

Ж У Р Н А Л К В А Н Т И К

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х



№ 5

М а й
2020

ЭЙНШТЕЙН, ЧАШКА ЧАЯ
И КАРТЕЗИАНСКАЯ МЕДУЗА

СЛОВА
НА ЛЕНТЕ

ХЛЕБОБУКВЕННЫЕ
ИЗДЕЛИЯ

Enter ↵

ПОДПИСКА на II полугодие 2020 года

Подписаться на журнал «КВАНТИК» можно
через интернет – на сайтах подписных агентств, –
а также в отделениях Почты России

КАТАЛОГ «ГАЗЕТЫ. ЖУРНАЛЫ» АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»



Индекс **84252** для подписки
на полгода или на несколько
месяцев полугодия
Подписка онлайн на сайте
press.rospress.ru,
прямая ссылка на «Квантик» –
kvan.tk/rosp

ОБЪЕДИНЁННЫЙ КАТАЛОГ «ПРЕССА РОССИИ»



Индекс **11346**
для подписки на полгода
или на несколько
месяцев полугодия

Онлайн-подписка по ссылке
akc.ru/itm/kvantik

Подробнее обо всех способах подписки читайте на сайте kvanitik.com/podpiska



Приобрести **ЭЛЕКТРОННУЮ ВЕРСИЮ** журнала «Квантик»
в хорошем качестве можно в интернет-магазине МЦНМО «Математическая книга».
Заходите по ссылке kvan.tk/e-shop



БИБЛИО-ГЛОБУС
ВАШ ГЛАВНЫЙ КНИЖНЫЙ

Мы предлагаем
большой выбор
товаров и услуг

г. Москва, м. Лубянка,
м. Китай-город
ул. Мясницкая, д. 6/3, стр. 1

УСЛУГИ

- Интернет-магазин www.bgshop.ru
- Кафе
- Клубные (дисконтные) карты и акции
- Подарочные карты
- Предварительные заказы на книги
- Встречи с авторами
- Читательские клубы по интересам
- Индивидуальное обслуживание
- Подарочная упаковка
- Доставка книг из-за рубежа
- Выставки-продажи

АССОРТИМЕНТ

- Книги
- Аудиокниги
- Антиквариат и предметы коллекционирования
- Фильмы, музыка, игры, софт
- Канцелярские и офисные товары
- Цветы
- Сувениры

8 (495) 781-19-00 пн – пт 9:00 - 22:00 сб – вс 10:00 - 21:00 без перерыва на обед

www.bibliogloбус.ru

www.kvantik.com

kvantik@mccme.ru

[instagram.com/kvantik12](https://www.instagram.com/kvantik12)

kvantik12.livejournal.com

[facebook.com/kvantik12](https://www.facebook.com/kvantik12)

vk.com/kvantik12

twitter.com/kvantik_journal

ok.ru/kvantik12

Журнал «Квантик» № 5, май 2020 г.

Издаётся с января 2012 года

Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:

ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.

выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор: С. А. Дориченко

Редакция: В. Г. Асташкина, Е. Н. Козакова, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, И. А. Маховая, Г. А. Мерзон, А. Ю. Перелечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник: Yustas

Верстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова

Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:

Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11

Тел.: (499) 795-11-05, e-mail: kvantik@mccme.ru,

сайт: www.kvantik.com

Подписка на журнал в отделениях Почты России:

- Каталог «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» (индексы **84252** и **80478**)
- Объединённый каталог «Пресса России» (индексы **11346** и **11348**)

Онлайн-подписка

на сайте агентства «Роспечать» press.rospress.ru

на сайте агентства АРЗИ www.akc.ru/itm/kvantik/

По вопросам оптовых и розничных продаж

обращаться по телефону **(495) 745-80-31**

и e-mail: biblio@mccme.ru

Формат 84x108/16

Тираж: 4000 экз.

Подписано в печать: 10.04.2020

Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»

г. Нижний Новгород,

ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.

