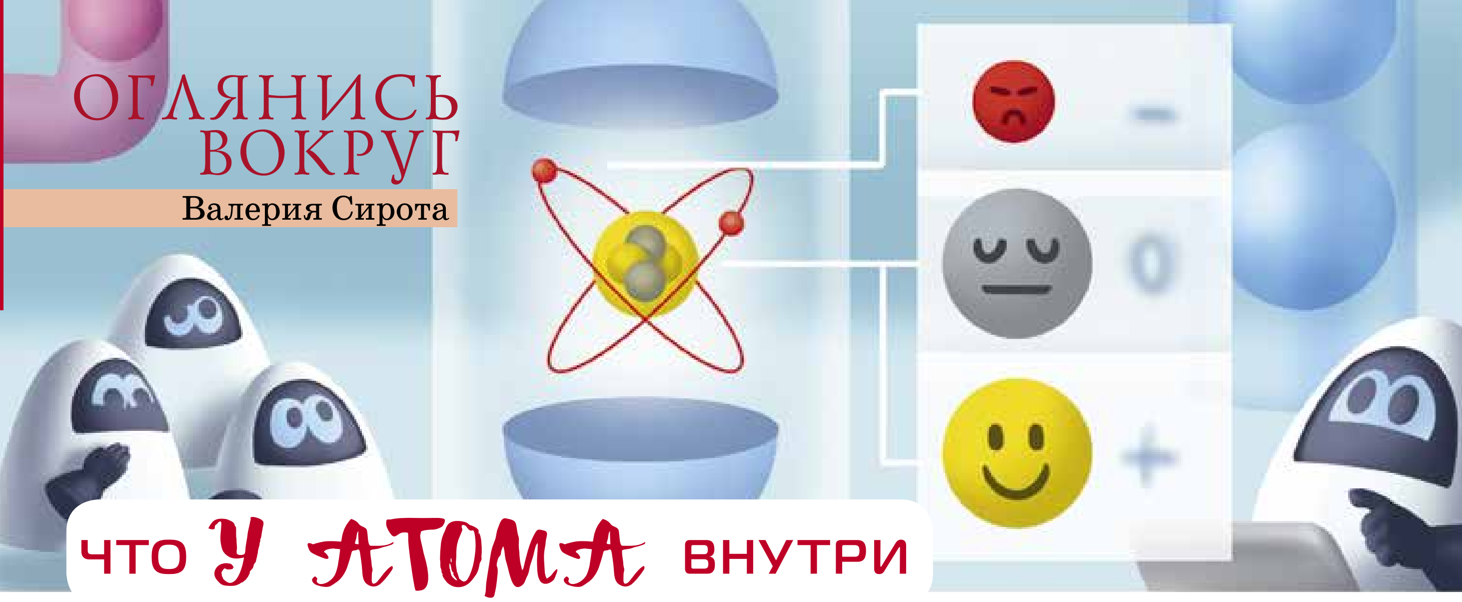
ОТВЕТЫ

Ответы, указания, решения — 26

КОМИКС

Четыре туза. *М. Евдокимов* — IV с. обложки

Валерия Сирота



что у атома внутри

Слово «атом» по-гречески значит «неделимый». Ещё древние греки придумали идею, что всё на свете, как из кирпичиков, сложено из крошечных «кусочков» – атомов. Но это было лишь одно из возможных предположений. Что это за кусочки и существуют ли они, никто не знал до XIX века, когда химики разобрались, что такое молекула, и составили список видов атомов – таблицу химических элементов.[1]

А в самом конце XIX века вдруг выяснилось, что атом вовсе не неделимый! Он состоит из крошечного тяжёлого ядра и очень лёгких электронов, крутящихся вокруг. Потом оказалось, что и ядро можно разделить на части (хотя и очень трудно!): оно состоит из двух очень похожих видов частиц – протонов и нейтронов. Их массы почти равны, а у электрона масса почти в 2000 раз меньше (соотношение примерно как между человеком и мышкой).

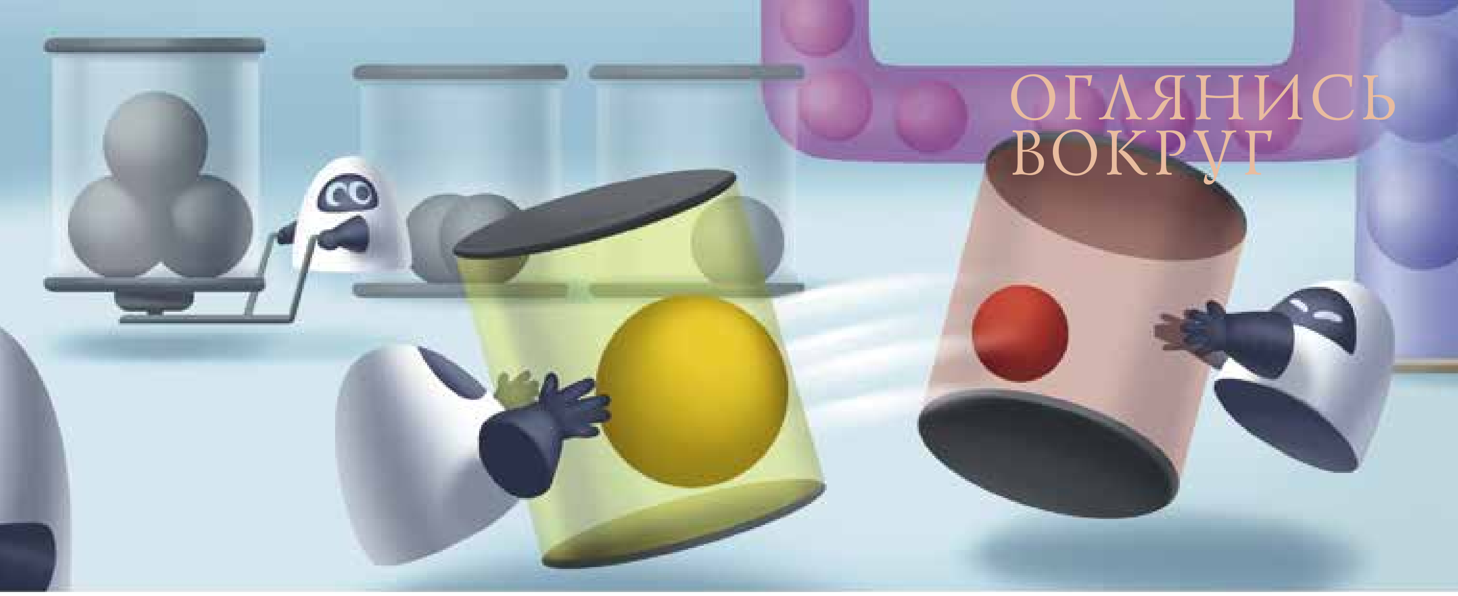
Главное различие между этими частицами в том, что протоны притягивают электроны (и сами к ним притягиваются). А два протона (или два электрона) отталкиваются друг от друга с такой же силой. Эти силы называются *электрическими*. Нейтроны же вовсе не притягивают электроны, да и между собой и с протонами хоть и взаимодействуют, но совсем по-другому (про это мы скажем чуть ниже): в электрическом взаимодействии они не участвуют.

Договорились считать,[2] что у протонов положительный электрический заряд, у электронов – отрицательный. А у нейтронов электрический заряд – ноль. Получается правило: одинаковые по знаку заряды отталкиваются, заряды разного знака – притягиваются.

Не путайте электрическую силу с гравитационным притяжением! В самом деле, все тела, имеющие массу, притягивают друг друга. Но эта сила крошечная даже для таких «средне-тяжёлых» тел, как, например, мы с вами. Большая она только тогда, когда одно

[1] А разобрались ли вы? Для проверки и чтобы понять, как непросто было до всего этого догадаться, предлагаем вам решить «контрольную задачу» в конце статьи.

[2] Вообще-то, когда договаривались, про электроны и протоны ещё ничего не знали – это было лет за 150 до их открытия. Тогда положительным назвали заряд, который получается на стекле, если его потереть шёлковой тряпочкой. Теперь мы знаем, что электроны со стекла «убегают» на шёлк.



из тел очень тяжёлое – звезда, планета или хотя бы астероид. А сила гравитационного притяжения протонов (и тем более протона и электрона) ничтожна.

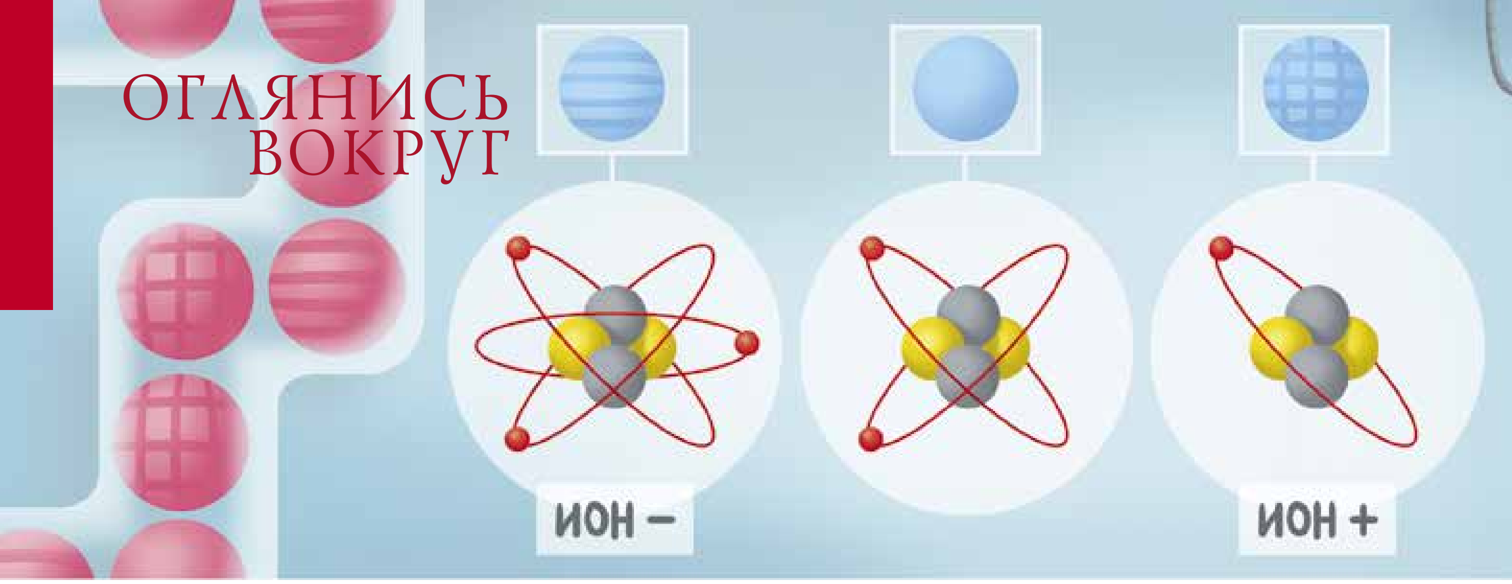
Электрическая сила, напротив, очень велика: если бы можно было закрепить в каком-то месте протон (и воздух, конечно, убрать), а в трёх сантиметрах над ним поместить другой протон, то второй протон не упал бы вниз, а полетел бы вверх – отталкивание одного протона сильнее гравитационного притяжения всей Земли!

Обычно вещи вокруг нас не имеют электрического заряда – в них столько же электронов, сколько и протонов. Но от некоторых атомов электроны довольно легко отрываются. И вот если отодрать от атомов одного предмета тысячу или миллион-другой электронов и «прицепить» к атомам другого предмета, эти два предмета окажутся заряжены: один – положительно (в нём протонов больше, чем электронов), а другой – отрицательно (в нём лишние электроны). А ведь тысяча протонов, если они рядом, притягивают каждый электрон в тысячу раз сильнее, чем один протон. И начнут эти два предмета притягиваться друг к другу... Случалось вам видеть что-нибудь похожее? Например, когда вы старательно причёсываетесь пластмассовой расчёской, а волосы сами собой поднимаются ей навстречу?

И ещё. В отличие от, например, животных одного вида, которые всё-таки немножко отличаются друг от друга, все протоны (или все нейтроны, или электроны) совершенно одинаковы. Так что, например, электрон, «потерявший» свой атом, уже не сможет найти его среди других таких же...

