журнал

КВАНТИК

для любознательных

№10 | НЕВОЗМОЖНЫЕ ФИГУРЫ

октябрь 2012

ПРОГУЛКИ ПО ВОДЕ

О ЧЁМ ГОВОРИТ ТЕМПЕРАТУРА ТЕЛА?

Enter

e-mail: kvantik@mccme.ru | Издается при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО) | №10 | октябрь 2012

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Мы хотим, чтобы «Квантик» стал лучше. Вы можете нам в этом помочь!

1. Нам очень важно знать ваше мнение об опубликованных статьях. Напишите, что в журнале вам нравится, а что нет; что было понятно и просто, а что слишком сложно или неинтересно. Нам важны все мнения!

2. Расскажите о «Квантике» друзьям и знакомым. Если журнал будут читать и ваши друзья, у вас станет больше тем для общения. А если про «Квантик» узнают в вашей школе, то вполне вероятно, что он появится в школьной библиотеке.

3. Авторство в «Квантике» открытое. Это означает, что каждый может предложить свою статью. Присылайте свои материалы; мы рассматриваем все предложения. Лучшие материалы будут опубликованы!

4. Будем рады любым замечаниям и предложениям о сотрудничестве.

Получать наш журнал очень легко: вы можете подписаться на «Квантик». На стр. 32 напечатана квитанция на 1 полугодие 2013 года. Если вы хотите оформить подписку, вырежьте квитанцию, укажите в ней своё имя и адрес и отнесите на почту.

Художник Yustas-07

Почтовый адрес:
119002, Москва,
Большой Власьевский пер., д.11,
журнал «Квантик».
Подписной индекс: 84252

www.kvantik.com
@ kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Александр Бердников, Алексей Воропаев, Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков, Григорий Фельдман
Главный художник: Yustas-07
Верстка: Ира Гумерова, Рая Шагеева
Обложка: художник Yustas-07
Формат 84x108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 1-й завод 500 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83. e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО "ИПК Парето-Принт", г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

СТАС И УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

Продолжение. Начало в №9

Иван Высоцкий

СРЕДА

Стас спешил из школы домой, чтобы снова уткнуться в томик Эдгара По. «Убийство на улице Морг» он прочёл и сейчас читал «Мари Роже». Там опять действовал сыщик Дюпен, который, конечно, не дотягивал до Холмса и Пуаро, но уж точно давал сто очков вперёд всем опера́м из сериалов.

Стас, конечно, любил посмотреть кино или мультики. Однажды он смотрел фильм «Властелин Колец». Классный фильм, но Стаса удивило, что хоббиты, орки и вообще всё не так, как должно быть, хотя вроде бы всё правильно. Потом он понял, что это потому, что он читал книгу раньше и сам нафантазировал себе всех героев и персонажей. А кино даёт уже готовую картинку, здесь ничего другого не представишь. Фантазировать и представлять Стасу нравилось. Неинтересно и обидно читать книгу, если уже видел фильм – перед глазами готовые картинки из фильма, никакого удовольствия. Поэтому к телевизору Стас относился спокойно, а интересная книжка увлекала его даже больше, чем игра. От компьютера ещё можно оторваться, а оторваться от книги на самом интересном месте невозможно. А что делать, если в книге все места самые интересные? Начал читать, и пока не прочтёшь, не встанешь. Вчера от «Мари Роже» он оторвался. И даже не потому, что мама сказала – «В постель!» Просто в книжке кончились дела и начались рассуждения. Стас решил, что послушно пойдёт спать, а с рассуждениями сразится завтра.

Завтра стало сегодня, и, пообедав и погуляв с Патриком, Стас взялся за По, искренне считая, что домашнее задание – следующее в списке важных дел. Дюпен многословно рассуждал о сравнении двух убийств. Фразы красиво нанизывались друг на друга, и Стас напряг весь свой интеллект, чтобы уловить основную мысль.

«…следует помнить, что даже самое крохотное различие в фактах того и другого случая могло бы привести к колоссальному просчёту, потому что тут обе цепи событий начали бы расходиться. …К тому же не следует забывать, что та самая теория вероятностей, на которую я ссылался, налагает запрет на всякую мысль о продолжении параллелизма – налагает с решительностью, находящейся в прямой зависимости от длительности и точности уже установленного параллелизма. Это одна из тех аномалий, которые, хотя и чаруют умы, далекие от математики, тем не менее, полностью постижимы только для математиков.

Например, обычного читателя почти невозможно убедить, что при игре в кости двукратное выпадение шестёрки делает почти невероятным выпадение её в третий раз и даёт все основания поставить против этого любую сумму. Заурядный интеллект не может этого воспринять, он не может усмотреть, каким образом два броска,

принадлежащие уже прошлому, могут повлиять на бросок, существующий ещё пока только в будущем. Возможность выпадения шестёрки кажется точно такой же, как и в любом случае – то есть зависящей только от того, как именно будет брошена кость. И это представляется настолько очевидным, что всякое возражение обычно встречается насмешливой улыбкой, а отнюдь не выслушивается с почтительным вниманием. Суть скрытой тут ошибки – грубейшей ошибки – я не могу объяснить в пределах места, предоставленного мне здесь, а людям, искушённым в философии, никакого объяснения и не потребуется».

Какое счастье, что здесь рассказ закончился. Мозг кипел. Стас прочёл это место пять раз, пока сумбур не начал распадаться на отдельные осмысленные куски. Наверно, Стас не стал бы подробно вчитываться в эту галиматью, если бы речь не пошла про цепи событий, вероятности и бросание игральной кости. Про расходящиеся цепи – ладно, это художественный образ. Но вот с трёхкратным выпадением шестёрки нужно разобраться.

Ещё пару раз перечитав последний абзац, Стас понял, в чём там дело. Игрок три раза бросает игральную кость. Два раза уже выпала шестёрка. Дюпен утверждает, что третья шестёрка совершенно невероятна, поскольку три шестёрки подряд выбросить почти невозможно. То есть Дюпен считает, что две выпавшие шестёрки делают почти невозможной третью шестёрку. Какая-то ерунда. Стас не понимал, почему. Правда, Дюпен честно предупредил, что заурядный интеллект не в состоянии этого понять.

– Ну ладно, у меня заурядный интеллект, и я не могу понять, как две выпавшие шестёрки уменьшают вероятность третьей, – проворчал Стас вслух. – Но всё же, как это получается? Когда играешь в штурмовик, прежними неудачами невозможно приблизить удачу. Значит, и здесь должно быть так же – прежними шестёрками нельзя отдалить будущую. Что бы сказал папа? Ну ясно, он бы сказал, мол, давай нарисуем граф.

Странно, что оба тапочка на месте. Прошлёпав от дивана к столу, Стас разыскал тетрадь, в середине которой ещё оставались чистые листы, и вырвал парочку. Затем направился в папину комнату и взял красный карандаш. Подумав, прихватил и синий. Теперь Стас был во всеоружии. Возвращаясь в свою

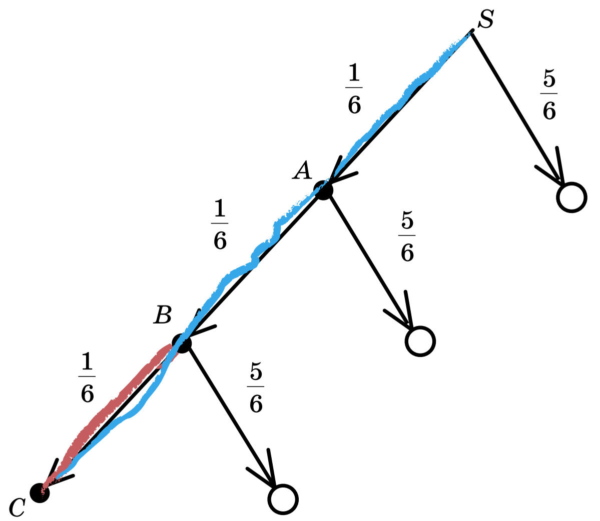
комнату, он подошёл к Патрику, лежавшему на боку в прихожей. Пёс не шевельнулся.

– Пузо чесать будем? – бодрым тоном спросил Стас. Патрик вывернул шею, взглянул на хозяина и снова опустил рыжую башку на пол. Заболел, что ли? Вялость пса обеспокоила Стаса. Надо позвонить маме, подумал Стас, садясь на стул.

Но уже в следующий момент он был поглощён другим. Вот начало. Обозначим его S. Дальше мы бросаем кубик. Может выпасть шестёрка – проведём вниз-влево ребро и поставим точку A. Сначала Стас хотел нарисовать отдельное ребро для каждого возможного исхода, но потом решил, что это не обязательно. Либо шестёрка, либо нет. Вероятность шестёрки 1/6, значит, вероятность другого исхода 5/6.

Дальше – второй бросок. Из точки A снова выходит два ребра. Либо шестёрка с вероятностью 1/6 (Стас поставил здесь точку B), либо что-то ещё с вероятностью 5/6.

Наконец, из точки B после третьего броска также получаем две возможности – шестёрку с вероятностью 1/6 (точка C), либо не шестёрку с вероятностью 5/6.



Значит, вероятность трёх шестёрок – это вероятность цепочки $SABC$. Стас обвёл цепочку синим карандашом. Эта вероятность равна $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216} \approx 0{,}0046$. Да уж, выбросить подряд три шестёрки непросто. Здесь Дюпен и Эдгар По, пожалуй, правы. Но это безусловная вероятность. А если две шестёрки уже выпало (событие B) и я об этом знаю, то эксперимент для меня изменился. И вероятность трёх шестёрок подряд тоже изменилась, ведь теперь нужна только одна шестёрка, то есть только один переход из B в C. Стас дополнительно обвёл этот переход красным карандашом. Сейчас вероятность

равна 1/6. Так что я не стал бы на месте Дюпена «ставить против этого любую сумму». Интересно, как Дюпен сумел бы объяснить «суть скрытой ошибки», если бы у него было достаточно места?