Тел.: (831) 216-40-40

Заказ № 200908

Цена свободная

ISSN 2227-7986





■	МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СЮРПРИЗЫ	
	Слова на ленте. <i>В. Клепцын</i>	2
■	ОПЫТЫ И ЭКСПЕРИМЕНТЫ	
	Эйнштейн, чашка чая и картезианская медуза. <i>А. Панов</i>	8
■	МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК	
	Как разрезать верблюда? <i>Г. Мерзон</i>	11
	Две большие разницы. <i>И. Акулич</i>	22
■	УЛЫБНИСЬ	
	Память снова подвела. <i>И. Акулич</i>	14
■	ЧЕТЫРЕ ЗАДАЧИ	
	Задачи про плотность. <i>В. Сирота</i>	16
■	ЧУДЕСА ЛИНГВИСТИКИ	
	Хлебобуквенные изделия. <i>О. Кузнецова</i>	18
	Маменькины словечки. <i>О. Кузнецова</i>	19
■	ИГРЫ И ГОЛОВОЛОМКИ	
	Гексамино: три задачи. <i>В. Красноухов</i>	20
■	ОЛИМПИАДЫ	
	LXXXIII Московская математическая олимпиада: избранные задачи 8 класса	25
	XLI Турнир городов, весенний тур, 8 – 9 классы	26
	Наш конкурс	32
■	ОТВЕТЫ	
	Ответы, указания, решения	28
■	ЗАДАЧИ В КАРТИНКАХ	
	Остриём вниз	IV с. обложки



Алексей Панов

*Если вы утопнете
И ко дну прилипнете,
Год лежите,*

*два лежите,
А потом привыкнете.*

Фольклор



ЭЙНШТЕЙН, ЧАШКА ЧАЯ И КАРТЕЗИАНСКАЯ МЕДУЗА

Картезианская медуза – это один из вариантов картезианского водолаза. Её ещё часто называют магической медузой – Magic Jellyfish.



Рис. 1. Стандартный водолаз и картезианская медуза: если сжать бутылку, они опускаются, если отпустить – поднимаются; см. kvan.tk/diver и kvan.tk/jellyfish1

Стандартный картезианский водолаз – это маленький сосуд, частично заполненный водой и плавающий вверх дном в закрытой пластиковой бутылке. Если сжать бутылку, водолаз тонет – потому что воздух внутри водолаза тоже сжимается и туда затекает дополнительная порция воды. Если же отпустить бутылку, объём воздуха внутри водолаза восстановится и водолаз поднимется. Картезианская медуза ведёт себя точно так же.

В ГЛУБОКОЙ БУТЫЛКЕ. Представьте себе, что вы плаваете в океане и рядом с вами плавает картезианский водолаз. Потом вы ныряете вместе с ним на большую глубину и там отпускаете его. Как вы думаете, поднимется водолаз наверх или начнёт тонуть? Я склоняюсь к тому, что он потонет. Дело в том, что с глубиной давление воды возрастает, воздух внутри водолаза сжимается, водолаз всё сильнее и сильнее заполняется водой и в некоторый момент уже будет неспособен к всплытию.

Какой же будет эта предельная глубина, после которой водолаз не сможет всплыть? Оказывается, если правильно настроить водолаза, она может составлять

всего лишь несколько сантиметров. Убедитесь в этом, посмотрев ролик kvan.tk/jellyfish2. А правильная настройка – самое трудное дело: надо максимально заполнить водолаза водой так, чтобы он ещё не тонул, но опускался под воду при малейшем толчке.

СПАСТИ ВОДОЛАЗА. Итак, водолаз сначала плавал вверх бутылки, а после её сжатия потонул, можно сказать, прилип ко дну. Как его спасти, заставить подняться? Существует много способов добиться этого – в конце статьи мы дадим соответствующую ссылку. А здесь мы обсудим один новый метод спасения и посмотрим, как он работает для картезианской медузы. Но сперва нам нужно познакомиться с одной работой Эйнштейна.

СТАТЬЯ ЭЙНШТЕЙНА. Она была опубликована в 1926 году и называется «Причины образования извилин рек и так называемый закон Бэра». Имеется русский перевод, доступный на сайте журнала «Успехи физических наук». Посмотрите её, там всего четыре странички и нет ни одной формулы.

Эйнштейн начинает с «маленького эксперимента, который каждый может повторить». Он предлагает налить чай в чашку, раскрутить его ложкой, а затем вынуть ложку и убедиться, что чайники соберутся в центре дна чашки. Эйнштейн объясняет это тем, что в результате взаимодействия вращающейся жидкости с внутренней поверхностью чашки возникают дополнительные потоки (рис. 2). Именно они собирают чайники на дне, вблизи центра чашки.