Задача 1. Взяли две пары маленьких незаряженных шариков. В первой паре от атомов одного шарика «оторвали» 100 электронов и «посадили» их на второй шарик. Во второй паре то же самое сделали с тысячей электронов. Потом шарики в каждой паре разнесли на одно и то же довольно большое расстояние. (Пары далеко друг от друга, гораздо дальше, чем шарики в каждой паре.) Будут ли шарики каждой пары притягиваться или отталкиваться? В какой паре сила их взаимодействия больше и во сколько раз?

Электрическое притяжение к протонам и держит электроны в ато-



ме, не даёт им улететь. Как мы вскоре убедимся, оно же скрепляет атомы в молекулы. Но не только! Оно же заставляет молекулы одних тел действовать на молекулы других. Если не считать силы гравитационного притяжения, с которой все мы знакомимся с детства (глядя, как падают на пол выпущенные из руки игрушки), все остальные наблюдаемые нами физические явления вызваны как раз электрической силой. Упругость пружины, трение, прилипание разных вещей друг к другу или, наоборот, их взаимное отталкивание – за всё это отвечает взаимодействие электронов одних атомов с ядрами и электронами других.

Но вернёмся к нашим атомам. В нормальной ситуации атом электронейтрален, то есть не имеет заряда: у него электронов столько, сколько протонов в ядре. Если это не так (например, кто-то похитил у атома электрон или атом где-то захватил себе чужой), такой «калечный» атом называется *ионом*. Тогда он заряжен – положительно, если электронов не хватает, и отрицательно, если есть лишние.

Протоны притягивают к себе электроны и заставляют их вертеться вокруг ядра, не улетая далеко. А нейтроны в электрическом взаимодействии не участвуют. Зачем же они тогда нужны? Затем, чтобы «склеивать» протоны в ядре – ведь протоны отталкиваются друг от друга электрическими силами, и без нейтронов они бы разлетелись в разные стороны! Силы, которыми нейтроны удерживают протоны вместе, – уже не электрические. Они действуют только на очень маленьких расстояниях – внутри ядра.[3]

Теперь можно догадаться, чем отличаются друг от друга разные сорта атомов: у них разное количество электронов. И, соответственно, протонов в ядре. Номер элемента в таблице Менделеева (число, написанное крупно в правом верхнем углу каждой клетки) – это число протонов в атомах этого элемента. А как узнать количество нейтронов? По массе атома, ведь массы протонов и нейтронов равны! Например, в атоме водорода – самом малень-

[3] Зато на этих маленьких расстояниях они очень большие – надо ведь «победить» электрическое отталкивание! Поэтому они так и называются – «сильные силы» (strong force), сильное взаимодействие.

ком и самом лёгком – всего один протон. А в ядре атома гелия два протона, и при этом атом гелия в 4 раза тяжелее атома водорода. Электроны не в счёт – значит, в ядре гелия 2 нейтрона!

Масса атома – в единицах массы водорода – написана в каждой клетке внизу.[4] Легко убедиться, что у нетяжёлых атомов нейтронов примерно столько же, сколько протонов. А у тяжёлых – нейтронов больше: всё труднее становится удерживать всю эту громоздкую конструкцию.

Но почему эта масса нецелая? Не может же, например, у хлора быть 18 с половиной нейтронов? Конечно,

Периоды	Ряды	ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII			
		а б	а б	а б	а б	а б	а б	а б	б			а
1	1	H 1 водород 1,008										He 2 гелий 4,003
2	2	Li 3 литий 6,941	Be 4 бериллий 9,0122	B 5 бор 10,811	C 6 углерод 12,011	N 7 азот 14,007	O 8 кислород 15,999	F 9 фтор 18,998				Ne 10 неон 20,179
3	3	Na 11 натрий 22,99	Mg 12 магний 24,305	Al 13 алюминий 26,982	Si 14 кремний 28,086	P 15 фосфор 30,974	S 16 сера 32,064	Cl 17 хлор 35,453				Ar 18 аргон 39,948
4	4	K 19 калий 39,098	Ca 20 кальций 40,08	21 Sc скандий 44,956	22 Ti титан 47,867	23 V ванадий 50,941	24 Cr хром 51,996	25 Mn марганец 54,938	26 Fe железо 55,849	27 Co кобальт 58,933	28 Ni никель 58,7	
	5	29 Cu медь 63,546	30 Zn цинк 65,37	Ga 31 галлий 69,72	Ge 32 германий 72,63	As 33 мышьяк 74,922	Se 34 селен 78,96	Br 35 бром 79,904				Kr 36 криптон 83,8
5	6	Rb 37 рубидий 85,468	Sr 38 стронций 87,62	39 Y иттрий 88,906	40 Zr цирконий 91,22	41 Nb ниобий 92,906	42 Mo молибден 95,96	43 Tc технеций [99]	44 Ru рутений 101,07	45 Rh родий 102,906	46 Pd палладий 106,4	
	7	47 Ag серебро 107,868	48 Cd кадмий 112,41	In 49 индий 114,82	Sn 50 олово 118,71	Sb 51 сурьма 121,76	Te 52 теллур 127,6	I 53 иод 126,905				Xe 54 ксенон 131,3
6	8	Cs 55 цезий 132,905	Ba 56 барий 137,33	57 – 71 лантаноиды	72 Hf гафний 178,49	73 Ta тантал 180,948	74 W вольфрам 183,84	75 Re рений 186,207	76 Os осмий 190,2	77 Ir иридий 192,22	78 Pt платина 195,09	
	9	79 Au золото 196,967	80 Hg ртуть 200,59	Tl 81 таллий 204,38	Pb 82 свинец 207,19	Bi 83 висмут 208,98	Po 84 полоний [210]	At 85 астат [210]				Rn 86 радон [222]
7	10	Fr 87 франций [223]	Ra 88 радий [226]	89 – 103 актиноиды	104 Rf резерфордий [261]	105 Db дубний [262]	106 Sg сиборгий [263]	107 Bh борий [262]	108 Hs хассий [265]	109 Mt мейтнерий	110	

ЛАНТАНОИДЫ														
57 La лантан 138,906	58 Ce церий 140,12	59 Pr празеодим 140,908	60 Nd неодим 144,24	61 Pm прометий [145]	62 Sm самарий 150,4	63 Eu европий 151,96	64 Gd гадолиний 157,25	65 Tb тербий 158,926	66 Dy диспрозий 162,5	67 Ho гольмий 164,93	68 Er эрбий 167,26	69 Tm тулий 168,934	70 Yb иттербий 173,05	71 Lu лютеций 174,97

АКТИНОИДЫ														
89 Ac актиний [227]	90 Th торий 232,038	91 Pa протактиний [231]	92 U уран 238,29	93 Np нептуний [237]	94 Pu плутоний [244]	95 Am америций [243]	96 Cm кюрий [247]	97 Bk берклий [247]	98 Cf калифорний [251]	99 Es эйнштейний [254]	100 Fm фермий [257]	101 Md менделевий [258]	102 No нобелий [259]	103 Lr лоуренсий [260]

[4] Тут мы чуть-чуть обманываем читателя, но это не беда: дальше придётся обманывать ещё сильнее...

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

нет. Просто это значит, что в природе бывают атомы с 17 электронами, 17 протонами и 18 нейтронами, а бывают такие, у которых электронов и протонов столько же, а число нейтронов отличается. И те и другие – атомы хлора, ведь электронов и протонов столько же. Такие «подвиды» атомов одного вида называют *изотопами*. В таблице Менделеева написана средняя масса атомов каждого вида (с учётом распространённости их изотопов).

В большинстве клеток средняя масса близка к целому числу. Это значит, что, как правило, в природе больше всего какого-то одного изотопа атомов каждого вида, а атомы с другим количеством нейтронов встречаются не так уж часто. Почти всегда можно не обращать на них внимания и округлять массу до ближайшего целого числа.

Когда хотят уточнить, какой именно изотоп имеется в виду, заряд ядра и его массу пишут прямо рядом с названием элемента: например, ^1_1H – обычный водород; ^2_1H – тяжёлый водород, он же дейтерий; ^3_1H – сверхтяжёлый водород, тритий.

Ну-ка, проверим –всё ли понятно?

Художник Мария Усеинова

Задача 2. Сколько у атома $^{12}_{6}C$ электронов, протонов и нейтронов? А у атома $^{23}_{11}Na$? А у атома $^{197}_{79}Au$? У каких атомов 30 нейтронов? (Считаем только основные, самые распространённые изотопы каждого элемента.)

Задача 3. Если 1 кг воды «расщепить» на кислород и водород, сколько получится граммов газа кислорода?

Задача 4. Во что превратится атом кислорода $^{16}_{8}O$, если добавить в его ядро один нейтрон? А если убрать один протон?

Задача 5. У хлора два распространённых изотопа. Более редкий из них имеет 20 нейтронов. Во сколько раз изотопов хлора-37 в природе меньше, чем изотопов хлора-35?

Контрольная задача. Есть 3 списка:

1) азот, никель, алюминий, железо, медь, гелий;

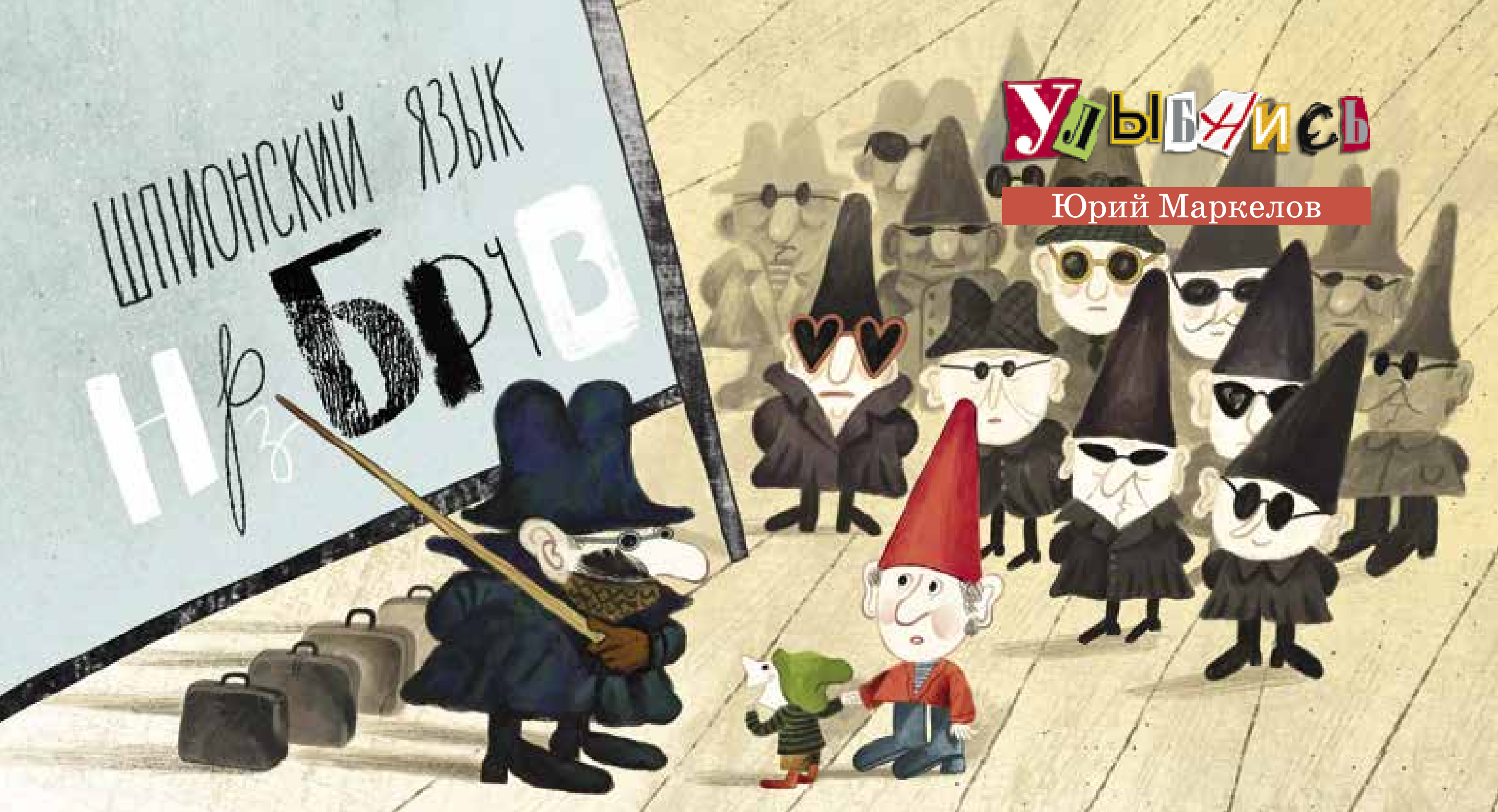
2) вода, метан, поваренная соль, спирт, сахар, аспирин;

3) дерево, воздух, бумага, нефть, водка, гранит.

