

# ЖУРНАЛ КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ



№ 5

М а й  
2023

ПРО ИМПЛИКАЦИИ

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ  
И ГЕОМЕТРИЯ

КРАСНАЯ КРАСКА  
ИЗ ЧЕРВЯКОВ

Enter ↵

# ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА на 2-е полугодие 2023 года

подписаться на журнал «КВАНТИК» вы можете в почтовых отделениях и через интернет

## ОНЛАЙН-ПОДПИСКА НА САЙТАХ

**Почта России:**  
[podpiska.pochta.ru/press/ПМ068](http://podpiska.pochta.ru/press/ПМ068)



**Агентство АРЗИ:**  
[akc.ru/itm/kvantik](http://akc.ru/itm/kvantik)



**БЕЛПОЧТА:**  
[kvan.tk/belpost](http://kvan.tk/belpost)



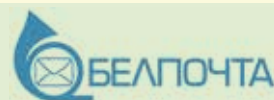
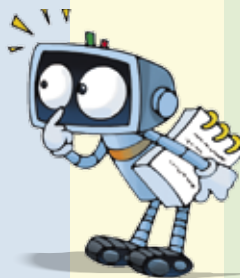
по этим ссылкам вы можете оформить подписку и для своих друзей, знакомых, родственников

## ПОДПИСКА В ПОЧТОВЫХ ОТДЕЛЕНИЯХ

### ПОЧТА РОССИИ



индекс **ПМ068**



индексы:

**14109** – для физических лиц

**141092** – для юридических лиц

Подробнее обо всех способах подписки, в том числе о подписке в некоторых странах СНГ и других странах, читайте на нашем сайте [kvantik.com/podpiska](http://kvantik.com/podpiska)



[www.kvantik.com](http://www.kvantik.com)

[kvantik@mccme.ru](mailto:kvantik@mccme.ru)

[vk.com/kvantik12](https://vk.com/kvantik12)

[t.me/kvantik12](https://t.me/kvantik12)

Журнал «Квантик» № 5, май 2023 г.  
Издаётся с января 2012 года  
Выходит 1 раз в месяц

**Свидетельство о регистрации СМИ:**  
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.  
выдано Федеральной службой по надзору  
в сфере связи, информационных технологий  
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

**Главный редактор** С. А. Дориченко  
Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина,  
Е. А. Котко, Г. А. Мерзон, М. В. Прасолов,  
Н. А. Солодовников  
Художественный редактор  
и главный художник Yustas  
Верстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова  
Обложка: художник Yustas

**Учредитель и издатель:**

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

**Подписка на журнал в отделениях почтовой связи**

• **Почта России:** Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)

• **Почта Крыма:** Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя (индекс **22923**)

• **Белпочта:** Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Казахстан» (индексы **14109** и **141092**)

**Онлайн-подписка на сайтах**

• Почта России: [podpiska.pochta.ru/press/ПМ068](http://podpiska.pochta.ru/press/ПМ068)  
• агентство АРЗИ: [akc.ru/itm/kvantik](http://akc.ru/itm/kvantik)  
• Белпочта: [kvan.tk/belpost](http://kvan.tk/belpost)

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: [biblio@mccme.ru](mailto:biblio@mccme.ru)

**Адрес редакции и издателя:** 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: [kvantik@mccme.ru](mailto:kvantik@mccme.ru) сайт: [www.kvantik.com](http://www.kvantik.com)  
Формат 84x108/16 Тираж: 4000 экз.

Подписано в печать: 31.03.2023  
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»  
г. Нижний Новгород, ул. Интернациональная,  
д. 100, корп. 8. Тел.: (831) 218-40-40