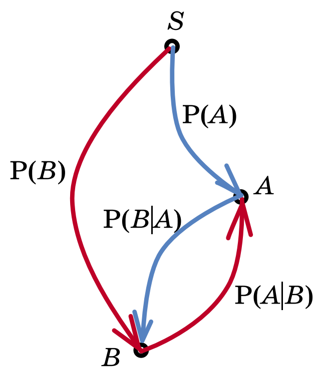
Теперь Стас не сомневался в том, что Эдгар По сам впал в ошибку игрока, не желая поверить в три шестёрки даже тогда, когда две уже выпало. Только это получается ошибка игрока наоборот, подумал Стас. И надо же было написать такую чушь. Интересно, что скажет папа?

СРЕДА. ВЕЧЕР

Папа ничего не сказал. Он рано пришёл с работы, покидал вещи в чемодан, наскоро проглотил два бутерброда и отправился в аэропорт. Какая-то внезапная командировка.

Стас, конечно, расстроился, что не успел поделиться с папой Лёшей разоблачением ошибки Эдгара По. Желание делать домашнюю работу совсем пропало (будто раньше было). Стас включил компьютер, но играть тоже не хотелось. Стас набрал в поисковой строке «условная вероятность». Честно говоря, он не ожидал от интернета ничего серьёзного на этот счет и был поражён тем, что поисковик через секунду выдал четыре миллиона ссылок. Правда, разобраться в находках было непросто. Единственное, что бросалось в глаза на первой открывшейся странице, – специальное обозначение условной вероятности. Ещё бы: иначе как её отличить от безусловной? – подумал Стас. Условная вероятность события A при условии B обозначалась $\mathrm{P}(A|B)$.

Ага, подумал Стас. Порисуем. Значит, у нас есть событие A. Изобразим его точкой. Другой точкой изобразим событие B. Если из начала эксперимента провести стрелку в A, то эту стрелку нужно подписать $\mathrm{P}(A)$. Но тогда стрелку из A в B нужно подписать $\mathrm{P}(B|A)$. Стоп. А где же вероятность $\mathrm{P}(A|B)$? Стас нарисовал ещё две стрелки и подписал их $\mathrm{P}(B)$ и $\mathrm{P}(A|B)$. Чтобы не запутаться, он изобразил их синим карандашом.



Граф получился странный, и Стас подумал, что он нарисовал какую-то ерунду. При этом его не покидало ощущение, что все эти вероятности связаны между собой, и он не улавливает связь из-за неудачного рисунка.

Что сказал бы папа? Но папа внутри Стаса молчал. Стас задумался о красной и синей цепочках. Что нам даёт красная цепочка? Почему нам? Кому это – нам? Мне и Патрику? Почему-то учебник математики всегда говорит во множественном числе. «Проведём прямую» или «Применим теорему». Ну да, у учебника несколько авторов, и они всё делают вместе. А я один. Патрик не в счёт. Значит, что мне даёт красная цепочка? Она мне даёт сначала A, а потом B. То есть A и B вместе. Рядом с графом немедленно появился рисунок, изображавший A и B, сидящих рядышком на кирпичной трубе.

А синяя цепочка? Она даёт... она даёт... то же самое! Просто порядок другой. Теперь B и A, но какая разница?

Стас рассматривал рисунок, который нравился ему всё больше. Получается, что обе цепочки дают одно и то же событие. Значит, если перемножить вероятности вдоль цепочек, то должно получиться равенство

$$\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A|B).$$

Стас написал это равенство под рисунком, а потом переписал его ещё несколько раз, добиваясь безупречного вида букв. Красиво. Папа всегда говорил, что математика красивая. Некрасивая формула редко бывает верной. Ну вот, папа внутри проснулся и заговорил.

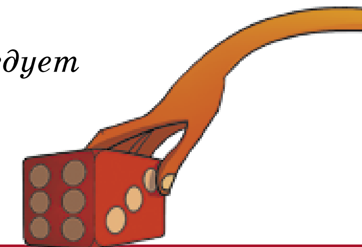
– А я открыл открытие! А я открыл открытие! – Стас подпрыгивал на стуле от возбуждения.

Ещё один щелчок мышкой, и Стас увидел, что открытие он, конечно, открыл, но вряд ли является первооткрывателем. Найденная формула украшала почти все найденные интернет-страницы. Только написана она была наоборот:

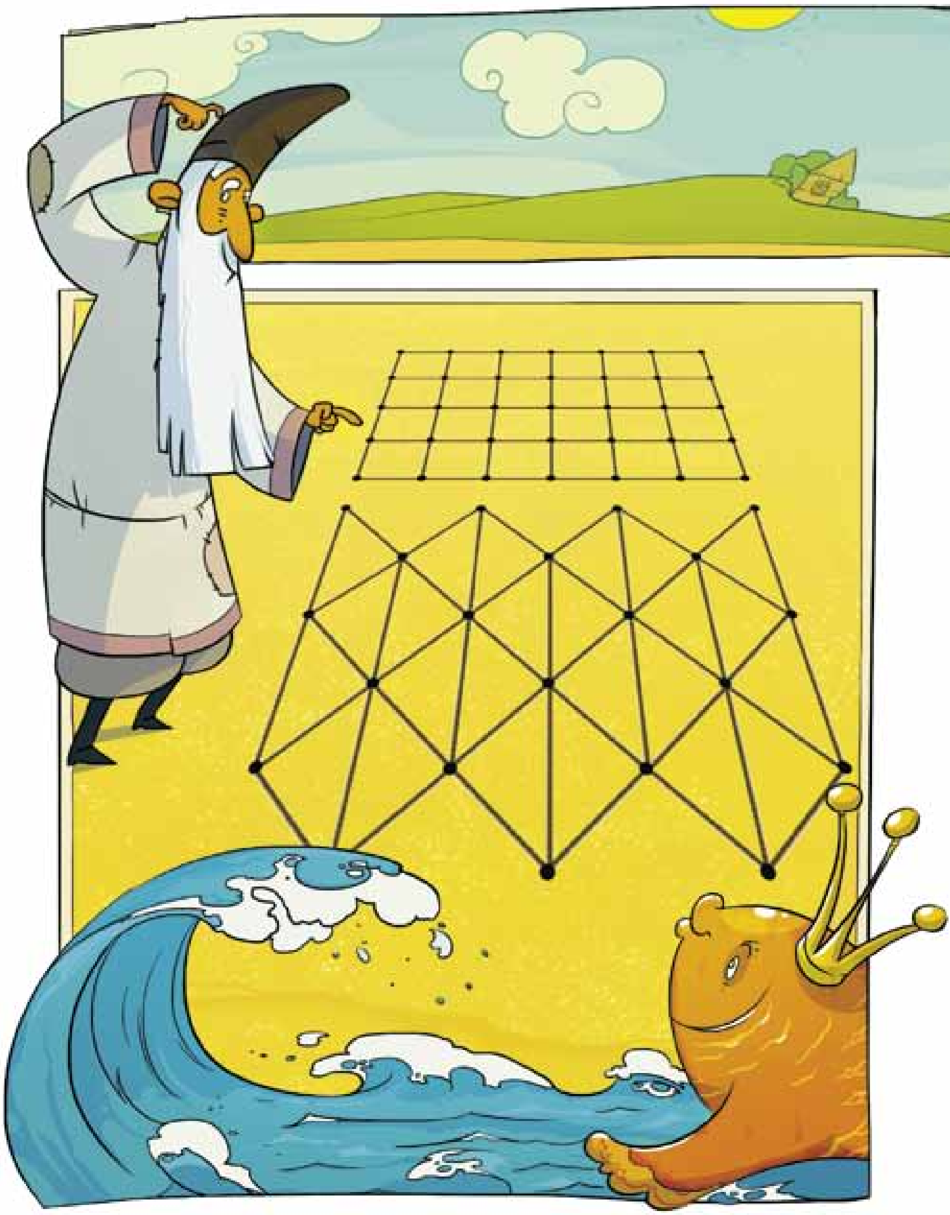
$$\mathrm{P}(B|A)\cdot\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A|B)\cdot\mathrm{P}(B).$$

Стас подумал, что жаль, конечно, что это придумали до него. С другой стороны, он дошёл до этой формулы своим умом и всего за полчаса. Вот так-то, дорогой Эдгар По. Ничего, нормальный у меня интеллект, не хуже, чем у некоторых.

Окончание следует



Елена Козлова



Жил старик со своею старухой
У самого синего моря;
Они жили в ветхой землянке
Ровно тридцать лет и три года.
Старик ловил неводом рыбу,
Старуха пряла свою пряжу

***

Не хочу быть чёрной
крестьянкой,
Хочу быть столбовою
дворянкой.

«Сказка о рыбаке и рыбке»
А.С. Пушкин

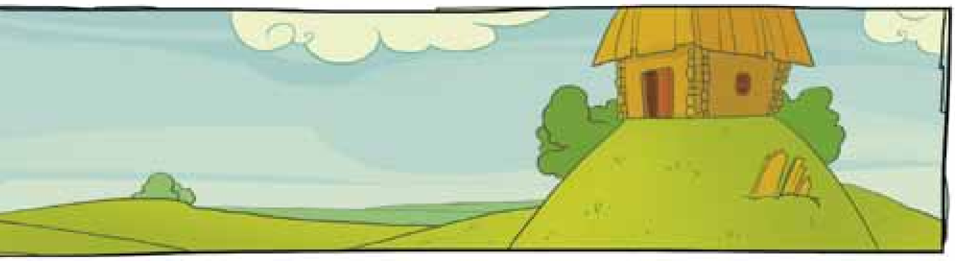
Знаете ли вы, чем «столбовое дворянство» отличается от «дворянства»? Столбовые дворяне – это потомственные дворяне знатных родов, которые были в XVI-XVII веках внесены в столбцы – родословные книги.

О РЫБАКЕ И РЫБКЕ

В незапамятные времена, когда корыто ещё не прохудилось, сплела старуха для старика два невода. Неводы получились одинаковыми и по площади, и по периметру. У одного невода ячейки были квадратные, а у другого – треугольные. Площади ячеек у обоих неводов одинаковы и равны двум квадратным вершкам[1].

На какой невод пошло больше верёвки?

[1] Про вершки см. «Квантик» №1, 2012.