Что общего в материалах внутри каждого списка и в чём отличие списков друг от друга? По какому принципу собраны эти списки?

УЛЫБНИСЬ

Юрий Маркелов



ДРГЙЧТТЛЬ!

(*Ой, извините, увлёкся.*)

ДОРОГОЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Речь сегодня пойдёт о языке **НРЗБРЧВ**. Чтобы зашифровать текст с помощью этого языка, надо просто выбросить все гласные буквы из слов и убрать пробелы со знаками препинания из предложений. Например, «журнал» превратится в «жрнл», фраза «Квантик и Ноутик» примет вид «КвнткНтк», слово «Я» вообще пропадёт.

Правда, при расшифровке могут быть ошибки. Скажем, нельзя отличить «весело было» от «я вас люблю», «портье» от «пороть». Одинаковыми станут «рука», «арка», «урок» и «рак».

А ещё на языке **НРЗБРЧВ** намного больше палиндромов. Ведь если предложение симметрично относительно середины, оно таким останется и после выбрасывания гласных, то есть палиндром на русском языке и после перевода на **НРЗБРЧВ** будет палиндромом. А вот фразы «молоко лам» или «соль лося» на **НРЗБРЧВ** будут палиндромами, а на русском – нет.

Задачи

1. Переведите на язык **НРЗБРЧВ**: *математика, лингвистика, шифрование*.

2. Вот первые несколько строк известных стихотворений русских поэтов на языке **НРЗБРЧВ**. Восстановите их изначальный вид, а если сможете, то назовите автора и название произведения.

а) «**НшТнгрмкплчтрнлврчкмчк**»,

б) «**ТрдвцпдкнмПрлпзднвчркм**»,

в) «**СкжкддвдьндрмМсквсплннпжрм**»,

г) «**ПлцмслнвдлКквдннпкз**».

3. Найдите такие три различные согласные буквы, что любая их перестановка является существительным в начальной форме в языке **НРЗБРЧВ**.

4. От чего происходит название языка **НРЗБРЧВ**?

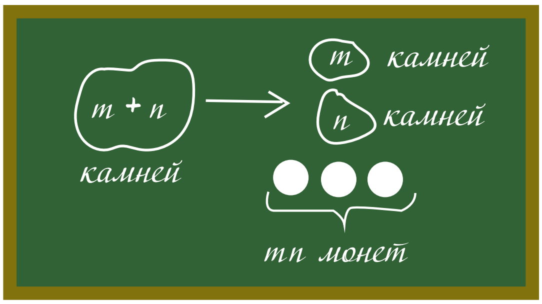
Художник Ольга Демидова

Виктор Клепцын

Добрыня и куча камней

На математическом кружке учитель только что закончил записывать условие задачи:

Есть куча из 1001 камня. Каждый раз, когда богатырь Добрыня делит кучу камней на две, царь платит ему столько монет, каково произведение количеств камней в двух получившихся кучах. Как должен действовать Добрыня, чтобы получить как можно больше?



И сразу ученики заспорили.

– Ясно, что первым делом нужно поделить кучу почти пополам: тогда Добрыня сразу получит аж $500 \cdot 501$ монет. Потом меньшие кучи поделим ещё пополам и т.д. А нам нужно будет весь этот заработок сложить. Только вот как? – сказала Женя.

– А кто тебе сказал, что этот путь самый выгодный? Пару раз сорвёт куш, а потом будет он у тебя, скажем, десятимонетные кучки пополам делить, по 25 монет за раз получая. А у меня Добрыня по одному камню брать будет. Тысяча монет на первом ходу, 999 на втором, 998 на третьем... Тише едешь – дальше будешь! – ответил ей основательный Мика.

– Это что же, нам сейчас нужно будет всё это складывать, чтобы сравнить? – Перспектива вычислять сумму тысячи слагаемых Женю явно не обрадовала.

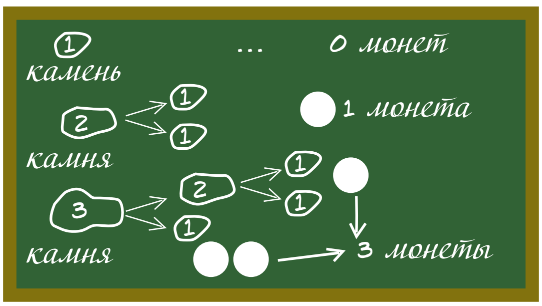
– Не торопитесь, – вмешался учитель. – Вы ещё не «вжились» в задачу. Не спешите отвечать именно на заданный вопрос, попробуйте её «покрутить» и поэкспериментировать, поймите, что происходит.

– Поэкспериментируешь тут, когда каждый раз тысячу чисел складывать надо, – не согласилась Женя.

– Правильно. Поэтому для начала измените задачу. Число 1001 слишком большое, возьмите число поменьше и разберитесь с ним. А там, глядишь, и на исходный вопрос ответите.

– Один – замечательное число! Один камень в куче, делать ничего не надо, красота! Правда, и заработать у Добрыни не выйдет, – откликнулся на это предложение Мика.

– Два камня принесут Добрыне одну монету, тут без вариантов. А если их три, то $2 + 1 = 3$ монеты, – подхватила эстафету обрадовавшаяся Женя.

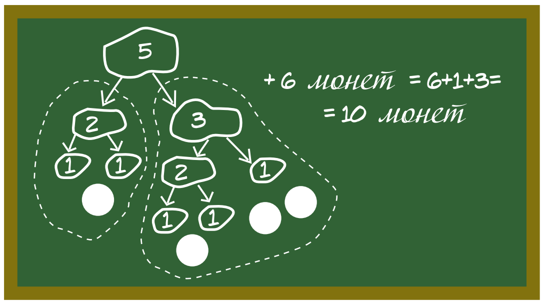


– Пусть теперь камней четыре. Если Добрыня поделит их пополам, а потом кучки опять пополам, как ты предлагаешь, то заработает $2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 4 + 1 + 1 = 6$ монет, – продолжил Мика.

– А если будет оттаскивать по одному камню, как предлагаешь ты, то $3 + 2 + 1$. Опять 6 монет! – удивилась Женя.

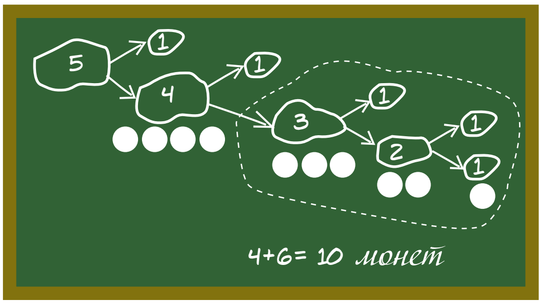
– А других вариантов нет. Смотрим на 5 камней?

– Смотрим! Если их поделить как $5 = 2 + 3$, то Добрыня заработает $2 \cdot 3 = 6$ монет первым ходом, а потом одну монету за кучку из 2 камней и три монеты за кучку из трёх. Итого $6 + 3 + 1 = 10$ монет. А у тебя?



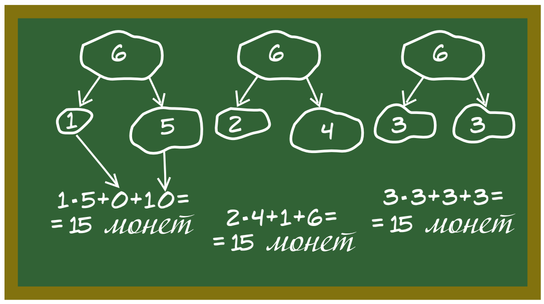
– Берём один камень и сводим задачу к предыдущей. Получается 4 мо-

неты сразу и 6 потом. Итого $4+6=10$. Опять 10! – Настал черёд и Мики удивиться.



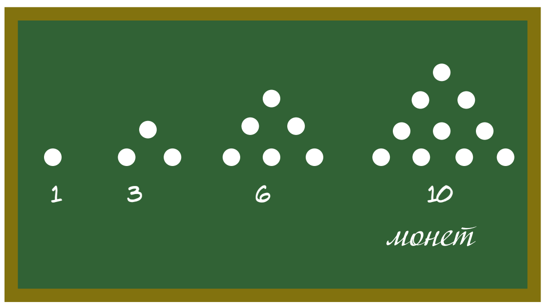
– Опять совпадение… А любое совпадение подозрительно. И должно быть исследовано! – подхватила Женя. – А не может ли так статься, что итоговый результат вообще не зависит от действий Добрыни? Ну, если только он не поленится и разберёт всё до конца?

– Проверим для 6 камней! – поддержал Мика. – Первым ходом Добрыня может поделить их как $1+5$, $2+4$ или $3+3$. Кучка из 2 камней приносит ему 1 монету, из 3 – три, из 4 – шесть, а из 5 – десять. Посмотрим-посмотрим:



– Таких совпадений не бывает, мы были правы! – обрадовалась Женя. – Осталось это доказать. Где-то я эти числа видела: 1 монета, 3, 6, 10, 15…

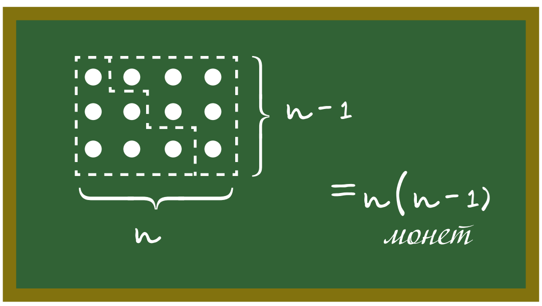
– Да это же треугольные числа: ведь если Добрыня будет работать так, как я сказал, начав с кучки из n камней, он заработает сумму последовательных чисел $(n-1)+(n-2)+...+2+1$.



– Мы готовы сформулировать гипотезу, – обращаясь к учителю, Женя взяла на себя роль капитана. – Итоговый результат не зависит от действий Добрыни: когда куча из n камней будет полностью разобрана, он получит $1+2+...+(n-1)$ монет.

– Отлично! – обрадовался учитель. – Вот вы и разобрались с тем, что в задаче происходит. Остаётся доказать. Сможете?

– Ну, это уже несложно, – подхватил Мика. – Сначала соберём треугольное число в более аккуратный вид: эта сумма равна $\frac{n(n-1)}{2}$. Потому что если её удвоить, то монеты можно выложить в прямоугольник $n\times(n-1)$:



– А теперь посмотрим, – продолжил он. – Если сначала монет $n=a+b$ и Добрыня делит их на кучки из a и b монет, то первым ходом он заработает ab монет, а потом ещё $\frac{a(a-1)}{2}$ из первой и $\frac{b(b-1)}{2}$ из второй кучек. Всего

$$ab+\frac{a(a-1)}{2}+\frac{b(b-1)}{2}=\frac{2ab+a^2+b^2-a-b}{2}=$$
$$=\frac{(a+b)^2-(a+b)}{2}=\frac{n^2-n}{2}=\frac{n(n-1)}{2}.$$

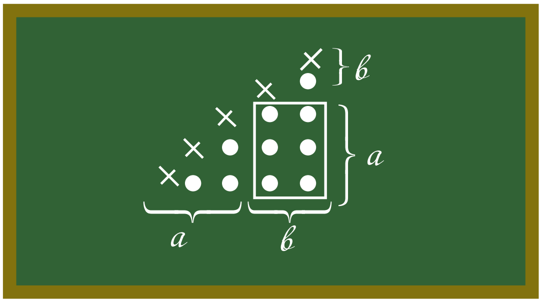
– Ура! – обрадовался Мика.

– Формулы, формулы... А почему всё же так хорошо совпало, что от действий Добрыни ничего не зависит? Нет ли этому какого-то хорошего объяснения? – задумалась Женя. – Ведь...