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986



**НАГРАДЫ  
ЖУРНАЛА**



2017

**ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»**  
за лучший детский проект о науке



2021

**БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ**  
за плодотворную работу  
и просветительскую деятельность



2022

**ПРЕМИЯ РАН**  
художникам журнала за лучшие работы  
в области популяризации науки

# СОДЕРЖАНИЕ

■ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ		
<b>Про импликации.</b> <i>М. Фрайман</i>		<b>2</b>
■ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК		
<b>Центр тяжести и геометрия.</b> <i>М. Волчкевич</i>		<b>6</b>
■ ВЕЛИКИЕ УМЫ		
<b>Габер. Человек перед судом истории.</b> <b>Окончание.</b> <i>М. Молчанова</i>		<b>11</b>
■ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ		
<b>Многогранники и раскраски.</b> <i>Г. Мерзон</i>		<b>16</b>
■ ПРЕДАНИЯ СТАРИНЫ		
<b>Красная краска из червяков.</b> <i>Г. Идельсон</i>		<b>18</b>
■ ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ		
<b>Что это за оценки?</b> <i>А. Солин</i>		<b>23</b>
<b>Круглые наклейки на прямоугольнике</b>		<b>28</b>
<b>Зачем самовару труба?</b>	<b>IV с. обложки</b>	
■ ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ		
<b>Упрямый квадрат.</b> <i>Д. Певницкий, С. Полозков</i>		<b>24</b>
■ ОЛИМПИАДЫ		
<b>LXXXVIII Санкт-Петербургская олимпиада по математике. Избранные задачи II тура</b>		<b>25</b>
<b>Конкурс по русскому языку, III тур</b>		<b>26</b>
<b>Наш конкурс</b>		<b>32</b>
■ ОТВЕТЫ		
<b>Ответы, указания, решения</b>		<b>29</b>





## ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ И ГЕОМЕТРИЯ

Каждый из вас может проверить: чтобы уравновесить карандаш или линейку на ребре ладони, нужно поместить руку точно под серединой линейки и карандаша. Правда, такое равновесие не всегда будет устойчивым. Ещё со времён Архимеда людям было известно правило рычага. Если два одинаковых груза закрепить на концах прямой палки, а потом середину этой палки поставить на камень, то палка останется в равновесии. А если грузы неодинаковы, то для равновесия палку нужно поставить на камень в такой точке, которая разделит палку в отношении, обратном пропорциональном массам данных грузов (рис. 1). Более строго можно сказать так: произведение массы каждого груза на длину его плеча до опоры на рычаге должно быть одинаковым.

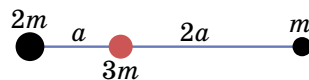
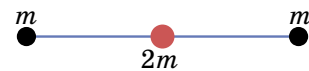


Рис. 1

Если палка с грузами на концах, поставленная на данную точку, останется

в равновесии, мы говорим, что в этой точке находится центр её тяжести.

Давайте применим идею центра тяжести в геометрии. При этом мы будем исходить из двух вещей: будем считать, что *любая система грузов имеет один центр тяжести* и что *искать его можно разными способами, группируя данные массы в любом порядке*.

### Центр тяжести четырёхугольника

Давайте найдём центр тяжести системы четырёх одинаковых грузов, которые находятся в вершинах данного четырёхугольника

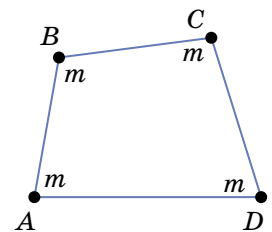


Рис. 2

(рис. 2). Поместим в каждую вершину четырёхугольника  $ABCD$  одинаковую массу  $m$  и будем считать, что его стороны – тонкие невесомые стержни.

Давайте разобьём четыре равные массы в вершинах четырёхугольника  $ABCD$  на две пары: две массы на

Исходный текст опубликован в учебнике М.А. Волчкова «Геометрия. 8 класс» (М.: Просвещение, 2021).



концах его стороны  $AB$  и две такие же массы на концах стороны  $CD$ . Центр тяжести отрезка  $AB$  находится в его середине – можно мысленно заменить две массы на его концах их суммой  $2m$ , находящейся в середине отрезка. Так же сумму масс на концах отрезка  $CD$  мы заменим на их сумму  $2m$  и поместим её в его середину (рис. 3).

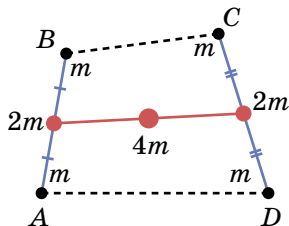


Рис. 3

Где же тогда находится центр тяжести всего четырёхугольника? Если рассуждать по аналогии, то он должен быть в середине отрезка, соединяющего центры масс сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника, то есть в середине его средней линии. Именно туда можно поместить сумму  $4m$  всех масс его вершин.