КОВЁР-САМОЛЁТ

В одном уголке ковра-самолёта ворс был в неважном состоянии – это, наверно, постаралась моль. В остальном же ковёр отлично сохранился, а что касается бахромы, украшавшей его, то она была совсем как новая.

Л. Лагин
«Старик Хоттабыч»

В Волшебной стране свои волшебные законы природы. Один из них гласит: «Ковёр-самолёт будет летать только тогда, когда он имеет прямоугольную форму».

У Ивана-царевича был ковёр-самолёт размером 9×12 сказочных квадратных единиц (СЕ^2). Как-то раз Змей Горыныч подкрался и отрезал от этого ковра маленький коврик размером 1×8 (СЕ^2)

Иван-царевич очень расстроился и хотел было отрезать ещё кусок 1×4 (СЕ^2), чтобы получился прямоугольник 8×12 (СЕ^2), но Василиса Премудрая предложила поступить по-другому. Она разрезала ковёр на 3 части, из которых волшебными нитками сшила квадратный ковёр-самолёт размером 10×10 (СЕ^2).

Сможете ли вы догадаться, как Василиса Премудрая переделала испорченный ковёр?

Подсказка: подумайте, как стал выглядеть ковёр-самолёт, после того как Змей Горыныч отрезал от него кусок?

Знаете ли вы, что картина Виктора Васнецова «Ковёр-самолёт» – одна из первых его «сказочных» картин. Она была написана по заказу известного мецената Саввы Морозова и экспонировалась на 8-й выставке художников-передвижников.

Художник: Виктор Пяткин

Ксения Фролова

О чём говорит температура тела

Поднялась температура... Почему? Что делать?

Мама взяла градусник, который я ей протянула, и, покрутив его в руках, внимательно стала вглядываться в ртутный столбик.

– Бедняжка моя, – грустно сказала она, – у тебя сильный жар: 39,7! – Нужно срочно сбить.

Я думаю, что не раз многие из вас бывали в похожей ситуации. Если вы чувствуете себя неважно, шмыгаете носом, в горле першит – вы хватаетесь за градусник. Почему же, когда мы заболеваем, у нас повышается температура, и почему шкала термометра кончается на 42°?

Когда микробы проникают в наш организм, он посылает в бой всю свою армию защиты – иммунную систему. Повышение температуры – это не что иное, как один из сигналов о том, что иммунная система организма начала сопротивление.

Повышенная температура есть финальное звено сложного каскада химических реакций и превращений, который запускается, когда в организме появляются особые вещества – *пирогены* (от греческого «*пир*» – жар, огонь и «*генос*» – создавать). Они могут вырабатываться некоторыми микробами внутри нас и их потомками. Но чаще всего пирогены вырабатывает сам организм. Главным образом пирогены образуются в белых кровяных клетках (*лейкоцитах*). Пирогены, которые были созданы самим организмом, – это лишь звено многоступенчатой реакции нашего иммунитета. С током крови они достигают головного мозга, а точнее крошечного его отдела – *гипоталамуса*. Под его контролем находится температура тела, дыхательная и сердечно-сосудистая системы, сон и бодрствование, наши эмоции и многое другое. Гипоталамус является своеобразной штаб-квартирой, способной посылать гонцов во многие области нашего

тела, изменяя и корректируя их работу. В случае объявления войны микробам штаб через длинную цепочку взаимодействий добивается того, что наш организм вырабатывает тепла больше, чем его теряет. Человек начинает меньше потеть, сосуды его кожи суживаются и меньше отдают тепла в окружающую среду. Температура тела повышается.

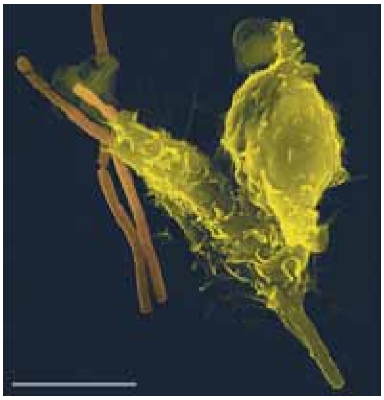
Для того чтобы температура тела поднялась, не нужно большого количества пирогенов. Так, наиболее сильные из них поднимают температуру до 39 градусов уже в количестве 10 нг (0,000000001 г) на 1 кг массы тела (то есть для школьника это примерно 500 нг). Чтобы понять, насколько это мало, можно представить, что одну обычную таблетку аспирина разделили между всеми школьниками Москвы.

Ученые спорят, зачем всё-таки она нужна, лихорадка. В организме ничего не бывает просто так. Окончательный вердикт биологов таков: она помогает нам выздоравливать! И вот каким образом.

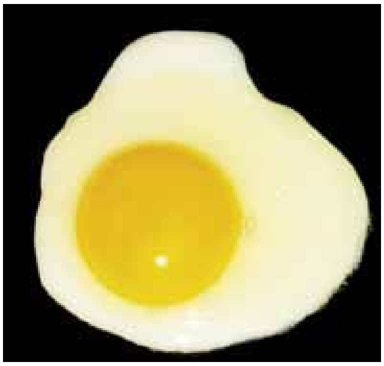
Во-первых, она способствует более активной деятельности клеток иммунной системы. В частности, начинают быстрее двигаться лейкоциты. А они, как известно, рыщут по всему организму в поисках чужаков. Соответственно, чем быстрее они будут передвигаться, тем больше вероятность, что они отыщут врагов организма.

Во-вторых, лихорадка помогает бороться с бактериями. Для их размножения оптимальна нормальная температура 36-37 градусов. При её повышении рост бактерий замедляется, токсинов они вырабатывают меньше, а в конечном итоге гибнут.

Нужно ли сбивать температуру? Если учесть все перечисленные выше предположения учёных о пользе лихорадки в борьбе за здоровье организма, то невысокую температуру сбивать не стоит. Жаропонижающие и обезболивающие средства блокируют, тормозят одно из звеньев цепи, ведущей к повышению температуры тела. Но дело в том, что эти же звенья, эти же химические вещества участвуют еще и в синтезе



Нейтрофил, один из видов лейкоцитов (показан жёлтым), пожирает бактерии сибирской язвы (красные палочки). Это изображение получено с помощью электронного микроскопа; цвета получены специальной обработкой и значительно отличаются от настоящих.



Приготовление яиц наглядно показывает необратимые изменения белка при изменении температуры.

высокоактивных веществ, помогающих бороться с микробами. Поэтому, разрывая цепь повышения температуры, жаропонижающие разрывают и другую, таким образом замедляя борьбу. Но всё-таки решение о том, стоит ли сбивать температуру, должен принимать врач.

Но почему необходимо сбить температуру, если она приближается к 42°? Все клетки нашего организма состоят в основном из белков. Белки́ участвуют и в транспорте веществ, и в передаче сигналов, и в делении клеток. Это сложно устроенные огромные (по меркам микромира) молекулы, зачастую похожие на клубок ниток. Причём этот клубок свернут не хаотично, а в соответствии с той задачей, которую белок выполняет: оказывается, форма белка важна для его работы.

При высокой температуре, приближающейся к 42 градусам, многие белки изменяют структуру своего клубка и уже не способны выполнять свои важные функции, другие просто рвутся и их уже нельзя вернуть в прежнее состояние. Очень опасно повышение температуры в первую очередь для нежных клеток головного мозга. Именно поэтому врачи скорой помощи используют для охлаждения головы больного специальные шлемы с охлаждающими стенками (или просто обкладывают голову больного льдом), если температура его тела приближается к критической. Фактически, мы начинаем вариться изнутри: кровь сворачивается, а первыми гибнут клетки мозга.

Теперь вы понимаете, почему мама так заволновалась! Не болейте и держите температуру под контролем!

Художник: Анастасия Мошина

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Почему месяц бывает?

Почему мы часто видим не полную луну, а только месяц? Куда девается часть Луны, которая не видна?

Спросите об этом своих знакомых – скорее всего, некоторые скажут, что на Луну падает тень от Земли. Это на самом деле совсем другое явление, куда более редкое – лунное затмение.

До правильного ответа несложно додуматься. Попробуйте порисовать возможные расположения Земли, Луны и Солнца, это должно помочь.

В следующем номере журнала мы дадим ответ на поставленный вопрос.

Художник: Евгения Константинова

Влад Алексеев

НЕВОЗМОЖНЫЕ ФИГУРЫ

«Невозможные фигуры» – это один из видов оптических иллюзий. Другие оптические иллюзии основаны на особенностях человеческого зрения, а невозможные фигуры затрагивают ещё наше пространственное восприятие и логику.

Эти фигуры называют невозможными потому, что они в реальном мире не просто не существуют, но даже не могут существовать! Например, драконов, эльфов и гномов не бывает, но можно сделать объёмную скульптуру в форме дракона. А в случае невозможных фигур нельзя сделать даже этого. Невозможную фигуру можно нарисовать на листе бумаги, и каждая деталь такого рисунка будет выглядеть как изображение детали реального объёмного тела. Но при внимательном рассмотрении рисунка в целом становится очевидным, что его элементы соединены противоречивым образом.

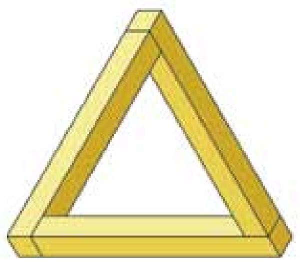


Рис. 1. Невозможный треугольник

Взгляните на рисунок 1. На нём мы видим невозможный треугольник. Рассмотрим его внимательно.

Рис. 2

Закройте ладонью один из углов невозможного треугольника (рис. 2) и посмотрите, как соединены бруски в оставшихся двух углах. Видно, что они соединяются под прямым углом. В этом нет ничего необычного. Но если мы уберем руку и увидим весь треугольник целиком, то сразу становится ясно, что в реальности так соединить бруски невозможно: верхний брусок должен был быть гораздо ближе к нам, чем нижний. Попытавшись мысленно расположить элементы рисунка в пространстве, мы наталкиваемся на противоречие. В этом и состоит завораживающая притягательность невозможных фигур.

Невозможных фигур несметное множество. Вот несколько из них: невозможный трезубец, бесконечная лестница и невозможный куб (рис. 3).