– Совпадения подозрительны! – подхватил Мика. – Может, получится это объяснить как-то геометрически? Ведь треугольное число – это когда складывают монеты треугольником; мы уже их так складывали, вычисляя, чему треугольное число равно.

– Но в таком треугольнике можно найти два меньших, соответствующих двум получающимся кучам из a

и b монет! А останется как раз прямоугольник, и будет там как раз ab монет! – обрадовалась Женя.



– Хорошо, это мы упростили рассуждение, обойдясь без формул. И получили красивое доказательство, почему формула работает; но хотели-то мы объяснения, почему результат от действий Добрыни оказался не зависящим, – не спешил радоваться Мика.

– Ты прав. Давай ещё подумаем – что мы вообще о треугольных числах знаем? – не теряла энтузиазма Женя.

– Это ещё количество пар. В смысле, сколькими способами можно выбрать два из n камней, – ответил Мика.

– Количество пар... Ну конечно! Смотри, количество пар из $a+b$ камней – это количество пар из a камней плюс количество пар из b камней плюс количество пар, в которых один камень из первой кучи, второй из второй. Это тождество мы и написали, – азартно заговорила Женя. – Вот тебе и объяснение! Давай свяжем верёвочкой каждую пару камней в исходной куче. И пусть верёвочки рвутся, когда камни оказываются в разных кучах. Тогда Добрыня, деля кучу на две, зарабатывает как раз столько монет, сколько верёвочек он разорвал. Но в конце, когда у нас n куч по одному камню, все верёвочки будут разорваны. Значит, он заработал столько монет, сколько исходно было верёвочек. Как бы он ни действовал!

– Молодцы! – подытожил учитель. – Только не забудьте вернуться к исходной задаче и дать на неё ответ.

– Легко! – подхватил Мика. – Заработает Добрыня $500 \cdot 1001 = 500500$ монет, как бы он ни действовал, лишь

бы не останавливался, пока все кучки не станут по одному камню.

– И ещё раз – молодцы! А теперь к следующей задаче...

Послесловие. Видимо, эту задачу о Добрыне правильно считать фольклорной – во всяком случае, автору не удалось найти её первоисточник. Вот несколько близких к ней:

1 (И. Изместьев). Имеется три кучи камней. Сизиф таскает по одному камню из кучи в кучу. За каждое перетаскивание он получает от Зевса количество монет, равное разности числа камней в куче, в которую он кладёт камень, и числа камней в куче, из которой он берёт камень (сам перетаскиваемый камень при этом не учитывается). Если указанная разность отрицательна, то Сизиф возвращает Зевсу соответствующую сумму. (Если Сизиф не может расплатиться, то великодушный Зевс позволяет ему совершать перетаскивание в долг.) В некоторый момент оказалось, что все камни лежат в тех же кучах, в которых лежали первоначально. Каков наибольший суммарный заработок Сизифа на этот момент?

2 (Е. Горский). На доске написаны по возрастанию два натуральных числа x и y ($x \leqslant y$). Петя записывает на бумажке x^2, а затем заменяет числа на доске числами x и $y - x$, записывая их по возрастанию. С новыми числами на доске он проделывает ту же операцию, и т.д., пока одно из чисел на доске не станет нулём. Чему будет в этот момент равна сумма чисел на бумажке?

3 (Е. Горский, С. Дориченко). На доске написаны натуральные числа x, y и z. Петя пишет на бумажку произведение двух из них, а на доске уменьшает третье число на 1. С новыми тремя числами на доске он делает ту же операцию, и т.д., пока одно из чисел на доске не станет нулём. Чему в этот момент равна сумма чисел на бумажке?

Подсказка к задачам 2 и 3: какой у них геометрический смысл?

Художник Алексей Вайнер

О вреде подхалимства и пользе оппозиции

Александр Бердников,
Алексей Воропаев,
Сергей Дориченко

Жила-была комиссия

Некая комиссия принимает решение по любому вопросу большинством голосов. В комиссию входят трое – председатель, представитель народа и эксперт, и голосуют они по очереди именно в таком порядке. Каждый говорит либо «да», либо «нет», и если хотя бы двое сказали «да», принимается решение «да», а если хотя бы двое сказали «нет» – принимается решение «нет».

Эксперт не зря получил свой диплом, и что бы там ни говорили председатель и парень из народа, голосует независимо, выбирая правильное решение с вероятностью 0,9 (ошибается в среднем лишь в 1 случае из 10). Председатель тоже толковый малый, но выбирает правильное решение с вероятностью лишь 0,7 (в среднем в 7 случаях из 10). А вот представитель народа…

Вариант № 1: подхалим

В позапрошлом году представитель народа оказался подхалимом и просто копировал голос председателя. Понятное дело, в итоге председатель всё и решал – его голос удваивался и автоматически утверждался комиссией, – так что верное решение принималось с вероятностью 0,7.

Вариант № 2: шутник

В прошлом году представитель народа оказался, мягко говоря, несерьёзным парнем и прямо перед голосованием бросал монетку: «орёл» – «да», «решка» – «нет». Монетка оказалась «честной» – выдавала и орла, и решку с вероятностью 0,5, – так что вероятность принять верное решение у представителя народа уменьшилась и стала равной 0,5. Казалось бы, и комиссия в целом теперь должна голосовать хуже?

Давайте разбираться. Когда эксперт прав, в половине случаев шутник его поддержит – вот уже 45% случаев, когда решение будет верным. И если председатель прав, то в половине случаев шутник его поддержит – это ещё 35% случаев, когда решение верное.

Стоп, ведь те случаи, когда правы и эксперт, и председатель, и шутник, мы посчитали дважды. Зато не посчитали случаи, когда правы и эксперт, и председатель, но шутник их не поддерживает. В среднем это же одно и то же число – шутник ведь одинаково часто и прав, и неправ. Сколько мы посчитали лишнего, столько и забыли. Значит, итоговый ответ: $0{,}45 + 0{,}35 = 0{,}8$. Очень странно – вероятность принять верное решение возросла.

Вариант № 3: оппозиционер

В этом году представитель народа оказался оппозиционером к власти и всегда голосовал строго противоположно председателю (если тот «за», то он – «против», и наоборот). Тем самым, теперь его вероятность выбрать верное решение равнялась 0,3 – меньше, чем в двух предыдущих вариантах! И что же? Комиссия принимала правильные решения лучше, чем когда бы то ни было, – с вероятностью 0,9. Ведь теперь всё решал эксперт – двое других всегда давали один голос «за» и один голос «против», так что голос эксперта автоматически удваивался.

В чём же дело?

Но как всё меньшая вероятность у парня из народа голосовать правильно только улучшала общий результат? Всё просто! Когда председатель и эксперт согласны друг с другом, всё решают они – от действий парня из народа ничего не зависит. Процент этих случаев один и тот же для всех трёх вариантов (кстати, чему он равен?). Голос парня из народа влияет на ситуацию только в остальных случаях – когда председатель и эксперт не согласны между собой. При варианте № 1 этот голос дублирует председателя, при варианте № 3 – дублирует эксперта. Ясно, что результаты выше, когда копируешь более компетентного. А вот при варианте № 2 голос парня из народа (вернее, монетка) выбирает с равной вероятностью то голос председателя, то голос эксперта, то есть даёт среднее увеличение по сравнению с вариантами № 1 и № 3. И общий результат получается средний.

А дальше?

Тем, кто хочет продолжить своё знакомство с задачами по теории вероятностей, рекомендуем замечательную книгу Ф. Мостеллера «Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями». По мотивам одной из задач этой книги и написана эта небольшая статья.

Художник Николай Воронцов

Сергей Дворянинов

ЗАДАЧИ ПРО

1. Шлюзовая камера речного канала имеет верхние ворота и нижние. Нижние ворота – распашные. В какую сторону они открываются – внутрь шлюзовой камеры или наружу?

2. В некоторых вагонах метро дверь в кабину машиниста открывается внутрь кабины, а двери в вагоны расходятся в разные стороны. Почему используют разную конструкцию дверей?

3. Почему в таёжных охотничьих избушках входная дверь всегда открывается внутрь?

Двери и ворота

4. Почему двери в салон самолёта обычно открываются наружу?

5. Во многих зданиях в целях безопасности предусмотрен пожарный выход. В какую сторону открывается его дверь – внутрь здания или наружу?

6. В старых деревенских домах (да и в городских тоже) форточка на внешней оконной раме открывалась наружу, на улицу, а внутренняя форточка открывалась в комнату. Потом обе форточки стали открываться внутрь квартиры. Почему?

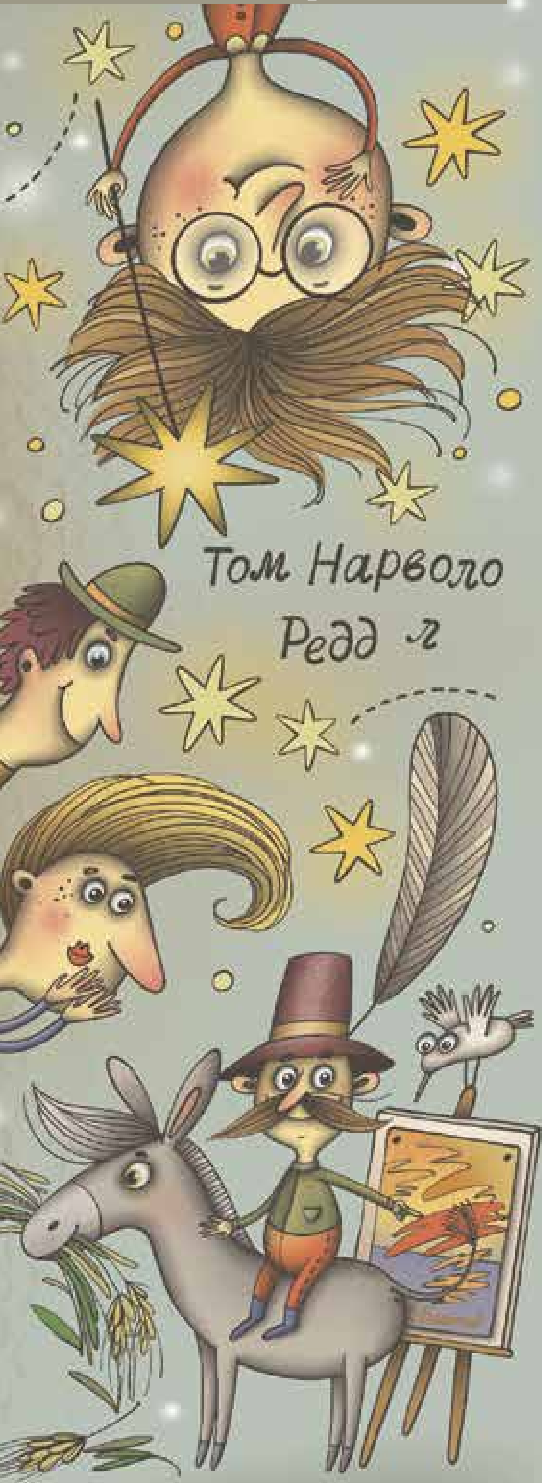
7. А как открывается дверь в вашем классе – внутрь классной комнаты или в коридор?

Художник Анна Горлач

Дивносинее сновидение

Окончание. Начало см. в «Квантике» № 10, 2018

Сергей Федин



Анаграмма, словно маска, прячет исходное слово за шеренгой перестроившихся буковок, и потому очень удобна для разного рода шуток и розыгрышей.

Вот лишь один пример. В 1910 году французский писатель Доржелес вместе с приятелями решил подшутить над любителями авангардной живописи. Для этого он окунул хвост осла в ведро с красками, а перед носом нового «живописца» поставил вкусное угощение.

Увлёкшись трапезой, осёл уткнулся в кормушку, довольно помахивая хвостом, который наносил немыслимые разноцветные узоры на стоящем позади него холсте. Получившийся «шедевр» Доржелес назвал «Закат на Адриатическом море» и выставил в модном салоне за подписью Боронали. Картина вызвала восторг публики, последовали хвалебные рецензии критиков. Но очень скоро обман раскрылся к всеобщему конфузу «специалистов», узнавших, кто настоящий автор абстрактного полотна. К тому же выяснилось, что и вымышленная фамилия Boronali – анаграмма от слова «Aliboron», что можно перевести с французского как «осёл» (болван).