А теперь самое интересное. Давайте разобьём четыре массы в вершинах четырёхугольника на пары другим способом: сгруппируем массы на концах его стороны  $BC$  в середине этого отрез-

ка, а массы на концах стороны  $AD$  – в её середине. Тогда центр тяжести всего четырёхугольника должен будет находиться в середине отрезка, соединяющего середины этих сторон. Значит, он лежит на второй средней линии нашего четырёхугольника (рис. 4).

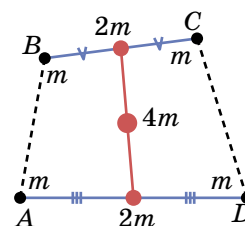


Рис. 4

Что из этого следует? Только то, что средние линии четырёхугольника должны иметь общую середину – делиться точкой пересечения пополам. Этот факт можно доказать и чисто геометрически, он равносильен *теореме Вариньона*: середины сторон четырёхугольника являются вершинами параллелограмма, а две его средние линии – диагонали этого параллелограмма. Значит, здесь механика отлично согласуется с геометрией.

Интересно посмотреть, что получится, если начать группировать массы в вершинах четырёхугольника ещё



одним способом. Давайте заменим массы на концах каждой его диагонали их суммой  $2m$ , находящейся в середине этой диагонали (рис. 5). Тогда центр тяжести всей системы должен находиться в середине отрезка, соединяющего середины диагоналей четырёхугольника. Конечно, из этого следует, что средние линии четырёхугольника и отрезок, соединяющий середины его диагоналей, имеют общую середину.

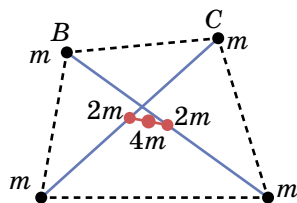


Рис. 5

Итак, центр тяжести четырёх точек с равными массами лежит на пересечении средних линий четырёхугольника, вершинами которого являются эти точки. Значит, центр параллелограмма Вариньона в четырёхугольнике совпадает с центром тяжести этой системы. Если изготовить четырёхугольник с двумя средними линиями из тонкой проволоки, а во все его вершины поместить одинаковые грузы, то можно

будет поставить точку пересечения этих средних линий на острие иглы, и такая конструкция окажется в равновесии (рис. 6).

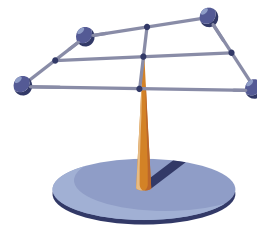


Рис. 6

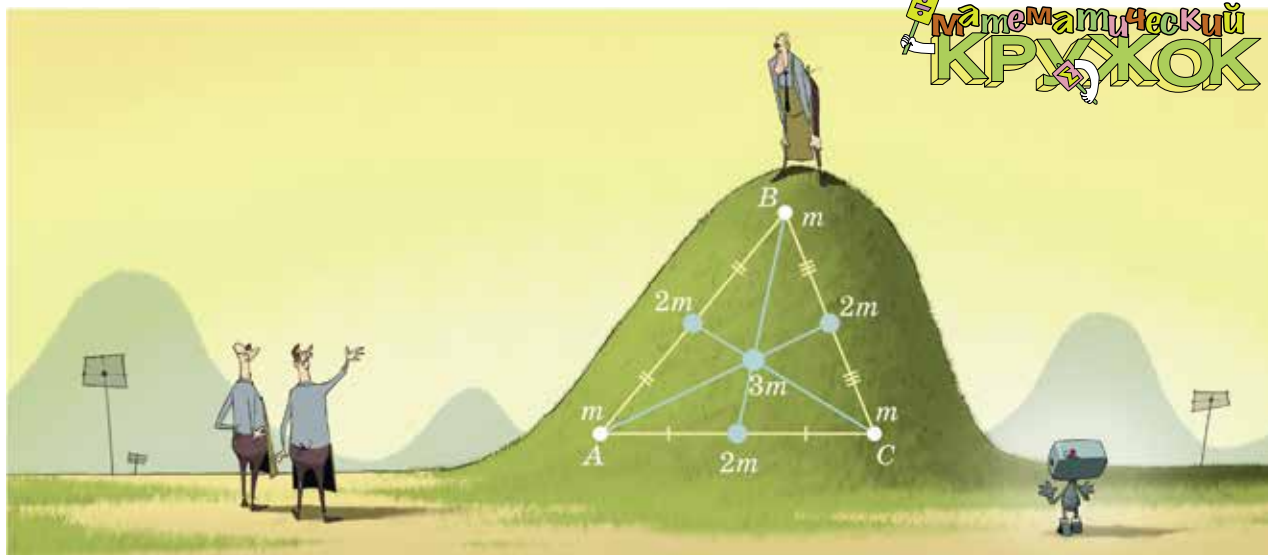
Тем же способом можно найти центр тяжести для четырёх неравных грузов, расположенных в вершинах произвольного четырёхугольника.