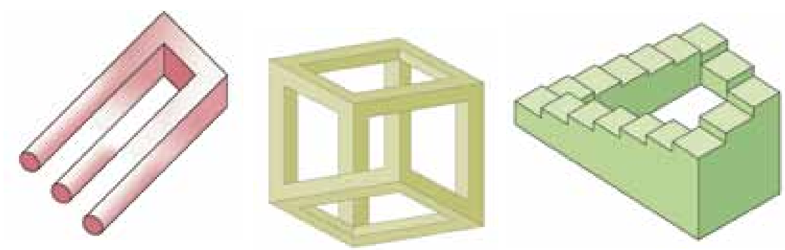
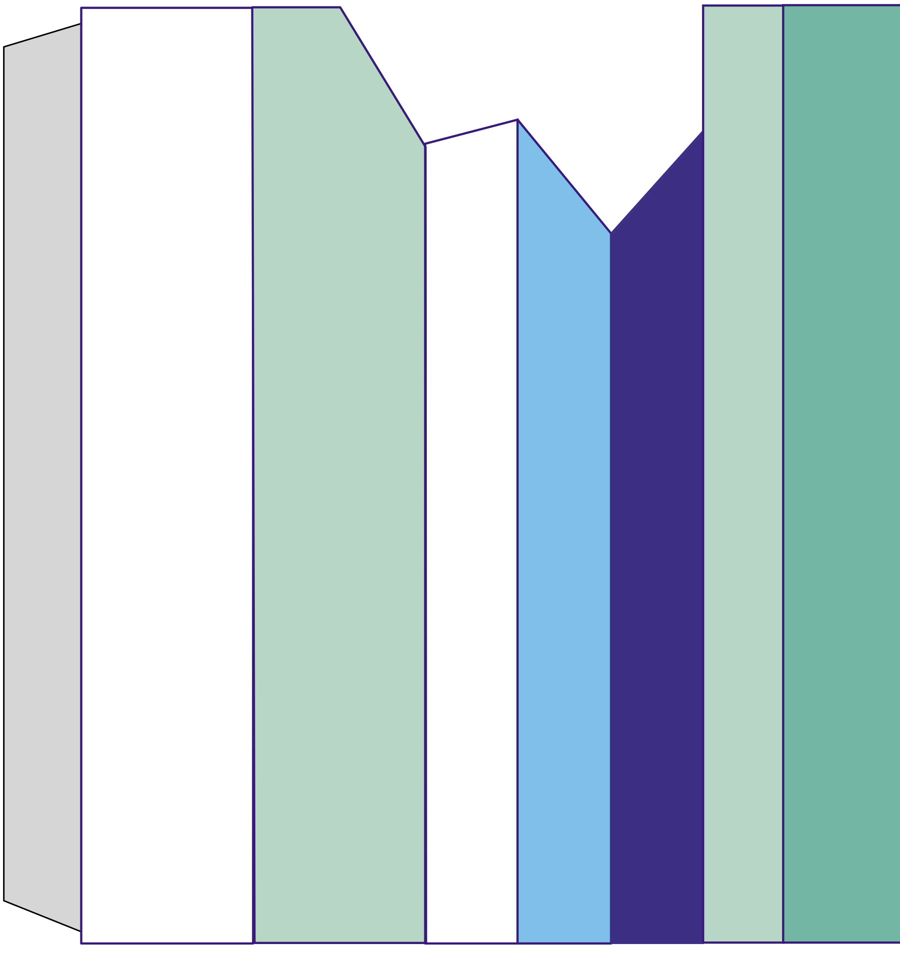
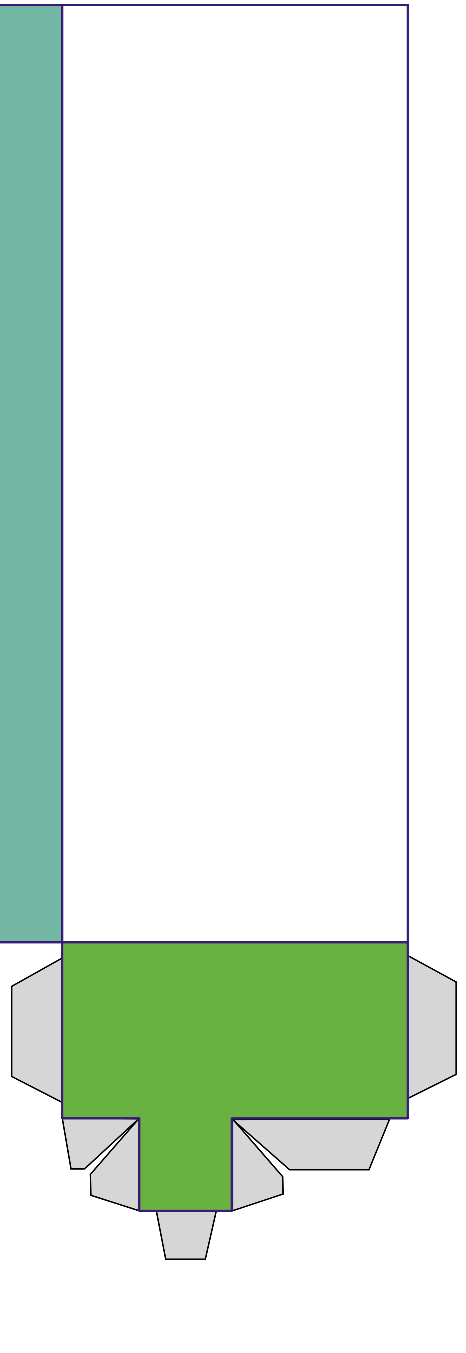
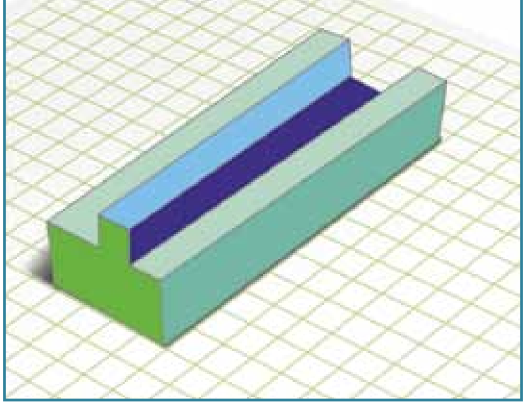