Но не только ослам прятали имена с помощью перестановок букв. Анаграммными псевдонимами пользовались многие знаменитости: французский философ-просветитель Вольтер – этот псевдоним, по одной из версий, – неточная анаграмма его настоящего имени «Аруэ младший», Себастьян Жапризо, популярный французский писатель-детективщик (его настоящее имя Жан-Батист Росси) и др.

Ну а эту анаграмму ты наверняка видел в книжке «Гарри Поттер и тайная комната». Помнишь: «Он достал из кармана волшебную палочку и стал чертить ею в воздухе, написав три мерцающих слова: *Том Нарволо Реддл*. Затем взмахнул палочкой, и буквы его имени сами собой перестроились в другом порядке: *лорд Волан-де-Морт*».

Но иногда анаграммы от имён используют для других целей. Например, придворные поэты составляли хвалебные анаграммы из имён королей. Богословы строили анаграммы имени Бога, чтобы постичь его сущность. А кто-то с помощью анаграмм выяснял отношения. Так, говорят, французский поэт Андре Бретон поссорился с легендарным испанским художником Сальвадором Дали после того, как придумал анаграмму

Salvador Dali – avida dollars

(то есть «Сальвадор Дали – жаждущая долларов»).

В большинстве анаграмм буквы после перемешивания разбегаются довольно далеко, и поэтому родство анаграммных половинок не очевидно ни на вид, ни на слух. И тогда проверка буквенного соответствия анаграммных половинок становится довольно скучным занятием. Поэтому я хочу рассказать тебе о двух новых типах анаграмм, в которых «буквальное» родство легко слышно или даже видно.

Первый из них – это *встрои*. Так называются слова или словосочетания, разбитые на два (или более) новых слова с помощью шрифтовых ухищрений (высота букв, жирность и т.п.). Например, *каЗАчество*! (Б. Гринберг) То есть казачество – за качество! О встроях мы подробно разговаривали в одном из прошлых выпусков «Словечек»[1]. Поэтому не будем повторяться и познакомимся со вторым видом «ощутимых» анаграмм – *миниграммами* (то есть минимальными анаграммами).

Так я назвал анаграммы, в которых переставляется всего лишь одна буква или две буквы меняются местами. Например: 1. *Небо говорит: «Не боготвори!»* (С. Ф.) 2. *То ли голову помыть, / то ли голому повыть* (С.Ф.).

Анаграммы любят не только поэты. Загадка, спрятанная в анаграмме, всегда привлекала любителей головоломок. Они придумали много разных игр и задачек на перемешивание букв, среди которых есть даже анаграммные кроссворды. Но я хочу рассказать только о двух из них – игре «наборщик» и игре в «словесные бирюльки».

Игра «наборщик» – одна из самых популярных игр со словами, и ты наверняка её хорошо знаешь.

[1] *Математика – мама и тётка*. Квантик, №1, 2013.

И всё же напомню правила. Игроки выбирают какое-нибудь слово и затем из его букв (из любого их набора) составляют новые слова. Побеждает тот, кто составит (наберёт) наибольшее количество слов. Например, из букв слова ПАРОВОЗ можно составить слова: ПАР, ВЗОР, РОЗА, ПОЗОР, ПРОЗА и т.д. А вот, скажем, слово ПАРА набрать из исходного слова нельзя, так как буква А в слове ПАРОВОЗ встречается только один раз.

Всё это, конечно, хорошо, но какое это имеет отношение к анаграммам? – спросишь ты. Да самое прямое! Дело в том, что опытные игроки в «наборщика» вовсю используют в игре анаграммы.

А именно, «набрав» какое-то слово, они тут же выписывают все анаграммы от него, которые в простых случаях им обычно хорошо известны. Например, набрав слово ЗОВ из слова ПАРОВОЗ, они сразу же пишут рядом его анаграмму: ВОЗ. А рядом со словом ПРОЗА пишут его анаграмму ЗАПОР и т.д. Ну, а если уж так повезло, что в исходном слове встречаются буквы О, Р, С, Т, то тут профессионал не теряется и сразу выписывает весь блок из четырёх слов: РОСТ, СОРТ, ТОРС, ТРОС. Знание таких анаграммных блоков очень помогает при игре в «наборщика».

А вот игру в «словесные бирюльки» ты, скорее всего, не знаешь, потому что появилась она не так давно. Правила её просты. Задаются два слова, из букв которых надо «сложить» одно новое слово. Например: *чудак* + *вино* = *одуванчик* или *краса* + *дам* = *маскарад*. Так что и в словах есть своя таблица сложения!

Задача. А теперь попробуй сам разгадать несколько «бирюлек»:

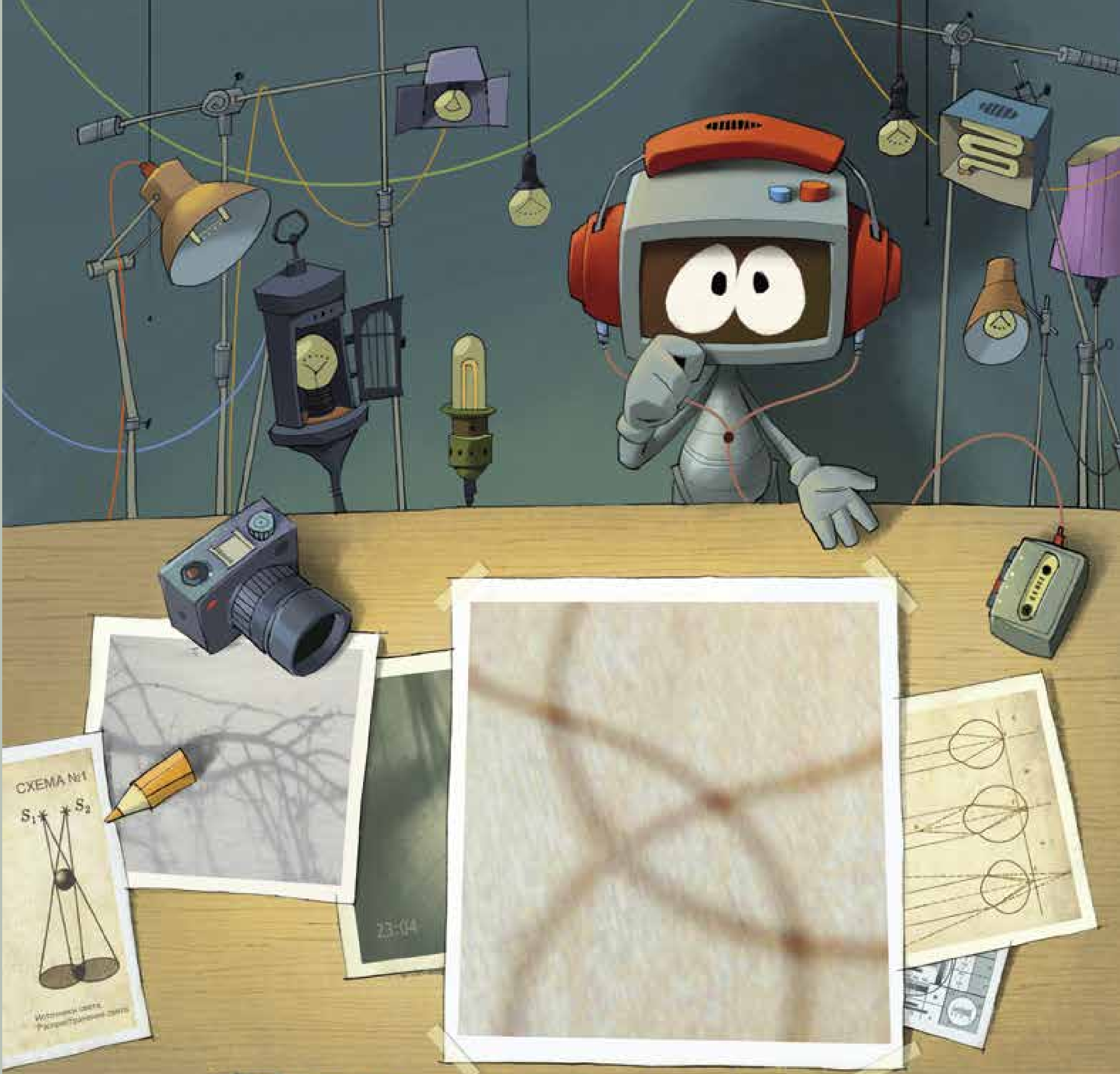
1. кот + лес = ?
2. треть + ад = ?
3. иней + лак = ?
4. мел + каска = ?
5. сто + градусов =?
6. три + ответа = ?

Находить анаграммы не так-то просто, недаром кто-то однажды сказал:

Не на тонны, а на граммы
Измеряют анаграммы.

Но зато такие находки приоткрывают нам волшебную дверцу в загадочный мир слов, каждое из которых – тайна. Ну а что может быть лучше разгадывания тайн!

Художник Елизавета Сухно



Тени на столе

На фото вы видите тени на столе от проводов наушников.

Стол был освещён двумя лампами. Какие из теней создаются одной и той же лампой, а какие – разными?

Автор Александр Бердников · Фото автора
Художник Алексей Вайнер

Михаил Евдокимов

Спичематика

1. Сделайте так, чтобы равенство стало верным. Разрешается трогать лишь одну спичку.

$$1+1=70$$

2. Сделайте так, чтобы равенство стало верным. Разрешается трогать лишь одну спичку.

$$675=12$$

3. Переложите две спички так, чтобы получилось равенство, которое в этом году было верно в августе, но неверно в июле.

$$678=51$$

Художник Анна Горлач

XIII Южный математический турнир. Избранные задачи

Турнир проводится Кавказским математическим центром Адыгейского госуниверситета и Адыгейской республиканской естественно-математической школой каждый сентябрь во Всероссийском детском центре «Орлёнок». В турнире участвуют более 150 школьников с 7 по 11 класс, разбившись на команды по 6 человек. Ребята не только сражаются в математических боях, но и слушают лекции, купаются в море. Приводим избранные задачи боёв лиги «Старт» (полный отчёт см. по ссылке adygmath.ru/umt18.html).

Арифметика и алгебра

1. (*Из украинских олимпиад*) Из A в B выехал гонщик, а спустя некоторое время другой гонщик выехал из B в A. Скорости гонщиков постоянны, но, возможно, различны. Гонщики встретились в точке C лицом к лицу, развернулись и поехали назад. Доезжая до своего начального пункта, каждый гонщик разворачивается и снова едет до встречи с другим гонщиком, разворачивается, и т. д. Вторая встреча произошла опять лицом к лицу, но уже в точке D. В какой из точек отрезка AB произойдёт сотая встреча?

2. (*М.Кузнецов*) Найдите наибольшее целое число из различных цифр, в котором любые три подряд идущие цифры образуют трёхзначное простое число.

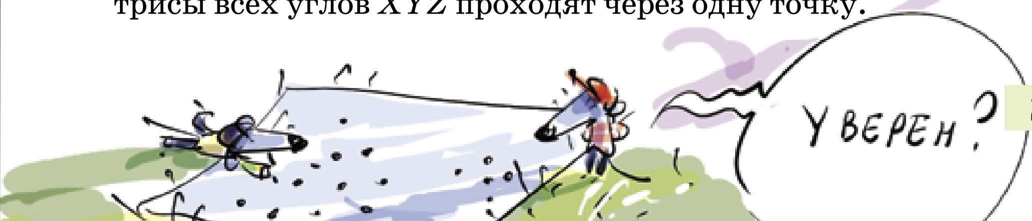
3. (*По задаче из украинских олимпиад*) На полке в ряд помещаются 9 одинаковых толстых учебников, а 10 уже не помещаются. Также на этой полке помещаются 15 одинаковых тонких учебников, а 16 уже не помещаются. Вася поставил на полку 5 тонких учебников. Какое наибольшее количество толстых учебников он сможет ещё разместить на полке?

4. (*А. Экштейн*) Десятичные записи чисел $1, 2, 2^2, 2^3, \ldots, 2^{2018}$ выписаны друг за другом в строчку. Какая наибольшая степень двойки делит полученное число?

5. (*М. Дидин*) Можно ли отметить на плоскости 2018 различных точек так, чтобы все попарные расстояния между ними, кроме одного, были целыми?

Геометрия

6. (*В. Расторгуев*) На плоскости дан отрезок AB. Рассматриваются выпуклые пятиугольники $ABXYZ$, лежащие по одну сторону от AB и такие, что $BX = AZ$, $\angle BXY = \angle XYZ = \angle YZA = 90°$. Докажите, что биссектрисы всех углов XYZ проходят через одну точку.