### Центр тяжести треугольника

Теперь тем же механическим методом давайте найдём центр тяжести системы трёх одинаковых грузов.

Мысленно поместим во все вершины произвольного треугольника  $ABC$  одинаковые массы  $m$  и найдём центр тяжести этой системы. Центр тяжести двух грузов, помещённых в вершины  $A$  и  $C$ , лежит в середине отрезка между ними. Поэтому данные две массы мысленно можно заменить их суммой  $2m$ , расположенной в середине отрезка  $AC$ .

Как же теперь найти центр тяжести всех трёх масс в вершинах треуголь-



ника? Поскольку две из них мы заменили на одну суммарную массу в середине его стороны  $AC$ , то нам осталось найти центр тяжести только двух грузов, расположенных на концах данной медианы, проведённой из вершины  $B$  треугольника. По правилу рычага этот центр должен лежать на этой медиане и делить её в отношении  $2:1$ , то есть обратно пропорционально массам на концах медианы.

Именно в этом месте будет сосредоточена суммарная масса  $3m$  всей системы (рис. 7).

А теперь точно таким же методом давайте заменим массы  $m$  в вершинах  $A$  и  $B$  треугольника на их сумму  $2m$  и поместим её в середину отрезка  $AB$ . Тогда центр тяжести всего треугольника будет лежать на медиане,

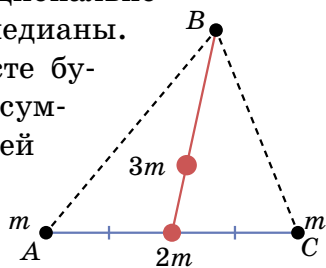


Рис. 7

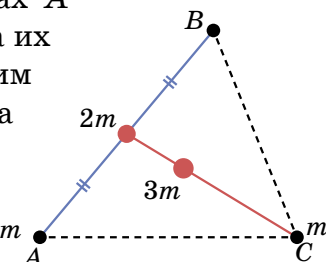


Рис. 8

проведённой из его вершины  $C$ , и тоже разделит её в отношении  $2:1$  (рис. 8).

Такое же рассуждение можно провести и для третьей медианы треугольника. Значит, центр тяжести всей системы обязан находиться одновременно на всех медианах данного треугольника и делить каждую из них в отношении  $2:1$ . Вот почему медианы треугольника должны пересекаться в одной точке (рис. 9).