Рис. 3





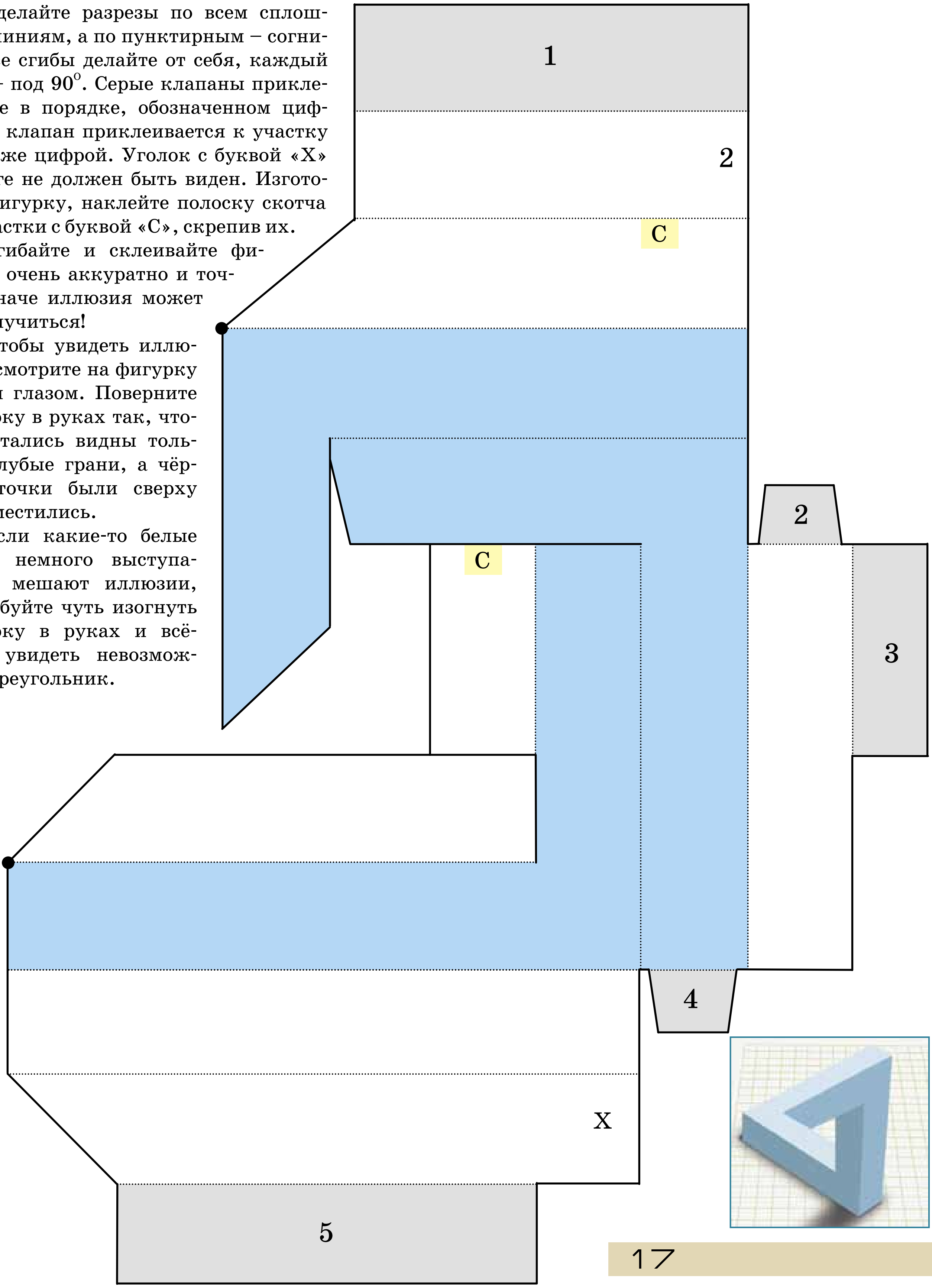


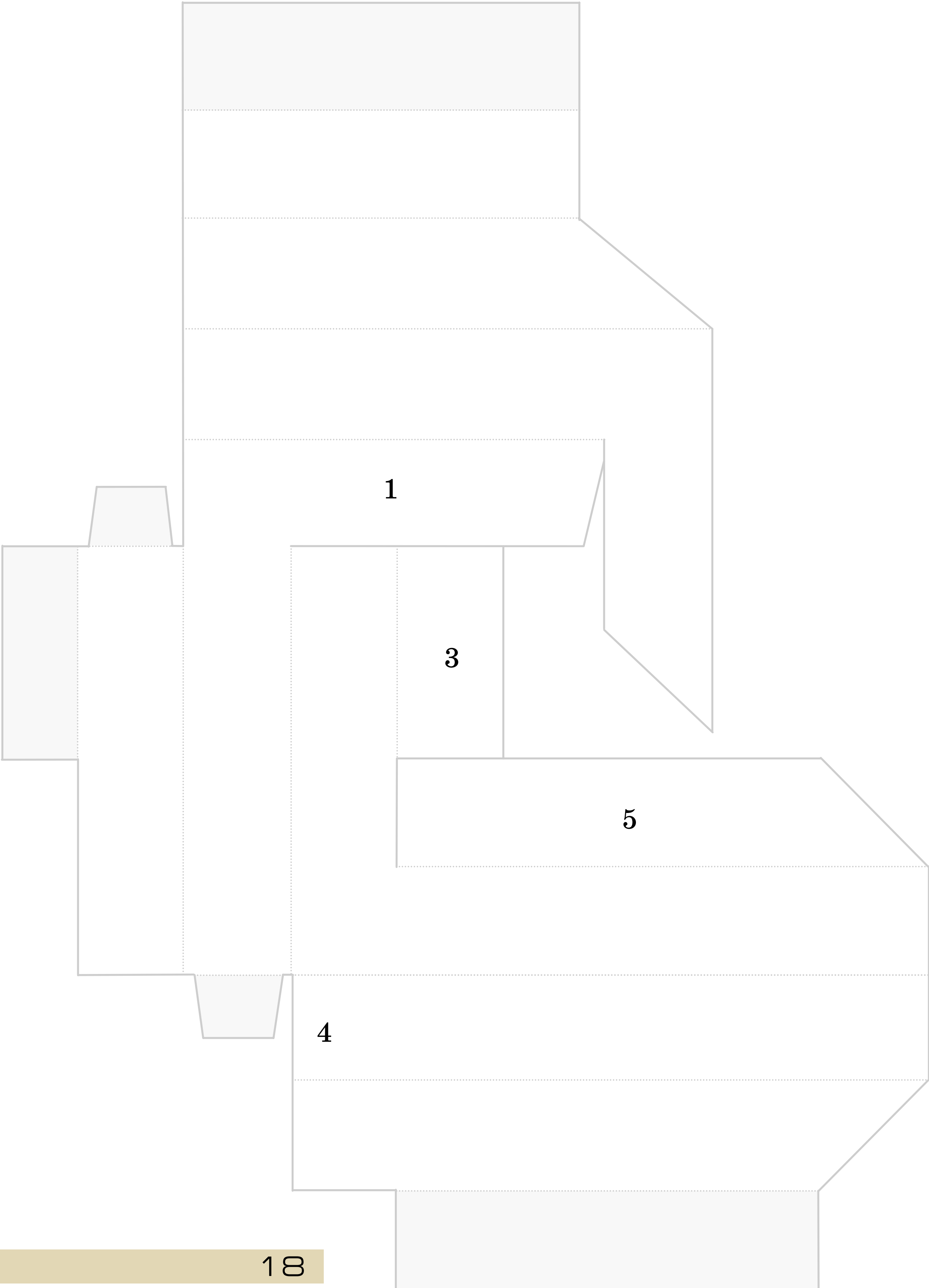
Сделайте разрезы по всем сплошным линиям, а по пунктирным – согните. Все сгибы делайте от себя, каждый сгиб – под 90°. Серые клапаны приклеивайте в порядке, обозначенном цифрами; клапан приклеивается к участку с той же цифрой. Уголок с буквой «Х» в итоге не должен быть виден. Изготовив фигурку, наклейте полоску скотча на участки с буквой «С», скрепив их.

Сгибайте и склеивайте фигурку очень аккуратно и точно, иначе иллюзия может не получиться!

Чтобы увидеть иллюзию, смотрите на фигурку одним глазом. Поверните фигурку в руках так, чтобы остались видны только голубые грани, а чёрные точки были сверху и совместились.

Если какие-то белые части немного выступают и мешают иллюзии, попробуйте чуть изогнуть фигурку в руках и всё-таки увидеть невозможный треугольник.




1
3
5
4

СВОИМИ РУКАМИ

Невозможные фигуры известны человечеству с давних времён. На рисунке 4 вы видите невозможную арку, изображённую на иконе XI века (посмотрите внимательно на среднюю из трёх колонн). Остается загадкой, было ли это замыслом художника или просто ошибкой. В 50-х годах прошлого столетия благодаря статье британского математика Роджера Пенроуза невозможные фигуры обрели широкую известность. В этой статье Пенроуз описал невозможный треугольник и бесконечную лестницу. Обе эти фигуры носят сегодня его имя. С тех пор многие художники по всему миру изображали невозможные фигуры на своих картинах. Их можно увидеть повсюду: на обложках журналов и книг, в логотипах, в рекламе и даже в кинофильмах.

Рис. 4

Мы уже сказали, что невозможные фигуры не могут существовать в реальном мире. Действительно, нельзя взять три деревянных бруска и соединить их так, чтобы получился треугольник Пенроуза. Однако взгляните на рисунок 5. Мы видим фотографию невозможного треугольника, составленного из трех брусков! Дело в том, что при изображении объекта реального мира на плоскости некоторые его части могут перекрывать друг друга или даже сливаться в одно целое. В зеркале позади фигуры видно ее отражение, и оказывается, что в действительности фигура не только не является замкнутой, а вообще не имеет ничего общего с треугольником. Иллюзия невозможности фигуры появляется только при правильном положении наблюдателя. Если немного сместиться, эффект замкнутости пропадет, и фигура уже не будет выглядеть невозможной.

Рис. 5

Аналогичная скульптура невозможного треугольника высотой в 13,5 метров была воздвигнута в австралийском городе Перт.

Невозможные фигуры можно «создать» и собственным руками из бумаги, вырезав развёртку и склеив её. На страницах 16 и 17 приведены выкройки двух таких фигур. Попробуйте!

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ

Александр Спивак,
Татьяна Сысоева

Впервые опубликовано в «Практическом журнале для учителя и администрации школы»

РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Продолжение. Начало в номере 9

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

На следующий день, едва проснувшись, Пух пошёл к крошке Ру в гости. Поздоровавшись, сразу начал хвастать:

– Ты знаешь, Ру, что такое равные треугольники? Это треугольники, которые можно совместить движением плоскости!

– А что такое движение? – спросил Ру.

– Точное определение движения ты узнаешь, когда будешь большой. В надлежащее время,– чуть смутившись, ответил Пух.

– А неточное?

– Возьми лист бумаги и вырежи несколько треугольников.

– А из картона нельзя?

– Из чего угодно, лишь бы вырезать.

– А выпилить нельзя?

– Можно и выпилить! Главное: совместить их! Понимаешь?

– Не совсем.

– Иногда их волоком тащат, а иногда переворачивают.

– А бывает, что треугольники равны, но их нельзя перетащить, а можно только перевернуть?

– Бывает. Мне Кристофер даже пример показал.

– Ну ладно, – согласился Ру, – у меня бумага есть. Даже цветная. Давай вырезать треугольники и переворачивать.

Вырезал. Перевернул – и треугольник лёг в точности на дырку.

– Смотри, Пух, – запищал Ру, – треугольник равен дырке!

– Треугольник всегда равен дырке! – ответил Пух.

– А вот и не всегда! Тебе же Кристофер пример показал! Смотри! Я сейчас вырежу треугольник, переверну – и он не будет равен дырке!!

– Не надо, не путай меня, треугольник всегда равен сам себе.

– Себе – да. Но не дырке.

– Дырка – это и есть бывший треугольник.

Ру немного подумал и сказал:

– Пожалуй, ты прав: любой треугольник равен самому себе. Только бывают треугольники, которые равны себе двумя способами. Такой треугольник я вырезал.

– А у треугольника Кристофера все стороны разные. И углы тоже разные, – сказал Пух.

– Я и говорю: у моего треугольника есть две равные стороны. И два равных угла.

– Такие треугольники как-то называются, только я позабыл, как.

– Пойдём к Сове, она помнит все учёные слова.

САМОСОВМЕЩЕНИЯ

– Здравствуй, Сова, – в один голос сказали Пух и Ру, – помнишь, как называют треугольник, у которого есть две равные стороны?

– Помню, – с достоинством ответила Сова.

– Смотри, – сказал Ру, показывая один из вырезанных им треугольников, – когда я его переворачиваю…

– Ты знаешь, как называют такие треугольники? – перебил Пух.

– Знаю.

– Мы знали, что ты помнишь и знаешь это, но можешь ли ты нам сказать это? – нетерпеливо спросил Ру.

– Могу, – невозмутимо ответила Сова.

– Я вспомнил, как это называется, – воскликнул Пух,– ты вырезал *равнобедренный* треугольник.

– А помните ли вы, – спросила Сова, – как называют треугольник, у которого все стороны равны?

– Если бы я был тобой, – ответил Пух, – то я ответил бы, что помню. Но я и вправду помню, и поэтому скажу, что он равносторонний.

– У этого термина есть синоним, – поучительно произнесла Сова, – *правильный* треугольник.

Ру взял со стола пожелтевший пыльный лист бумаги, чтобы вырезать из него правильный треугольник. На столе остался чистый от пыли прямоугольник.

– Ты словно вырезал из стола прямоугольник, – задумчиво заметил Пух.