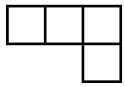
XIII Южный математический турнир. Избранные задачи

7. (*Из украинских олимпиад*) Внутри треугольника ABC выбрана такая точка P, что $BC=AP$ и $\angle APC+$ $+\angle ABC=180°$. На стороне AB выбрана такая точка K, что $AK=KB+PC$. Докажите, что $CK\perp AB$.

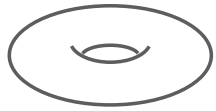
8. (*Л.Емельянов*) Внутри треугольника ABC лежит точка D. Для какой точки X на плоскости сумма расстояний $XA+XB+XC+XD$ наименьшая?

9. (*Л.Емельянов*) Тройка диагоналей пятиугольника называется *удачной*, если из них можно составить треугольник. Какое наименьшее возможное число удачных троек может быть в выпуклом пятиугольнике?

Комбинаторная геометрия



10. (*М.Кузнецов*) Докажите, что любой клетчатый квадрат с нечётной стороной и вырезанной центральной клеткой можно разрезать на Г-тетрамино (см. рисунок).



11. (*С.Волчёнков*) Планета Тор имеет форму бублика. Можно ли на этой планете разместить 4 города, 4 космодрома и проложить дороги от каждого города к каждому космодрому, чтобы никакие две дороги не имели общих точек, кроме концов?

12. (*С.Волчёнков*) Из 8 вершин куба по рёбрам поползли 8 муравьёв. Каждый муравей может ползать по рёбрам как угодно, но не превышая скорости 1 ребро в минуту. Через t минут оказалось, что каждая пара муравьёв уже встречалась (оказывалась в одной точке). Найдите наименьшее возможное значение t.

13. (*М.Кузнецов*) Дана белая клетчатая доска $n\times n$. При каких натуральных k после покраски любых k клеток доски в чёрный цвет её можно разрезать по линиям сетки на k прямоугольников так, что в каждом прямоугольнике будет ровно одна чёрная клетка?

Логика и комбинаторика

14. (*М.Дидин*) На острове рыцарей (всегда говорят правду) и лжецов (всегда лгут) некоторые жители знакомы между собой (знакомство взаимно). Турист встретил 10 аборигенов. Каждый абориген сказал про каждого из остальных 9 аборигенов одну из фраз: «Я

его не знаю», «Это мой знакомый рыцарь», «Это мой знакомый лжец». Любые двое сказали друг о друге разные фразы. Про какое наибольшее число аборигенов турист сможет гарантированно узнать, кто они?

15. (*Фольклор*) Даша разместила в Инстаграме 5 фото. Каждое фото «лайкнули» более половины её друзей (а друзей у Даши очень много). Докажите, что у Даши найдутся такие два друга, что каждое фото «лайкнул» хотя бы один из них.

16. (*По задаче из украинских олимпиад*) В клубе джентльменов каждые двое либо друзья, либо враги. У каждого ровно 75 врагов, причём выполняется правило «Враг моего друга – мой враг». Сколько джентльменов могло быть в клубе?

17. (*С.Волчёнков*) На доске написаны числа 201 и 301. Играют Саша и Катя. Начинает Саша. За один ход можно вычесть из меньшего числа 2 или вычесть из большего числа 3 (если перед ходом игрока числа равны, то он может из одного из чисел вычесть или 2, или 3). Выигрывает тот, кто первым получит отрицательное число. У кого есть выигрышная стратегия?

18. (*Из эстонских олимпиад*) 2^n солдат выстроены в шеренгу. По команде «Перестрой-СЯ!» они рассчитываются на первый-второй, после чего первые становятся в начало шеренги (в том же порядке по отношению друг к другу, что и перед этим), а после них становятся вторые (тоже сохраняя своё взаимное расположение). Например, солдаты, стоящие в порядке 12345678, после такой команды становятся в порядке 13572468. Докажите, что после n команд «Перестрой-СЯ!» солдаты вернутся к исходному порядку.

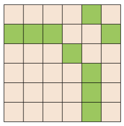
19. (*Задача из Саудовской Аравии*) На какое наименьшее число слоновьих троп можно разбить белые клетки шахматной доски 10×10? Слоновья тропа – это последовательность клеток, в которой у каждых двух последовательных клеток ровно одна общая точка.

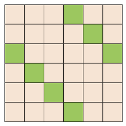
20. (*Фольклор*) Дано целое число $n\geqslant 8$. При каком наибольшем k на доске $n\times n$ можно покрасить k клеток так, чтобы никакие центры четырёх покрашенных клеток не были вершинами параллелограмма?

Материал подготовили: Дауд Мамий
и составители лиги «Старт»
Сергей Волчёнков, Сергей Дориченко,
Павел Кожевников, Дмитрий Кузнецов
Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС, I ТУР
(«Квантик» № 9, 2018)

1. В *клетчатом квадрате* 6×6 *можно зачеркнуть 9 клеток так, чтобы не было 5 незачёркнутых клеточек подряд ни по горизонтали, ни по вертикали (см. рисунок). А можно ли зачеркнуть всего а) 8 клеток; б) 7 клеток; в) 6 клеток так, чтобы выполнялось то же условие?*





а), б) **Ответ:** можно (пример для 7 клеток см. на рисунке справа).

в) **Ответ:** нельзя. Пусть нам это удалось. Чтобы в строках не было 5 незачёркнутых клеток подряд, надо в каждой строке зачеркнуть хотя бы одну клетку. Поскольку строк 6, в каждой зачёркнута ровно одна клетка. Аналогично, в каждом столбце зачёркнута ровно одна клетка. Рассмотрим зачёркнутую клетку верхней строки: столбец, в котором она находится, содержит 5 незачёркнутых клеток подряд.

2. *У входа в парк развлечений висит электронное табло, показывающее время (часы и минуты). Когда табло показало 9:00, в парке открылись шесть аттракционов и работали до вечера по 1, 2, 3, 4, 5 и 6 минут соответственно с минутным перерывом. Когда Олег пришёл днём в парк, ни один аттракцион не работал. Какое время показывало электронное табло в этот момент?*

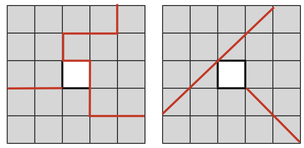
Ответ: 15:59. Назовём *периодом аттракциона* время, за которое проходит перерыв и один цикл аттракциона. Олег пришёл в момент, когда ни один аттракцион не работал, а значит, прошло целое число периодов каждого аттракциона, если считать с 8:59. Пусть прошло x минут, тогда x делится на 2, 3, 4, 5, 6 и 7. Наименьшее такое число – это $4\cdot3\cdot5\cdot7=420$, то есть 7 часов, следующее – 14 часов. Так как дело было днём, $x=7$, откуда получаем ответ.

3. *Квантик написал 100 различных натуральных чисел, а Ноутик написал число, делящееся на каждое из них. Докажите, что число Ноутика хотя бы в 100 раз больше самого маленького числа у Квантика.*

Выпишем частные от деления числа Ноутика на все числа Квантика. Получатся 100 натуральных чисел, которые тоже различны! Поэтому одно из них не меньше 100, то есть число Ноутика хотя бы в 100 раз больше одного из чисел Квантика, а значит, и минимального тоже.

4. *Разрежьте квадрат* 5×5*, в центре которого вырезано отверстие* 1×1*, на три фигуры с равными периметрами и равными площадями.*

Ответ: примеры см. на рисунке.



5. *а) Квантик и Ноутик показывают такой фокус. Зритель задумывает любые шесть разных целых чисел от 1 до 125 и сообщает их только Ноутику. После этого Ноутик называет Квантику какие-то пять из них, и Квантик угадывает шестое задуманное зрителем число. Предложите способ, как могли бы действовать Квантик и Ноутик, чтобы фокус всегда удавался. б) Сумеют ли фокусники добиться успеха, если зритель сам указывает Ноутику, какие пять из шести задуманных им чисел Ноутик должен назвать Квантику?*

а, б) **Ответ:** сумеют. Ноутик вправе выбрать порядок, в котором ему называть 5 чисел Квантику. Всего таких порядков 120 (на первом месте может стоять любое из 5 чисел, на втором месте любое из оставшихся 4 чисел, и т. д., всего $5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$ вариантов). Квантик и Ноутик заранее запоминают все возможные порядки в определённой последовательности: 12345, 12354, 12435, ... (1 обозначает наименьшее из пяти чисел, 2 – следующее по величине, и т.д.). Ноутик упорядочивает по возрастанию 120 чисел, которые он не называет, находит в нём шестое задуманное число и называет указанные зрителем 5 чисел в порядке с соответствующим номером. Квантик высчитывает этот номер (так же упорядочивая неназванные числа) и угадывает задуманное число.

ВЕРНЁМСЯ К НАШИМ КОРОВАМ
(«Квантик» № 10, 2018)

Задачу про быков можно решить почти так же, как и про коров, подразумевая под порцией количество травы, съедаемое не коровой в день, а быком в неделю. Второй луг больше первого в $10:3\frac{1}{3}=3$ раза. Мысленно увеличим первый луг втрое (уравняв его со вторым) и запустим на него втрое же большее число быков, то есть $12\times3=36$. Понятно, что они управятся с травой за те же 4 недели. Итак, один и тот же луг (утроенный первый, либо просто второй) прокормит либо 36 быков в течение 4 недель, либо 21 быка в течение 9 недель.

Дальше рассуждаем аналогично решению задачи о коровах. За 4 недели 36 быков съели $36\times4=144$ порции, а за 9 недель 21 бык съел $21\times9=189$ порций. Это на $189-144=45$ порций больше, потому что быки паслись на $9-4=5$ недель дольше. Поэтому за неделю прирастает $45:5=9$ порций. За 4 недели прирост травы составит $9\times4=36$ порций. За 4 недели 36 быков съели 144 порции: значит, первоначальный запас травы на лугу составлял $144-36=108$ порций.

Третий луг больше второго в $24:10=2{,}4$ раза, поэтому и первоначальный запас травы на нём в 2,4 раза больше, то есть равен $108\times2{,}4=259{,}2$ порций, и скорость прироста увеличивается во столько же раз, то есть составляет $9\times2{,}4=21{,}6$ порций в неделю. За 18 недель прирост достигнет $21{,}6\times18=388{,}8$ порций, и потому за этот период будет съедено $259{,}2+388{,}8=648$ порций, чего как раз хватит для прокорма $648:18=36$ быков.

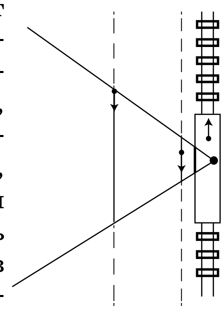
К тому же ответу, естественно, приводят и рассуждения с использованием идеи о быках-компенсаторах. Как мы выяснили, на 10-гектарном лугу за неделю прирастает 9 порций, поэтому 9 из 36 быков – компенсаторы, а остальные $36-9=27$ – активные. Для луга площадью 24 га количество тех и других быков должно быть пропорционально больше (в $\frac{24}{10}=2{,}4$ раза), то есть соответственно $9\times2{,}4=21{,}6$ и $27\times2{,}4=64{,}8$. Итого количество активных быков при их пропитании на 24-гектарном лугу в течение 18 недель (а не четырёх) должно составить $64{,}8\times\frac{4}{18}=14{,}4$, а суммарное число быков обоих типов: $14{,}4+21{,}6=36$.

ПОКОСИВШИЙСЯ СТОЛБ?

(«Квантик» № 10, 2018)

Представьте, что вид из окна запечатлевается на фото «по слоям»: сначала – верхний слой, через небольшое время – слой под ним и т.д., постепенно заполняется слой за слоем всё фото. Тогда если в окне проносится столб, то чем ниже слой, тем больше вбок будет смещён кусочек столба, который попал в этот слой. Собранные вместе на одной фотографии такие кусочки образуют наклонённый столб! Причём чем быстрее он проносится, то есть чем меньше времени мы его видим в окне, тем больше он будет наклонён. Если же фотографировать не из окна поезда, а стоя неподвижно, и какие-нибудь неподвижные предметы, то искажения не будет.