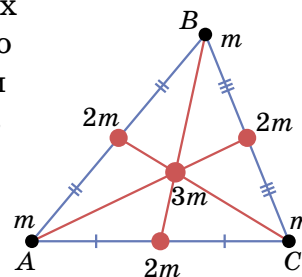
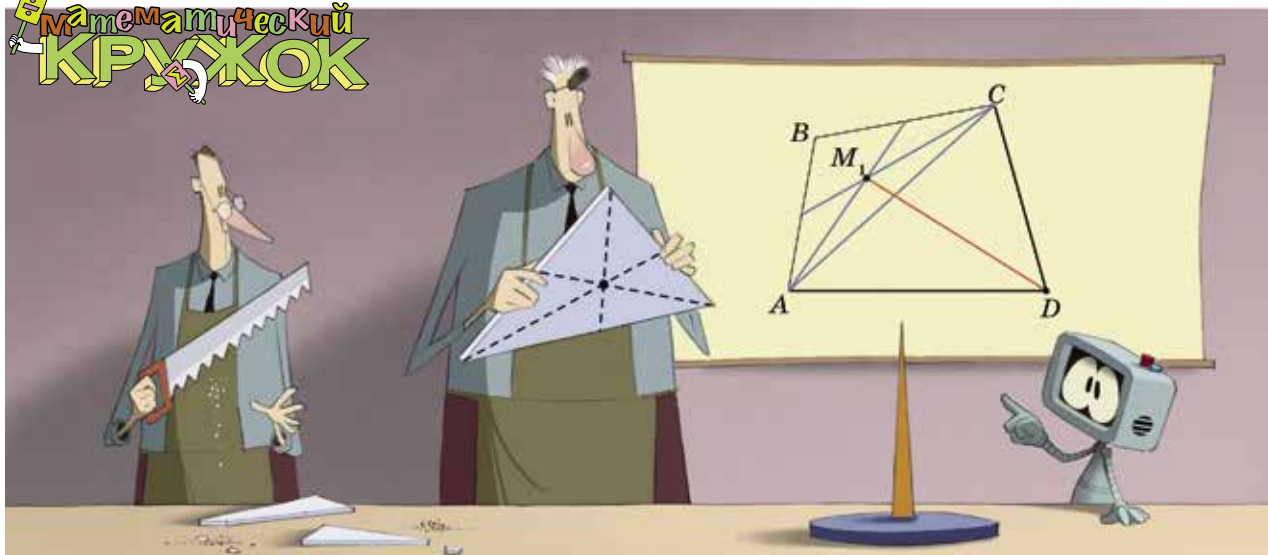


Рис. 9

Мы убедились, что к теореме о средних линиях четырёхугольника и теореме о медианах треугольника легко можно прийти с помощью соображений классической механики. Многие свои математические открытия великий Архимед делал тоже с помощью правила рычага. Об этом он даже написал целую книгу «Метод механических теорем». Она долгие века считалась навсегда по-



терянной и была случайно обнаружена на стёртом пергаменте в подвале библиотеки Константинополя только в начале XX века.

Конечно, мы пользовались тем, что центр тяжести системы не зависит от того, в каком порядке группировать массы её частей. И чтобы рассуждать более строго, нужно это доказать. Но сделать это будет гораздо удобнее, если пользоваться уже не правилом рычага, а складывать векторы.

Если вы вырежете из картона треугольник любой формы, найдёте точку пересечения его медиан и поставите эту точку на остриё вертикальной иглы, то треугольник на ней будет оставаться в равновесии (рис. 10). Это следует из того, что центр тяжести треугольной пластины всегда совпадает с центром тяжести равных масс, расположенных

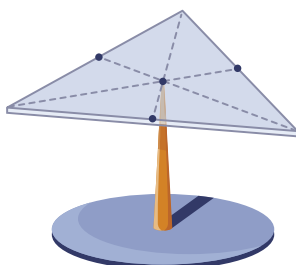


Рис. 10

в её вершинах. Но такой же эксперимент с четырёхугольной пластиной произвольной формы у вас уже не получится. И дело здесь в том, что центр тяжести четырёхугольной пластины находится уже не на пересечении её средних линий.

### Задачи

1. В вершинах треугольника поместили массы  $m$ ,  $2m$ ,  $3m$ . Постройте центр масс этого треугольника.

2. Во все вершины пятиугольника поместили равные массы. Как построить центр масс этого пятиугольника?

3. Начертите произвольный четырёхугольник  $ABCD$ . Отметьте точку  $M_1$  пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Проведите отрезок  $M_1D$ , как показано на рисунке 11. Теперь отметьте точку  $M_2$  пересечения медиан треугольника  $B CD$  и соедините её отрезком с вершиной  $A$ . По аналогии проведите отрезки  $M_3B$  и  $M_4C$ . Какой факт вы заметили? Как бы вы его доказали?

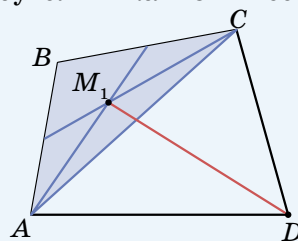


Рис. 11





## Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе.**

Третий этап состоит из четырёх туров (с IX по XII) и идёт с мая по август.