– Положил бы ты его лучше на место! – сказала Сова.

– Интересно, сколькими способами можно положить лист на место? – заинтересовался Пух. – Можно, конечно, положить его так, как он только что лежал. Можно перевернуть пылью вниз, поменяв нижний край с верхним. А ещё как-нибудь можно?

– Если это тебя так интересует, – ответила Сова, – прямоугольник обладает четырьмя самосовмещениями: два из них сохраняют ориентацию, а два – меняют.

– Пылью вверх, – заметил Ру, – можно положить прямоугольник на место не только так, как ты сказал, но и повернув.

– Да, – согласился Пух. – При этом поменяются местами верхний и нижний края, а также правый и левый.

– А ещё, – показал Ру, – можно положить пылью вниз, поменяв левый и правый края.

– Я же говорила, четыре! – сказала Сова.

– А что ты говорила про ориентацию? – спросил Пух.

– Это пылью вверх или вниз, – ответил ему Ру.

– Если пыль сохранилась сверху, – догадался Пух, – то и ориентация сохранилась. А нет – так нет.

– Ну ладно, займусь уборкой, – сказала Сова, энергично и бесшумно замахав крыльями. Пыль поднялась в воздух.

– А вот если бы мы были сейчас у Кристофера, – мечтательно произнёс Пух, рассматривая мириады пылинок, – то давно пили бы чай. А может быть, уже готовились бы к обеду. Давайте расскажем Кристоферу про дырки и треугольники!

И они втроём отправились к Кристоферу.

ТЕОРЕМА О РАВНОБЕДРЕННОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Когда они пришли к Кристоферу, Ру сразу показал лист бумаги с вырезанным равнобедренным треугольником и спросил:

– Знаешь, почему этот треугольник накладывается на дырку двумя способами?

– Потому что он равнобедренный, – не давая Кристоферу ответить, важно сказала Сова, – у него есть равные стороны, $AB = AC$. Для ясности я ставлю буквы A, B, C у вершин треугольника и те же буквы – у соответствующих вершин дырки.

– Ну и что? – спросил Кристофер.

– А то, – ответила Сова, – что мы разбирали признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними.

– Понял, – сказал Кристофер, – этот признак можно применить к треугольникам ABC и ACB: угол A общий, $AB = AC$, $AC = AB$. Значит, треугольник ABC равен треугольнику ACB.

– Порядок букв важен! – вставила Сова.

– Поэтому, – не обращая на неё внимания, сказал Пух, – треугольник ABC можно перевернуть так, что точка A останется на месте, а B и C поменяются местами.

– Здорово! Давайте ещё что-нибудь вырежем, – предложил Ру.

– Не торопись, – остановила его Сова, – только что прозвучало доказательство важной теоремы!

УПРАЖНЕНИЯ

3. Существует ли треугольник, у которого больше двух самосовмещений?

– Какой теоремы? – спросил Пух.

– В равнобедренном треугольнике углы при основании равны: $\angle B = \angle C$, – ответила Сова.

– Что? – не понял Пух.

– Угол B треугольника ABC соответствует углу C треугольника ACB, – ответил Кристофер. – Треугольники равны – поэтому и соответствующие углы равны!

– Пока вы обсуждали соответствующие углы, я не терял время даром, – привлёк к себе внимание Ру. – Я разрезал равнобедренный треугольник на две половинки.

– Да, – согласилась Сова, – ты разрезал треугольник по его оси симметрии. Именно относительно этой оси надо выполнить симметрию, чтобы половинки равнобедренного треугольника поменялись местами. Только не подумай, что Учение об Оси Симметрии требует ножниц и бумаги.

– Как это не требует? – спросил Пух.

– Очень просто, – ответил Кристофер. – Рассмотри середину M основания BC и соедини её с вершиной A. Тогда треугольники ABM и ACM равны по двум сторонам и углу между ними: $AB = AC$, $BM = CM$, $\angle B = \angle C$.

– Ты не понял, Кристофер, – возразил Ру, – я не брал середину, а просто опустил перпендикуляр. Приложил угольник – вот и всё!

– В равнобедренном треугольнике это то же самое, – ответил Кристофер.

– Почему? – спросил Ру.

– Из равенства треугольников ABM и ACM, – объяснил Кристофер, – следует равенство углов AMC и AMB. Поскольку в сумме эти углы составляют 180°, то они равны 90° каждый. Значит, медиана AM заодно является и его высотой.

– Между прочим, – сказал Пух, – из равенства треугольников ABM и ACM следует ещё равенство углов BAM и CAM.

– Правильно! – подтвердил Кристофер, – медиана AM является ещё и биссектрисой.

– Значит, AM – это высота, биссектриса и медиана! Мы доказали триединство! – сказал Пух и спросил: – Кристофер, у тебя случайно нет чего-нибудь вкусненького?

Окончание следует

УПРАЖНЕНИЯ

4. Докажите равенство прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету: если $AB = XY$, $AC = XZ$, углы C и Z прямые, то треугольники ABC и XYZ равны.

5. Сколько существует разных равнобедренных треугольников, у каждого из которых есть

а) сторона длины 7 и сторона длины 8?

б) сторона длины 1 и сторона длины 2?

6. Длина одной из сторон равнобедренного треугольника равна 6, а величина одного из углов равна

а) 97°, б) 87°, в) 60°. Сколько существует таких треугольников?

7. В треугольнике ABC стороны $AB = BC = 14$ см. Перпендикуляр, проведённый к боковой стороне AB через её середину, пересёк основание треугольника в точке E. Точка E соединена с точкой B. Определить основание треугольника ABC, если периметр треугольника BEC равен 40 см.

8. Серединный перпендикуляр к боковой стороне AB равнобедренного треугольнике ABC пересёк боковую сторону BC в точке D. Точка D соединена с точкой A. Периметр треугольника ADC равен 27 см. Определить длину основания AC, если $AB = BC = 18$ см.

Художник: Сергей Чуб

Александр Бердников

ПРОГУЛКИ ПО ВОДЕ

Ну ладно, не совсем по воде. Но почти. По воде нам мешает ходить то, что она очень уж жидкая. Только наступишь – сразу в стороны из-под ноги утекает. Но всё-таки некоторое сопротивление она успевает оказать. Спортсмены даже специально учатся при прыжках в воду с большой высоты правильно в эту воду «входить» (падать то есть), чтобы не слишком сильно удариться об неё. Значит, есть предел текучести воды. Этим пользуются ящерки *василиски*. Пока они маленькие, они способны бегать по воде в прямом смысле, причём довольно прытко. В Интернете легко найти видеозапись их бега.

Нам же, куда более тяжёлым и неуклюжим, перебирать ногами с такой скоростью не под силу. Остаётся заменить воду на что-нибудь более вязкое. Но это уже совсем не то, что мы хотели: если можно увеличивать вязкость, то почему сразу не взять, например, чуть смоченную глину? Она практически не растекается, ходить по ней мы умеем. Ладно, а что если у нас будет жидкость, которая, с одной стороны, текуча как вода, а с другой – очень вязка? Спрашиваете, как же такое может быть? Оказывается, очень даже может. Более того, её совсем несложно сделать в домашних условиях!

Купите в магазине побольше крахмала и разведите примерно таким же количеством воды, тщательно размешав (это, кстати, довольно трудоёмко). Если родители не против, можно приготовить целый таз этой жижи. Если таз достаточно крепок, в нём потом можно будет «бегать на месте по воде». *Только будьте при этом очень осторожны: держитесь за что-нибудь, чтобы не упасть, не используйте ёмкостей, которые могут не выдержать ваш вес. Ну и постарайтесь всё вокруг не забрызгать.*

Чем же замечательна получившаяся субстанция? При примерно равном соотношении воды и крахмала вязкость смеси будет очень разной в зависимости от того, насколько сильно её деформируют, грубо говоря. Смесь будет вести себя почти как вода, если, например, вы плавно погрузите в неё руку. Но стоит ударить по поверхности смеси, поцарапать её или крепко сжать в руке, как она притворится смоченной глиной. Можно слепить из неё шарик, который будет оставаться целым, только пока вы с силой его катаете. Остановитесь – и он буквально стечёт с рук. По такой жидкости действительно можно бегать, если резво перебирать ногами (тогда она будет вязче). Но стоит остановиться, и вы провалитесь в ней, медленнее, чем в воде, но всё-таки.

Этот опыт очень хорош тем, что, несмотря на его эффектность, он крайне прост, мастерить ничего не нужно. Так что не поленитесь и проделайте его. Придумывать самому другие развлечения с этой кашей несложно, главное следить за тем, чтобы масса не покидала своей тары, а то на минуту веселья будет приходиться 5 минут уборки последствий. Приятного времяпровождения!

Кстати, бывают и жидкости с обратным свойством: при сильном воздействии жидкие, а без него твердеют. Например, таковы краски и лак для ногтей. В неподвижном состоянии (например, когда они уже нанесены) они более густые, чем когда их наносят или размешивают. Ещё пример – кетчуп. Его специально при помощи химии делают таким, чтобы, будучи легко выдавленным из пакета, он сохранял свою форму на тарелке. Ещё сюда же можно отнести и кровь.

Художник: Алие Аблямитова

Борис Дружинин

ОЧЕНЬ ХОЛОДНО

В конце января из-за сильных морозов в школе отменили занятия. Ребята восприняли это известие с пониманием. Лиза предложила отправиться в лес кататься на лыжах.

– Не надо в лес, – запротестовал Вова. – Поедешь с горки, упадёшь и лыжу сломаешь. Что тогда делать? Пока по такому морозу до дому доберёшься – в сосульку превратишься.

– И что прикажешь, на диване валяться и телевизор смотреть? – загрустила Лиза.

– Зачем валяться? На каток пойдём. Там, в случае чего, всегда в раздевалке погреться можно.

Друзья быстро собрались, взяли коньки и вышли на улицу. Во дворе Анна Владимировна, известная всей округе как Сварливая Аннушка, беседовала с участковым полицейским дядей Гришей. Рядом на верёвке висело бельё.

– В школе занятия отменили, чтобы детишки лишний раз на морозе не бегали, а вы? – дядя Гриша погрозил детям пальцем.