Но почему далёкие берёзы наклонены меньше? Представьте, что над поездом с такой же скоростью летит дрон и снимает видео. На видео поезд неподвижен, столбы и берёзы движутся по прямым, параллельным железнодорожным путям, а видимыми из окна они становятся, когда попадают в угол обзора. На рисунке отрезки, где предмет виден, обозначены сплошной линией, а отрезки, где предмет не виден, – штриховой. Понятно, что чем дальше предмет, тем дольше мы его видим, то есть он медленнее проносится в окне и потому на фото наклонён меньше.



Послойно фотографируют камеры с КМОП-матрицами, которые к 2018 году стали устанавливать на большинство смартфонов. Ещё так фотографируют камеры с затвором, который на короткий промежуток времени пропускает бегущую по матрице (или по другому светочувствительному экрану) тонкую полоску света (именно затвор издаёт характерный щелчок в момент фотографирования).

Чтобы повторить эксперимент, в поезд садиться необязательно. Достаточно покрутить камеру или снять что-то быстро движущееся. Кстати, если повернуть камеру на 90°, то предметы наклоняться не будут, а картинка будет сжиматься или растягиваться по горизонтали. А если повернуть камеру на 180°, то предметы будут наклоняться в другую сторону.

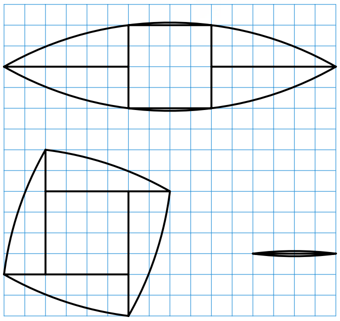
НЕДЕТСКИЕ КУБИКИ–2

(«Квантик» № 10, 2018)

Ответ к задаче 1 приведён на фото.

ДУГОСТОРОННИК («Квантик» № 10, 2018)

Разрезав дугосторонник с двумя сторонами (линзу), можно сложить криволинейный «квадрат» и маленькую линзу (см. рисунок на с. 28).



ЧТО У АТОМА ВНУТРИ

1. Шарики каждой пары притягиваются, во второй паре притяжение сильнее в 100 раз. Действительно, во втором случае «без электрона» осталось 1000 протонов, в 10 раз больше, чем в первом. Они притягивают каждый «убежавший» электрон в 10 раз сильнее. Но и «убежавших» электронов во втором случае в 10 раз больше! Значит, суммарная действующая на них сила отличается в 100 раз.

Заметим, что остальные, «неразлучённые» протоны и электроны тоже притягивают или отталкивают каждую заряженную частицу, но их действие скомпенсировано: с какой силой протон притягивает, с такой же электрон рядом с ним отталкивает, или наоборот.

2. $^{12}_{6}C$ – 6 электронов, 6 протонов, 6 нейтронов; $^{23}_{11}Na$ – 11 электронов, 11 протонов, $23-11=$ $=12$ нейтронов; $^{197}_{79}Au$ – 79 электронов, 79 протонов, $197-79=118$ нейтронов; у марганца $^{55}_{25}Mn$ и железа $^{56}_{26}Fe$.

3. В молекуле воды на каждый атом кислорода приходится 2 атома водорода. Но в атоме кислорода 8 протонов + 8 нейтронов, он весит в $16:2=8$ раз больше, чем оба эти атома водорода, вместе взятые (в них ведь всего по одному протону). Значит, на атомы кислорода приходится 8/9 всей массы воды. Когда атомы кислорода «отцепятся» от атомов водорода и «слепятся» по два в молекулы кислорода O_2, их суммарная масса останется прежней: 8/9 кг.

4. Если добавить нейтрон, получится тяжёлый изотоп кислорода, $^{17}_{8}O$. А вот если убрать один протон, получится 7 протонов в ядре – это уже не кислород, а азот, хотя и тяжёлый его изотоп $^{15}_{7}N$. Если при этом ни один электрон не улетит, это будет к тому же отрицательно заряженный ион: электронов больше, чем протонов. Впрочем, появление нового или потеря одного из имеющихся электронов случается с атомами гораздо чаще, чем изменение состава ядра.

5. Если бы был только изотоп $^{35}_{17}Cl$, масса всех атомов составляла бы 35 масс протона (или нейтрона). В среднем, как мы видели из таблицы Менделеева, на каждый атом хлора приходится примерно 35,5, то есть 0,5 «лишних» нейтрона. А в каждом атоме тяжёлого изотопа $^{37}_{17}Cl$ два лишних нейтрона. Значит, чтобы в среднем была половина, тяжёлым должен быть каждый четвёртый атом.

(Более аккуратный подсчёт по указанному в таблице значению средней массы, $(35{,}45-$ $-35):2=0{,}225$, не даёт более точной оценки – ведь есть ещё другие изотопы хлора. Хоть их и совсем мало, но точнее сосчитать они помешают.)

Итак, изотоп $^{37}_{17}Cl$ составляет около 1/4 всего имеющегося в природе хлора, а $^{35}_{17}Cl$ – остальные 3/4. Поэтому изотопа $^{37}_{17}Cl$ в 3 раза меньше.

Контрольная задача. В первом списке молекулы состоят из одинаковых атомов (атомов только одного вида); во втором – каждая молекула состоит из разных атомов, но все молекулы одинаковы. В третьем – вещества состоят из смеси молекул разных видов.

ШПИОНСКИЙ ЯЗЫК НРЗБРЧВ

1. мтмтк, лнгвстк, шфрвн

2. а) «Наша Таня громко плачет: Уронила в речку мячик» – Агния Барто, «Мячик»;

б) «Три девицы под окном Пряли поздно вечерком» – А. С. Пушкин, «Сказка о царе Салтане ...»;

в) «— Скажи-ка, дядя, ведь не даром Москва, спалённая пожаром...» – М. Ю. Лермонтов, «Бородино»;

г) «По улицам слона водили, Как видно напоказ...» – И. А. Крылов, «Слон и Моська».

3. Мы нашли 11 примеров:

Г, Н, Р	гонор	героиня	ангар	энергия	орган	ранг
Д, Н, Р	донор	ударе-ние	недра	народ	родина	аренда
Д, К, Р	декор	доярка	кедр	кредо	уродка	аркада
К, Л, Р	эклер	крыло	ликёр	лирика	оракул	ролики
К, Л, С	колесо	косуля	люкс	ласка	скала	салки
К, Н, Р	конура	корона	юнкер	норка	рыкание	рынок
К, Н, С	конус	касание	оникс	носок	сукно	осанка
К, Н, Т	канат	актиния	анкета	нитка	танк	тукан
К, Р, Ш	крыша	акушер	рикша	решка	шкура	шарик
Л, Р, Т	лауреат	лотерея	рулет	ритуал	талер	трал
Н, Р, Т	нарты	натура	рента	рутина	тенор	тиран

4. Это перевод слова «неразборчиво».

ДОБРЫНЯ И КУЧА КАМНЕЙ

1. Ответ: 0. Будем называть камни из одной кучи знакомыми, из разных – незнакомыми.

Тогда доход Сизифа за одно перетаскивание равен изменению количества пар знакомых камней. Так как в конечный момент все камни оказались в исходных кучах, то общее изменение количества знакомств равно нулю, а значит, и доход Сизифа равен нулю.

2. Ответ: xy. Паре a, b чисел на доске поставим в соответствие прямоугольник $a \times b$. Тогда за одну операцию мы отрезаем от прямоугольника квадрат (со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника), а на бумажку записываем площадь отрезанного квадрата. Так мы действуем, пока не отрежем всё, то есть на бумажке будет записана площадь прямоугольника.

3. Ответ: xyz. Аналогично предыдущей задаче мы отрезаем слои от кирпича $x \times y \times z$, пока не исчерпаем весь его объём.

ЗАДАЧИ ПРО ДВЕРИ И ВОРОТА

1. Когда камера наполнена водой, воду удерживают нижние ворота. Расположенные «в распор», они передают оказываемое на них давление стенкам шлюза. Открываются они внутрь камеры (рис.1).

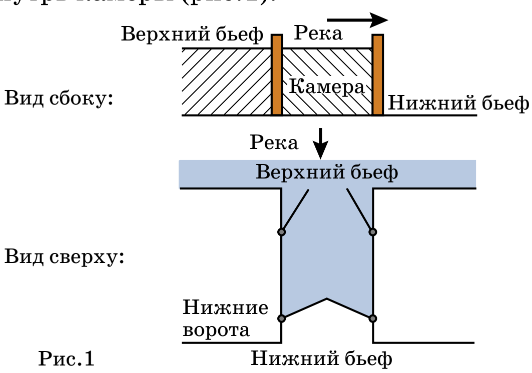


Рис.1

Когда в камере воды нет, её отделяют от верхнего бьефа закрытые верхние ворота. По указанной выше причине они открываются наружу камеры (рис.2).

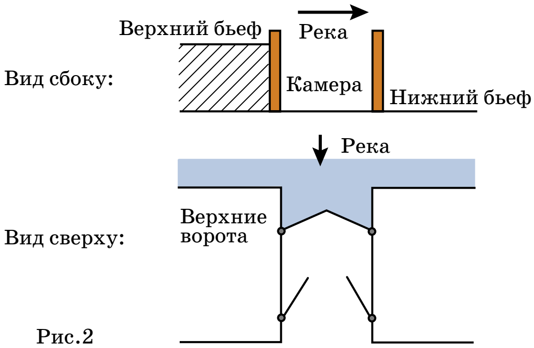


Рис.2

2. Представьте вагон метро у платформы в час пик. Пассажиры, желающие выйти из вагона, столпились у двери. Снаружи находятся те, кто хочет войти в вагон. Раздвигающиеся в разные стороны двери – самые удобные и для одних, и для других. Такие двери практически не занимают места. А всякая распахивающаяся дверь «заметает» часть пространства. Этого места хватает в кабине машиниста, и его нет в узком пространстве между поездом и стеной тоннеля, если вдруг понадобится экстренно выйти.

3. Представьте, что охотник заночевал в избушке, а вечером начался снегопад и продолжался всю ночь. Избушку замело снегом до самой крыши! Дверь, которая открывается наружу, не открыть – мешает сугроб.

4. Для двери места внутри салона самолёта нет. При экстренной эвакуации пассажиров двери должны открываться по ходу движения людей, то есть наружу.

5. Двери пожарных выходов всегда открываются наружу – по ходу движения людей.

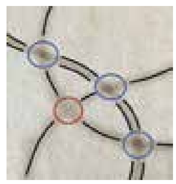
6. Форточки стали делать разных размеров – внутреннюю больше внешней. Только в этом случае внешняя форточка пройдёт через проём внутренней. В прежние времена ради экономии и простоты изготовления внешняя и внутренняя оконные рамы были одного размера, и поэтому форточки у них могли открываться только в разные стороны. При этом, конечно, на внешнюю форточку попадали и дождь, и снег. В новой конструкции обе форточки оказываются под крышей.

7. Двери из класса открываются наружу, в коридор – для пожарной безопасности и быстрой эвакуации в чрезвычайной ситуации.

ДИВНОСИНЕЕ СНОВИДЕНИЕ. Окончание

1. Стекло. **2.** Тетрадь. **3.** Линейка. **4.** Смекалка. **5.** Государство. **6.** Авторитет.

ТЕНИ НА СТОЛЕ



Тени от одной лампы выделены одинарной линией, от другой – двойной. Обведённые синим кружком перекрёстки теней заметно темнее остальных теней – значит, эти места загорожены сразу от двух ламп, то есть там пересекаются тени от разных ламп. А в красном перекрёстке тень не гуще обычного – значит, оно загорожено только от одной лампы, то есть пересекающиеся там тени – это тени от одной и той же лампы.

Итоги нашего конкурса

ПОЗДРАВЛЯЕМ!

Подведены итоги математического конкурса, проходившего с сентября 2017 года по август 2018 года. В нём участвовали около 500 школьников из разных стран. Новый конкурс уже идёт (см. с. 32).