Высылайте решения задач IX тура, с которыми справитесь, не позднее 5 июня в систему проверки [konkurs.kvantik.com](http://konkurs.kvantik.com) (инструкция: [kvan.tk/matkonkurs](http://kvan.tk/matkonkurs)), либо электронной почтой по адресу [matkonkurs@kvantik.com](mailto:matkonkurs@kvantik.com), либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

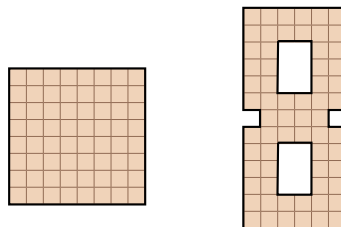
В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте [www.kvantik.com](http://www.kvantik.com). Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. **Желаем успеха!**

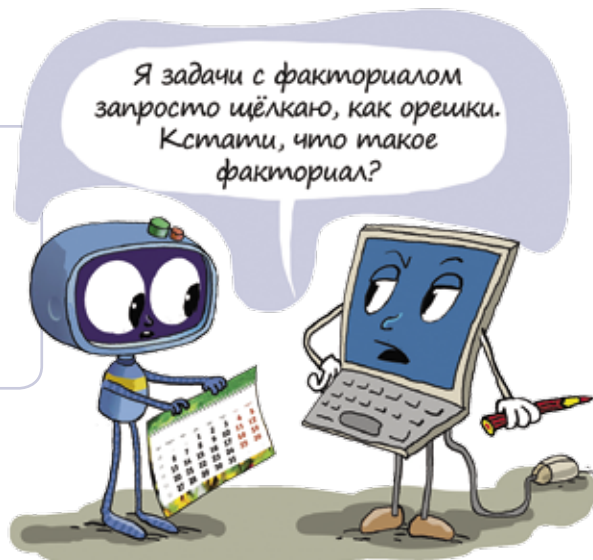
### IX ТУР



41. Пьеро решил поздравить с 8 Марта Мальвину, и кроме новой песни сочинил для неё задачу: разрезать квадрат  $8 \times 8$  (слева) на четыре (не обязательно одинаковые) части и сложить из этих частей фигуру в виде цифры 8 (справа). Мальвине помог решить эту задачу Буратино. А справитесь ли вы с задачей Пьеро?



42. В один из дней этого года Квантик, взглянув на календарь, взял факториал от текущего числа и получил число минут в текущем месяце. В какую дату это было? (Факториал числа  $n$  – это произведение чисел от 1 до  $n$ , обозначается  $n!$ . Например,  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ .)



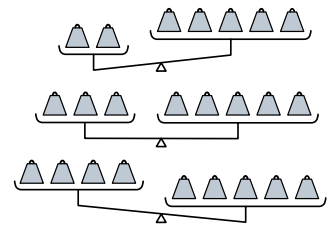
Авторы: Сергей Костин (41), Егор Бакаев (42), Михаил Евдокимов (43), Алексей Заславский (44),  
Георгий Караваев (45)

43. Три одинаковых равнобедренных треугольника с основанием 1 расположены в квадрате так, как показано на рисунке (все вершины лежат на сторонах квадрата, на нижней стороне у соседних треугольников есть общая вершина). Чему равна сторона квадрата, если его центр лежит на одной из сторон третьего треугольника? Найдите все возможные варианты.



44. В полдень Петя поехал на велосипеде из деревни А в деревню Б, а Вася из Б в А. Каждый из них ехал с постоянной скоростью до момента встречи. Встретившись, они остановились на 10 минут, чтобы поговорить. Потом один из них увеличил скорость на 28%, а другой на 40%. В результате каждый приехал в другую деревню в такое же время, как если бы ехал весь путь без остановки с начальной скоростью. Во сколько произошла встреча?

45. У Даши есть грузы двух видов, разных по весу и отличающихся лишь цветом. Она сделала несколько чёрно-белых фотографий взвешиваний с этими грузами. Можно ли определить, во сколько раз отличаются веса грузов разных видов?





## ЗАЧЕМ САМОВАРУ ТРУБА?

Перед вами старинный самовар, топившийся мелко наколотыми дровами. По центру самовара расположена внутренняя труба, куда закладываются дрова (решётка внизу не позволяет им выпасть). Вода наливается в ёмкость вокруг этой трубы и от неё нагревается. А ещё на самовар можно надеть трубу сверху – тогда горение дров сразу усиливается. Почему?

Художник Алексей Вайнер

ISSN 2227-7986 23005



9 772227 798237