Потоки эти возникают от того, что вращение отбрасывает жидкость к стенкам центробежной силой. При этом нижняя часть жидкости тормозится об дно, поэтому отбрасывание сильнее в верхней части. Вот вверх жидкость и расходится к краям, возвращаясь в центр по низу.

Для нас важно, что посередине эти дополнительные потоки сливаются в общий поток, направленный вверх вдоль оси чашки.

Рис. 2. Чашка неподвижна, жидкость вращается вокруг оси чашки, обозначены возникающие дополнительные потоки

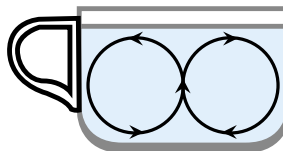
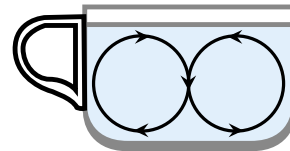




Рис. 3. Вращается чашка, а вместе с ней вращается жидкость, обозначены возникающие дополнительные потоки



Имеется ещё один, дополнительный к эйнштейновскому, сценарий, когда одновременно вращаются и чашка, и увлекаемая ею жидкость (рис. 3). Здесь тоже возникают дополнительные потоки, но на этот раз они направлены в противоположную сторону и создают общий поток, направленный вниз вдоль оси чашки. Наблюдая за поведением медузы, вы сможете самостоятельно убедиться в этом.

Мы готовы прийти на помощь утонувшей медузе.

СПАСЕНИЕ КАРТЕЗИАНСКОЙ МЕДУЗЫ. Итак, сначала медуза плавала вверх. Мы сжали бутылку, и медуза опустилась на дно. Но когда мы отпустили бутылку, медуза не смогла всплыть самостоятельно. К этому времени мы внимательно изучили рисунок 2 и для спасения медузы решили раскрутить жидкость, вращая бутылку. После остановки бутылки жидкость продолжила вращение, и мы оказались в ситуации, показанной на рисунке 2. По центру бутылки возник восходящий поток жидкости, который поднял медузу на некоторую высоту, где давление жидкости стало чуть меньше, воздух внутри медузы чуть расширился и вытеснил из неё небольшой объём воды. Этого оказалось достаточно, чтобы медуза самостоятельно смогла добраться до верха бутылки. Это был пересказ содержания ролика kvan.tk/jellyfish3

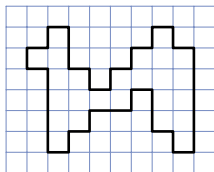
Имеется расширенный сценарий, основанный одновременно на обоих рисунках 2 и 3. Посмотрите соответствующий ролик kvan.tk/jellyfish4 и самостоятельно прокомментируйте его. Убедитесь, что в ситуации, обозначенной на рисунке 3, действительно возникает поток, направленный вниз вдоль оси чашки.

Наша спасательная миссия завершена. Подробности насчёт картезианского водолаза и методов его спасения см. в тексте kvan.tk/diver.pdf. Добавлю ссылку на видео kvan.tk/tealeaf про задачу Эйнштейна о парадоксе чайнок. В нём рассказано о потоках, изображённых у нас на рисунках 2 и 3, и показано поведение чайнок во вращающейся жидкости.

Художник Евгений Паненко • Фото автора

КАК РАЗРЕЗАТЬ ВЕРБЛЮДА?

Зайдя на Математический праздник (см. «Квантик» № 4, с. 26–27), Квантик решил сам порешать задачи – вне конкурса, разумеется, для интереса. Ему понравилась задача Юрия Маркелова про «верблюда»:

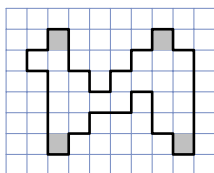


требовалось разрезать фигуру на 3 части, из которых можно сложить квадрат.

– Сначала надо понять, какого размера квадрат складывать, – размышлял Квантик. – Ну это просто: площадь фигуры 25 клеток, значит, квадрат должен быть 5×5 .

Но дальше дело застопорилось. Как Квантик ни пытался разрезать верблюда на 3 части, хоть одна из них упорно отказывалась помещаться в квадрат 5×5 .

– Очень уж этот верблюд широкий, приходится резать по вертикали... И высокий, потом каждую часть снова придётся резать... А, так вот же доказательство! – И Квантик отметил у верблюда четыре клетки:



– Как верблюда ни режь на три части, в какую-то из них попадут хотя бы две отмеченные клеточки. Но их не удастся даже просто накрыть «по клеточкам» одним квадратом 5×5 . Ничего не выйдет!