– Да мы… мы… ненадолго, – начал было оправдываться Вова, но его прервала Аннушка.

– Я и говорю… С вечера замочила бельё, а сегодня с утра постирала, – затараторила она. – Квартира у меня маленькая, повернуться негде, ну я и повесила сушиться бельё на улице. А мороз-то вон какой! Двадцать пять нулей ниже градуса! То есть наоборот. Двадцать пять градусов ниже нуля! Постояла я рядом, ну и замёрзла. Пошла домой погреться.

Аннушка немного помолчала и продолжала жаловаться.

– Попила чайку, глянула в окошко, а там Машка. Она сняла две мои простыни, сложила так аккуратненько и в дамскую сумочку спрятала. Лифт у нас в подъезде уже неделю не работает, и пока я с четвёртого этажа пешком спустилась, её и след простыл.

– Вы знаете эту Машку? – поинтересовался дядя Гриша.

– Да кто ж её не знает, воровку такую? – закипела от возмущения Аннушка. – Она на соседней улице живёт. Я покажу.

– Пойдёмте её арестовывать, – сказал полицейский.

– Подождите, – попросила Лиза. – Анна Владимировна что-то напутала.

– Как это я напутала!? – взревела Аннушка. – Я это всё своими глазами видела! А ты где в это время была?

– Я тоже не видел, – вступил в разговор молчавший до этого Вова. – Но думаю, что Маша тут ни при чём.

Дядя Гриша немного подумал и согласился с ребятами.

ПОЧЕМУ ЛИЗА, ВОВА И УЧАСТКОВЫЙ НЕ ПОВЕРИЛИ АННУШКЕ?

Лиза с Вовой потопали в парк на каток. Около кассы двое беседовали с полицейским. Друзья прислушались.

– Я директор этого парка, – объяснял человек в мохнатой шапке. – Пришел в кассу забрать дневную выручку, а кассир жалуется, что у него украли все деньги.

– Да, – подтвердил гражданин в очках. – Сегодня прекрасный морозный денёк. В школах отменили занятия, и, кажется, все детишки сюда пожаловали. Билетов продал много. Вдруг какой-то бандит засунул руку в окошко, схватил все деньги из кассы и скрылся.

– Вы хоть успели его рассмотреть? – спросил полицейский. – Поможете составить словесный портрет?

– Куда там! – вздохнул кассир. – Как только я выскочил на улицу, мои очки сразу запотели, и я даже не увидел, в какую сторону этот бандит побежал.

– Похоже, прощай денежки, – вздохнул директор и обратился к кассиру: – Вот, ещё детишки подошли. Начинайте новые денежки собирать.

– Не надо так отчаиваться, – сказала Лиза. – Возможно, те деньги ещё найдутся.

– Да, найдутся, – согласился с ней Вова и обратился к полицейскому: – Поищите деньги...

И действительно, деньги нашлись. На радостях директор выдал друзьям пропуска на каток, и они могли посещать его бесплатно всю жизнь.

ГДЕ ВОВА ПРЕДЛОЖИЛ ПОИСКАТЬ ДЕНЬГИ?

Художник: Артём Костюкевич

Карандаш в плену

Возьмите обыкновенную шариковую ручку, у которой вверху откручивается колпачок, удерживающий стержень. Возьмите тонкую верёвку, длина которой чуть меньше удвоенной длины ручки, и свяжите узлом её концы, чтобы получилось верёвочное кольцо. Концы должны выступать за узел примерно на полтора сантиметра (рис. 1). Пропустите петлю в петлицу пиджака (или рубашки), проденьте в петлю ручку. Затем, открутив немного колпачок, привяжите к ручке верёвку свободными концами и закрутите колпачок, чтобы петля не слетела (рис. 2).

А теперь попробуйте, не развязывая и не разрывая верёвку, не ломая ручки и не откручивая её колпачка, снять ручку с пиджака.

Рис. 1

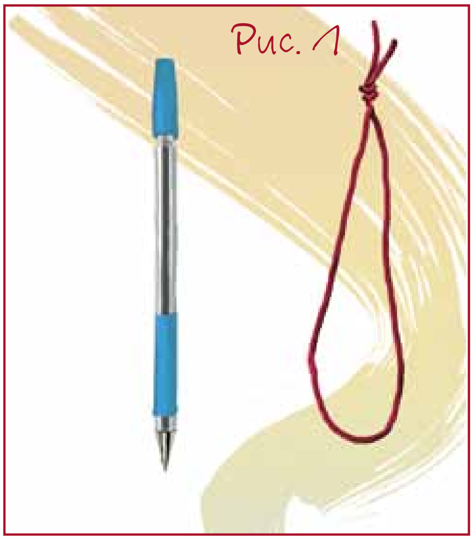


Рис. 2

Журнал «Квант» рассказывает, что с этой задачей связана небольшая история. В середине прошлого века замечательный математик И.Р. Шафаревич читал свой первый курс лекций в Московском государственном университете. Во время перерыва студенты показали ему эту задачу, привязав к петле пиджака карандаш. Игорь Ростиславович попробовал один вариант, другой, но... карандаш оставался на его пиджаке и на следующем часу лекции, и после неё.

Когда Игорь Ростиславович появился на следующей своей лекции через несколько дней, то карандаш продолжал украшать его пиджак. Однако лекция началась с того, что Шафаревич торжественно освободился от этого украшения.

А как получится у вас?

тридцать четвёртый турнир ГОРОДОВ

7 и 21 октября 2012 года состоялся осенний тур XXXIV Турнира городов – международного математического соревнования для школьников. Приводим задачи базового варианта для 8 – 9 классов. В скобках после номера задачи указано число баллов, присуждавшихся за её полное решение. При подведении итогов у каждого участника учитываются три задачи, по которым он набрал больше всего баллов.

Надеемся, что какие-то из этих задач окажутся под силу и пятиклассникам – например, первая.

ВЕСЕННИЙ ТУР, 8 – 9 КЛАССЫ

Базовый вариант

1 [3]. Про группу из пяти человек известно, что

Алеша на 1 год старше Алексеева,
Боря на 2 года старше Борисова,
Вася на 3 года старше Васильева,
Гриша на 4 года старше Григорьева,
а еще в этой группе есть Дима и Дмитриев.

Кто старше и на сколько: Дима или Дмитриев?

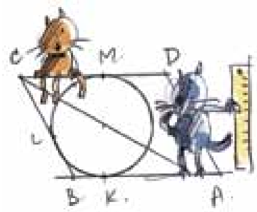
Егор Бакаев

2 [4]. Пусть $C(n)$ – количество различных простых делителей числа n. (Например, $C(10)=2$, $C(11)=1$, $C(12)=2$.) Конечно или бесконечно число таких пар натуральных чисел (a, b), что $a \neq b$ и $C(a+b)=C(a)+C(b)$?

Георгий Жуков

3 [5]. Таблица 10×10 заполняется по правилам игры «Сапёр»: в некоторые клетки ставят по мине, а в каждую из остальных клеток записывают количество мин в клетках, соседних с данной клеткой (по стороне или вершине). Может ли увеличиться сумма всех чисел в таблице, если все «старые» мины убрать, во все ранее свободные от мин клетки поставить мины, после чего заново записать числа по правилам?

Александр Эвнин



4 [5]. Окружность касается сторон AB, BC, CD параллелограмма $ABCD$ в точках K, L, M соответственно. Докажите, что прямая KL делит пополам высоту параллелограмма, опущенную из вершины C на AB.

Павел Кожевников

5 [5]. В классе 20 школьников. Было устроено несколько экскурсий, в каждой из которых участвовал хотя бы один школьник этого класса. Докажите, что найдётся такая экскурсия, что каждый из участвовавших в ней школьников принял участие по меньшей мере в $1/20$ всех экскурсий.

Николай Верещагин

Художник: Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС («Квантик» №8)

36. Ответ: уменьшилось на 125 м.

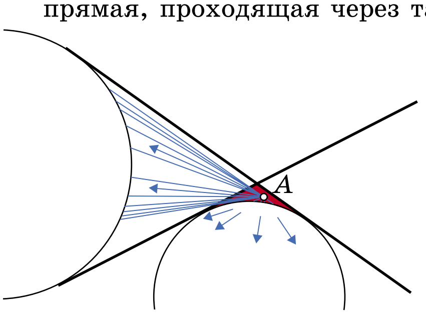
Когда первый лыжник только вышел на трудный участок, второму оставалось пройти до него 500 метров, то есть 1/2 километра. Так как второй идёт со скоростью 12 км/ч, то он дойдёт туда за $(1/2):12=1/24$ часа. Всё это время лыжники сближались со скоростью $12-9=$ $=3$ км/ч и сблизились на $3/24$ км $=125$ м. После этого расстояние между лыжниками меняться уже не будет, так как они будут идти с одинаковыми скоростями.

37. $-1+2-4-8+16+32+64=101$. Кстати, такая расстановка плюсов и минусов единственна.

38. Ответ: седьмой назвал первого рыцарем.

Допустим, что первый – рыцарь. Он сказал соседу правду: «Ты лжец». Значит, этот сосед – лжец, и он солгал следующему, назвав того лжецом. Значит, следующий – рыцарь. За ним тогда снова – лжец, и так далее, получаем, что седьмой – рыцарь. Если же первый – лжец, то, рассуждая аналогично, получаем, что и седьмой лжец. В обоих случаях седьмой обязан сказать первому «Ты рыцарь».

39. Гриша всегда может выиграть независимо от размеров и расположения бильярдных луз. Для этого Грише достаточно провести две прямые, касающиеся луз как на рисунке, и выбрать в качестве точки A любую точку внутри красной области. Легко убедиться, что любая прямая, проходящая через такую точку A, пересечёт хотя бы одну лузу. Значит, Гриша сможет для любой такой прямой выбрать направление так, чтобы шарик закатился в лузу.



40. Ответ: 1999.