ПОЗДРАВЛЯЕМ НАШИХ ПОБЕДИТЕЛЕЙ! ИМИ СТАЛИ

Бирюлин Алёша	Москва	Курчатовская школа	5 кл.
Водолазов Николай	Саратов	Домашнее обучение	4 кл.
Гаек Антон	Москва	Школа «Сотрудничество»	5 кл.
Гришина Анастасия	Москва	Школа № 1158	4 кл.
Евстигнеева Екатерина	Москва	Школа № 1173	8 кл.
Ермолаев Арсений	Москва	Школа № 962	4 кл.
Загревский Дмитрий	Харьков (Украина)	Гимназия № 46	8 кл.
Иваницкий Георгий	Нижний Новгород	МАОУ «Школа с углублённым изучением отдельных предметов № 85»	7 кл.
Ингеройнен Алексей	Кострома	Гимназия № 1	6 кл.
Коноплёв Максим	Москва	Школа № 1329	7 кл.
Костиков Владислав	Самара	Гимназия № 2	2 кл.
Куцук Елена	Маунтин-Вью, Калифорния (США)	Huff Elementary school	3 кл.
Лаврушин Денис	Санкт-Петербург	Лицей № 30	6 кл.
Линник Артём	Саров	Лицей № 3	6 кл.
Лылова Софья	Новосибирск	Гимназия № 5	8 кл.
Митяшина Дарья	Саров	Школа № 16	5 кл.
Нестеренко Александра	Москва	Школа 1287	5 кл.
Окунева София	Москва	Школа № 1434 «Раменки»	4 кл.
Степанов Сергей	Тейково, Ивановская обл.	Школа № 2	6 кл.
Тимофеев Илья	Липецк	Гимназия № 19, Детский технопарк «Кванториум»	4 кл.
Трошкин Кирилл	Магнитогорск	Школа № 5	7 кл.
Трунова Валентина	Москва	Школа № 1329	5 кл.
Тюков Даниил	п. Новый Свет, Гатчинский район, Ленинградская обл.	Школа «Пригородная»	7 кл.
Хазиева Элиза	Уфа	Гимназия № 16	6 кл.
Хатунцев Глеб	Москва	Школа № 1543	7 кл.
Шибаев Василий	Владивосток	Гимназия № 1	8 кл.
Шлапак Радан	Киев (Украина)	Киево-Печерский лицей № 171 «Лидер»	7 кл.
Яриков Михаил	Липецк	Школа № 19	5 кл.

ПОЗДРАВЛЯЕМ НАШИХ ПРИЗЁРОВ! ИМИ СТАЛИ

Альмукамбетова Жания	Алматы (Казахстан)	Лицей № 165	6 кл.
Антонова Амалия	Москва	Школа № 949	7 кл.
Беляков Александр	Москва	Школа № 1101	3 кл.
Гани Михаил	Москва	Школа № 2007	6 кл.
Злобин Владимир	Магнитогорск	Школа № 5	8 кл.
Иванова Анастасия	Майкоп		
Иванова Даша	Москва	Школа № 1568 им.Пабло Неруды	6 кл.
Каблуков Матвей	Москва	Школа № 1329	6 кл.
Каныметов Эламан	Магнитогорск	Школа № 5	7 кл.
Карпенко Максим	Зеленоград	Школа № 1557	8 кл.
Кузнецов Андрей	Липецк	Лицей № 44, центр «Стратегия»	7 кл.

Ленская Наталия	Москва	Школа № 1329	5 кл.
Назаренко Павло	Киев (Украина)	Лицей «Наукова зміна»	5 кл.
Нехаева Екатерина	Москва	Школа № 920	5 кл.
Платущихина Дарья	Москва	Школа № 2086	5 кл.
Подгорнов Иван	Курган	Школа № 48	6 кл.
Сабиров Роман	Магнитогорск	Школа № 5	8 кл.
Савин Миша	Протвино, Московская обл.	Лицей «Протвино»	4 кл.
Савченко Арсений	Магнитогорск	Школа № 5	7 кл.
Салов Саша	Железнодорожный, Московская обл.	Школа «Интеллект-Сервис»	6 кл.
Синельников Анатолий	Саратов	Физико-технический лицей № 1	7 кл.
Суспицын Константин	Магнитогорск	Школа № 5	7 кл.
Трапезников Роман	Казань	Школа № 146	6 кл.
Федоров Александр	Москва	Гимназия № 1514	7 кл.
Филатова Ирина	Москва		
Чалык Павел	Балаково, Саратовская обл.	Гимназия № 2	6 кл.
Чертов Алексей	Евпатория	ЕУВК «Интеграл»	6 кл.
Шустов Иван	Санкт-Петербург	Школа № 19	5 кл.

КОМАНДА ГИМНАЗИИ № 10 (г. Пушкино, руководитель Носко Марина Павловна):
Гик Владимир (7 кл.), Дмитриева Юлия (7 кл.),
Татосян Элен (8 кл.), Фоломеев Александр (8 кл.), Яковлева Варвара (7 кл.)

Победителям и призёрам будут высланы дипломы журнала «Квантик», а также призы – научно-популярные книги издательства МЦНМО, фонда «Математические этюды» и фонда «Траектория»

ТАКЖЕ ОТМЕЧАЕМ УСПЕШНОЕ ВЫСТУПЛЕНИЕ РЕБЯТ:

Абрамочкина Екатерина	Самара	Лицей «Технический»	5 кл.
Арнольд Евгения	Москва	«Новая школа»	4 кл.
Бенько Александр	Москва	Англо-американская школа	3 кл.
Дацковский Алексей	Москва	Школа № 444	7 кл.
Дергунов Дмитрий	Липецк	Гимназия № 1, Центр поддержки одаренных детей «Стратегия»	7 кл.
Дубровский Георгий	Магнитогорск	Школа № 5	7 кл.
Исмагилова Вероника	Магнитогорск	Школа № 5	5 кл.
Кондратьев Вадим	Москва	Школа «Виктория-2000»	4 кл.
Кондрашин Михаил	Липецк	Центр поддержки одаренных детей «Стратегия»	8 кл.
Кусакина Диана	Липецк	Лицей № 44	6 кл.
Орехов Савва	Юбилейный, г. Королёв	Гимназия № 3	6 кл.
Павлов Лев	Липецк	Лицей № 44	6 кл.
Петров Никита	Магнитогорск	Школа № 5	7 кл.
Попов Ярослав	Волжский	Школа № 30	5 кл.
Смолев Иван	Магнитогорск	Школа № 5	6 кл.
Степашкина Марта	Липецк	Экологический лицей № 66, Центр поддержки одарённых детей «Стратегия»	7 кл.
Татаринов Алексей	Питтсбург (США)	Environmental Charter School	7 кл.
Фёдорова Анастасия	Москва	Школа № 1265	4 кл.
Фролов Александр	Москва	школа № 2120	4 кл.
Фурсов Илья	Харьков (Украина)	УВК № 45 «Академическая гимназия»	5 кл.
Храмов Александр	Новосибирск	Гимназия № 5	7 кл.
Черепуха Максим	Краснодар	Гимназия № 18	6 кл.
Чертоляс Николай	Королёв	Гимназия № 3	6 кл.
Шипилов Святослав	Краснодар	Гимназия № 44	7 кл.

НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Высылайте решения задач III тура, с которыми справитесь, не позднее 1 декабря в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: v.ht/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

III ТУР

11. Электронные часы показывают часы и минуты. Вася подошёл к часам и заметил, что сейчас на них палиндром – время выглядит как AB:BA. Он решил подождать, когда это повторится, но, просидев 4 часа, так и не увидел второго палиндрома. А сколько ему ещё осталось ждать?

12. На прямой лежат точки A, C, D, B именно в этом порядке. Построены равнобедренные прямоугольные треугольники AGD, BHD с гипотенузами AD, BD – по одну сторону от прямой, и треугольники AEC, BFC с гипотенузами AC, BC – по другую сторону от прямой. Докажите, что прямые EH и GF перпендикулярны.

наш КОНКУРС

ОЛИМПИАДЫ

Авторы: Юрий Маркелов (11), Владимир Расторгуев (12), Иван Митрофанов (13), Юрий Маркелов и Соня Голованова (14), Ольга Зайцева-Иврии (15)

13. Докажите, что любое целое число, не меньшее 12, можно записать как сумму двух составных чисел.

14 (*продолжение задачи 1*).

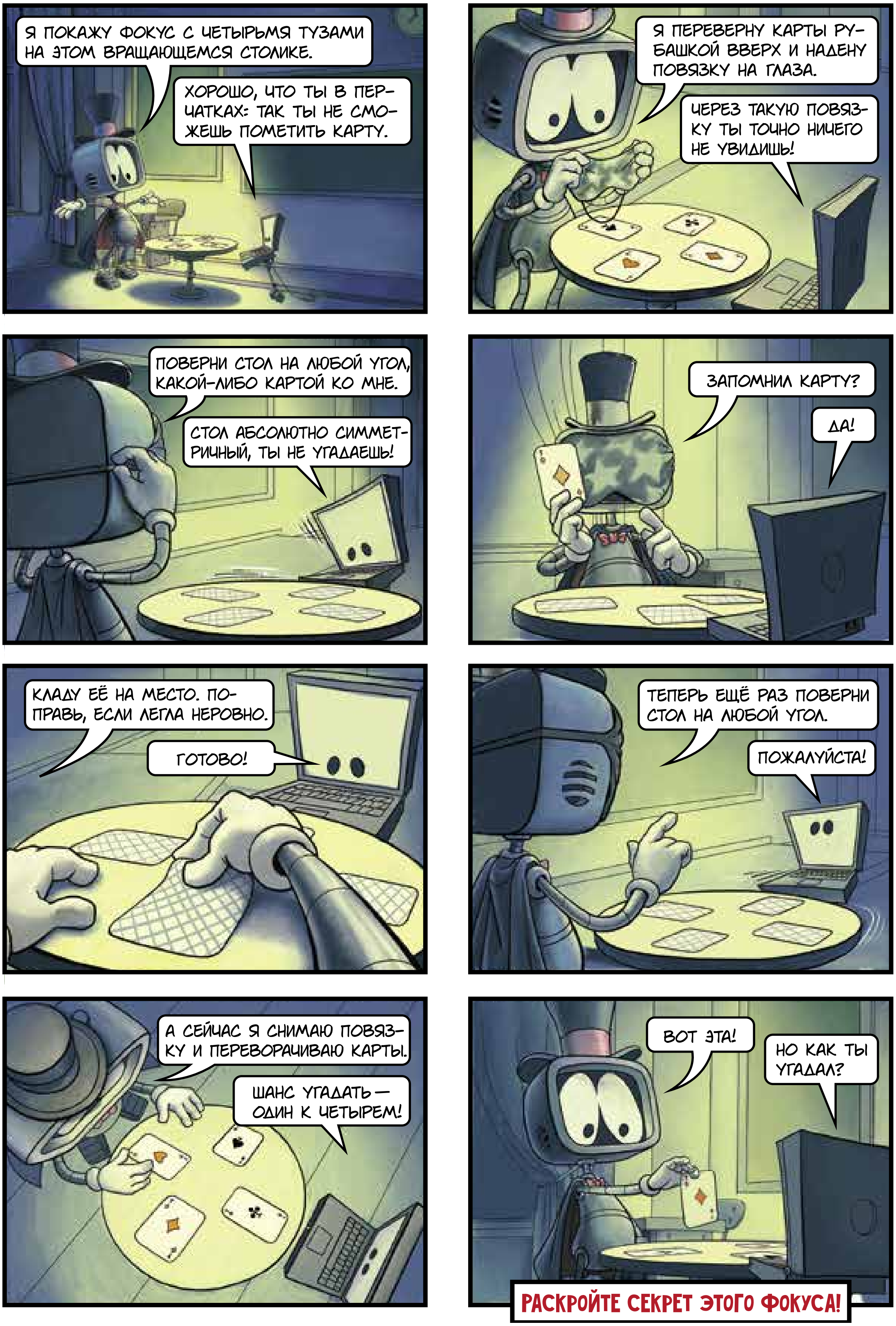
а) Можно ли зачеркнуть 8 клеток в клетчатом квадрате 6×6 так, чтобы не было 5 незачёркнутых клеточек подряд ни по горизонтали, ни по вертикали, *ни по диагонали*.

б) А можно ли так зачеркнуть всего 7 клеток?

15. На N карточках Лена написала числа от 1 до N (по одному на карточке) синим фломастером, а на N других карточках – эти же числа красным фломастером. Затем она перемешала отдельно карточки с синим цветом, отдельно – с красным и положила стопку красных карточек на стопку синих. В получившейся колоде для каждой пары карточек с одним и тем же числом Лена записала на бумажку, сколько между ними лежит других карточек. Затем она сложила все записанные на бумажку числа. Какой результат могла получить Лена?

Художник Николай Крутиков

ЧЕТЫРЕ ТУЗА



Художник Yustas

ISSN 2227-7986