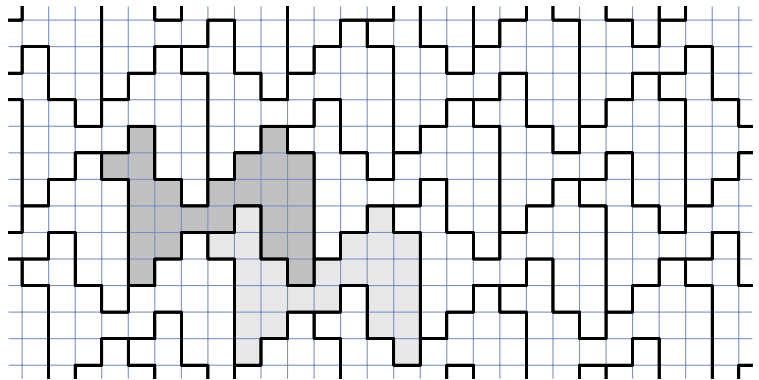
Квантик взял бланк с условиями задач, чтобы записать своё решение, и... обнаружил, что не дочитал условие до конца: верблюда разрешалось резать *не обязательно по линиям сетки!*

– Так, начнём заново... Что вообще хорошего в этой фигуре? Что-то с чем-то же должно состыковываться, чтобы получился ровный квадрат? Вот, например, «голова» с «шеей»... Кажется, рядом с «задней ногой» углубление примерно такой же формы... Или не такой же?

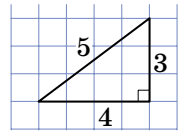




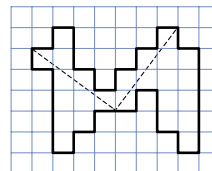
Квантик решил проверить и стал пририсовывать к верблюду ещё одного, а потом ещё и ещё... Скоро весь черновик заполнился *паркетом из верблюдов*:



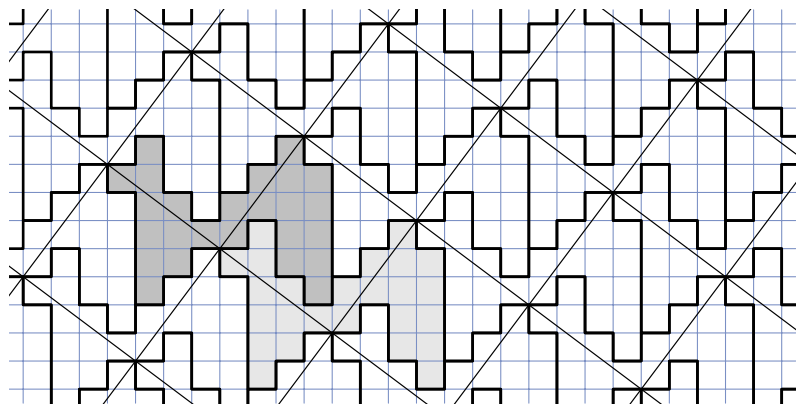
– Что-то я увлёкся... Но раз верблюды так хорошо упаковываются вместе, может, и впрямь получится сложить квадрат? А кстати, «так» – это как? Как связаны первый и второй верблюды? Ага, нужно сдвинуть первого верблюда на 4 клетки вправо и ещё на 3 вниз... 4 клетки по горизонтали и 3 по вертикали... Это же египетский треугольник!



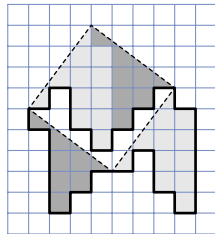
– То есть квадрат можно составлять не прямой, а косой. Надо только найти, как бы эти косые стороны квадрата уместить в верблюда... А вот же!



Когда Квантик нарисовал все такие линии поверх паркета, получилось совсем красиво.