Будем считать, что мы заполняем шкатулки последовательно: сначала в одну положили 10, потом в ещё одну 10, и так далее. Каждый раз, заполняя пустую шкатулку десятью новыми, мы увеличиваем число пустых шкатулок на $10-1=9$, а количество шкатулок с содержимым – на 1. Шкатулок с содержимым ровно 222, а изначально их было 0. Значит, таких заполнений было ровно 222, и каждое из них увеличивало количество пустых шкатулок на 9. Значит, в итоге их станет $1+222\cdot 9=1999$.

КТО ЛЕВША? («Квантик» № 9)

Художник ведущей рукой рисует (а другой держит палитру), официант – подаёт блюда (а другой держит поднос), а лучник – натягивает тетиву, держа стрелу (а другой просто держит лук), именно эти действия сложнее. Левша – официант, остальные – правши.

ТУРНИР ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА («Квантик» № 9)

Физика

1. Ответ: 1 секунду.

Муравей бежал по гусенице 10 секунд, она за это время проползла 1 см, отнеся муравья на 1 см назад по сравнению со случаем без гусеницы. На преодоление 1 см у муравья уйдёт 1 секунда. Значит, он потерял 1 секунду из-за гусеницы.

2. Во втором случае пройденное тянущими пальцами расстояние в 2 раза больше длины разрыва. В первом случае оно гораздо меньше. Чтобы совершить такую же работу, пройдя сильно меньший путь, приходится прилагать во столько же раз бо́льшую силу. Можно пояснить конкретные причины: во втором случае напряжение целиком передаётся окрестности точки разрыва, а в первом напряжение распределяется почти по всей средней части листочка, и разорвать его труднее.

Математика

1. Ответ: Да, может.

Если есть два отличника, смотрящие мультики, и два, смотрящие футбол, и ещё три троечника, смотрящие и то и другое, требуемое условие выполнено.

2. Ответ: верно.

Можно в каждую вершину поставить длину отрезка касательной к вписанной окружности, проведённой из этой вершины. Сторона треугольника как раз состоит из двух таких отрезков. Если a, b, c – длины сторон треугольника, то поставленные числа равны.

Математические игры

Условие выигрыша – все обрезки имеют ширину или длину 1. Если одно из чисел m и n чётно, то можно первым разрезом поделить прямоугольник пополам, а затем копировать ходы соперника, делая каждый ход центрально-симметричным предыдущему. Это – выигрышная стратегия первого. Если же оба числа нечётны, то второй может сразу начать делать разрезы, центрально-симметричные разрезам первого, и выиграет таким образом.

Лингвистика

Ладонь, повёрнутая внутрь, обозначает покупку, наружу – продажу. Число отогнутых пальцев – число от 1 до 5. Если ладонь расположена не вертикально, а горизонтально, нужно прибавить 5, таким образом можно обозначать числа от 1 до 10. Наконец, если ладонь находится не у подбородка, а у лба, то обозначаются, соответственно, не единицы (1 – 10), а десятки (10 – 100).

КАНАТНАЯ ДОРОГА («Квантик» №9)

Первая встреченная кабинка будет та, что сразу за вами в цепи кабинок. Потом та, что перед ней. Последняя встреченная будет та, что прямо перед вами. Значит, ваш взгляд прошёл один раз по всем кабинкам, кроме вашей.

ОЛИМПИАДЫ

наш КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем конкурсе.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 20 декабря по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

ВЫРЕЖИ КВИТАНЦИЮ И ПОДПИШИСЬ В ЛЮБОМ ОТДЕЛЕНИИ ПОЧТЫ РОССИИ!

Федеральное государственное унитарное предприятие "Почта России"
Бланк заказа периодических изданий
Ф СП - 1

АБОНЕМЕНТ На ~~газету~~ журнал **84252** (индекс издания)

КВАНТИК (наименование издания)

Количество комплектов 1

На 2013 год по месяцам

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
+	+	+	+	+	+						

Куда (почтовый индекс) (адрес)

Кому

Линия отреза

ПВ | место | литер

ДОСТАВОЧНАЯ КАРТОЧКА **84252** (индекс издания)

На ~~газету~~ журнал **КВАНТИК** (наименование издания)

Стоимость		
подписки	301,02 руб.	Количество комплектов 1
каталожная	руб.	
переадресовки	руб.	

На 2013 год по месяцам

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
+	+	+	+	+	+						

почтовый индекс | Город, село | область | Район

код улицы | улица

дом | корпус | квартира

Фамилия И.О.

наш КОНКУРС

ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач:
Егор Бакаев (49)

X ТУР

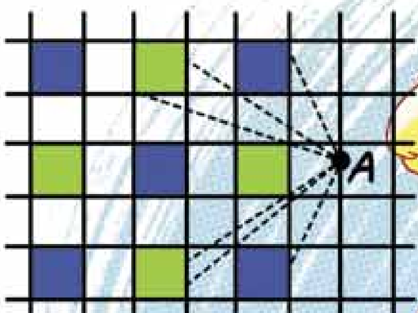
46. У Квантика есть 20 разноцветных шариков: жёлтых, зелёных, синих и красных. Из этих шариков 17 – не зелёные, 5 – красные, а 12 – не жёлтые. Сколько синих шариков у Квантика?

47. Однажды барон Мюнхгаузен сказал о своём маленьком племяннике: «Позавчера ему было 10 лет, а в будущем году исполнится 13». Как такое могло быть? Учтите, что барон Мюнхгаузен никогда не врёт!

48. В кружки буквы *М*, изображённой на рисунке, впишите по цифре от 1 до 9 так, чтобы все суммы из трёх чисел, стоящих по линиям буквы, были одинаковыми и наименьшими из возможных. Постарайтесь обосновать свое решение.

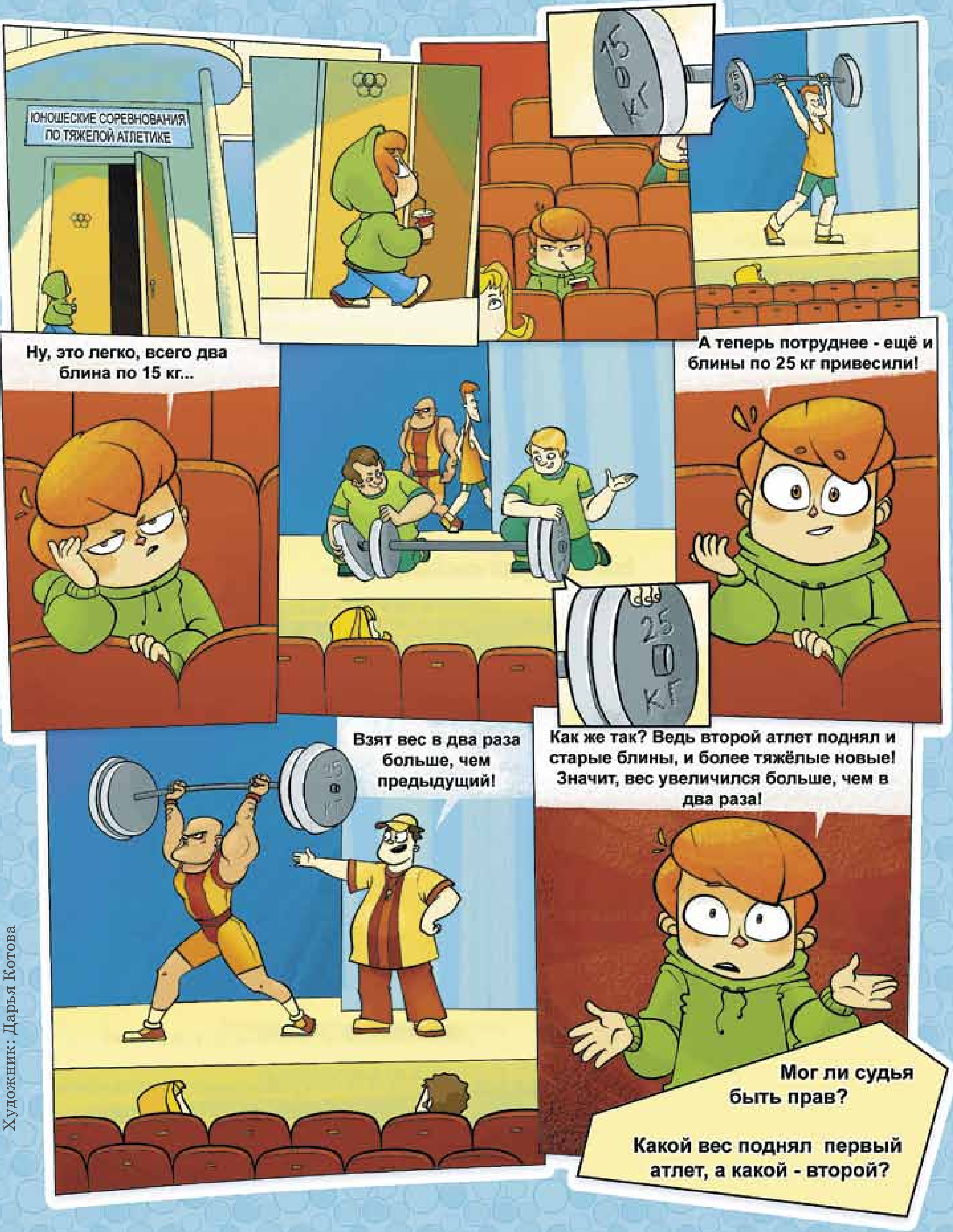
49. У Малыша и Карлсона есть много прямоугольных карточек, на каждой написано «6» или «+». Они сели за стол друг напротив друга и выложили наугад шесть карточек в один ровный ряд. Потом каждый точно подсчитал значение увиденного им выражения. Могло ли у Карлсона получиться ровно на 3000 больше? Перевёрнутый плюс выглядит как плюс, перевёрнутая шестёрка — как девятка. (Например, если один видит 69+9+6, то другой видит 9+6+69.)

50. Из точки *A* на рисунке можно «увидеть» (хотя бы частично) лишь пять из девяти квадратов – остальные четыре квадрата целиком загорожены этими пятью. А какое наибольшее число квадратов из этих девяти можно увидеть, выбирая другую точку обзора на той же плоскости?



Художник: Дарья Котова

СЛУЧАЙ НА СОРЕВНОВАНИЯХ



Художник: Дарья Котова