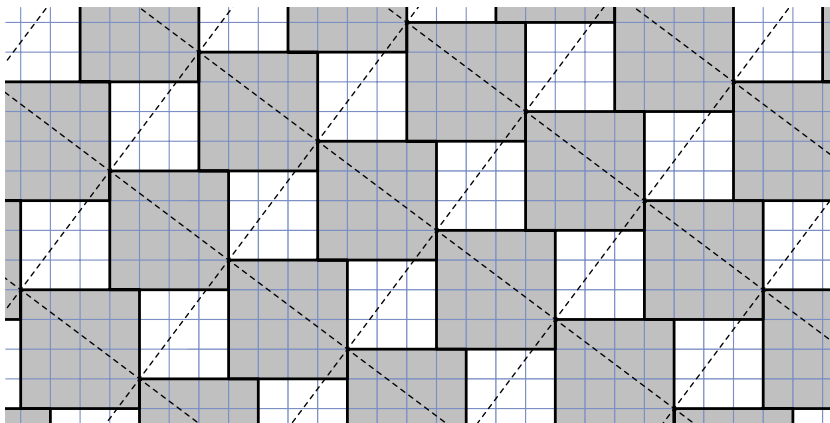
– Ну да, понятно: каждая часть квадрата – это кусочек одного из сдвинутых верблюдов. А если их сдвинуть обратно, составит исходный верблюд:



Время до конца олимпиады ещё оставалось, и Квантик стал размышлять, можно ли решить ещё какие-нибудь задачи на разрезание похожим методом.

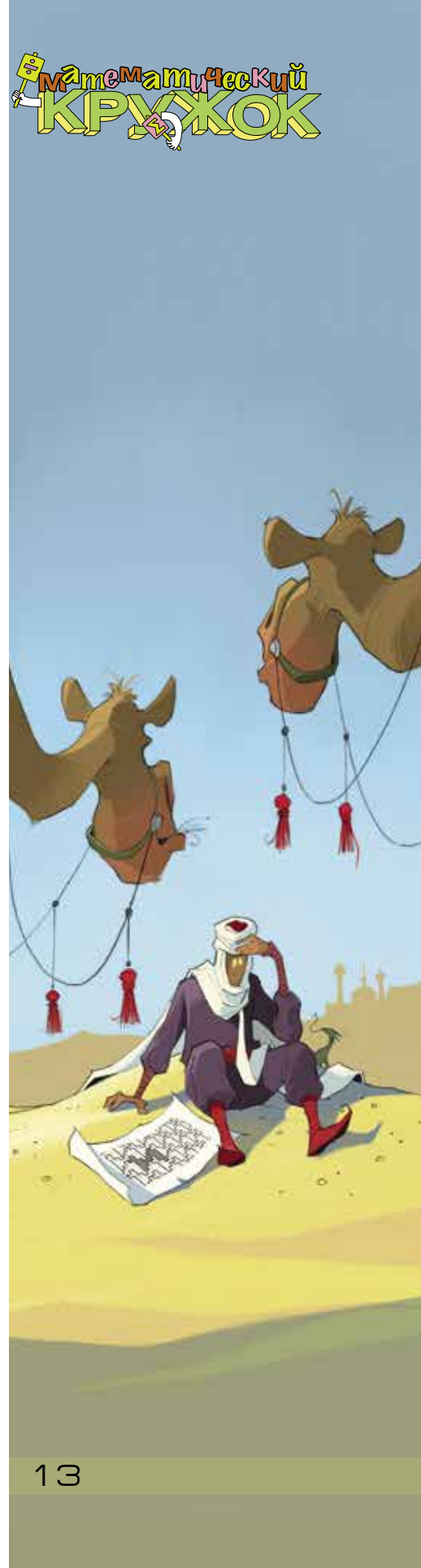
– Вот, например, теорема Пифагора. Сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы, $a^2 + b^2 = c^2$. Из двух квадратов $a \times a$ и $b \times b$ должен бы складываться квадрат $c \times c$... Значит, надо плиткой из двух этих квадратов замостить плоскость... И чтобы одна плитка из другой получалась сдвигом на a клеток по горизонтали и на b по вертикали...

И Квантик нарисовал такую картинку (как раз для египетского треугольника).



А придя домой, Квантик прочитал в интернете, что доказательство теоремы Пифагора при помощи такой «пифагоровой мозаики» придумали ещё арабские математики Ан-Найриси и Сабит ибн Курра в IX веке.

Художник Алексей Вайнер





Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **заочном математическом конкурсе.**

Высылайте решения задач IX тура, с которыми справитесь, не позднее 5 июня в систему проверки konkurs.kvantik.com (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу matkonkurs@kvantik.com, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

IX ТУР

41. Перед игроком стоят в ряд 3 шкатулки, в одной из которых лежит приз. К шкатулкам прикреплены записки с утверждениями, как на рисунке справа.

Известно, что ровно одно из утверждений истинно. Какую шкатулку нужно открыть, чтобы получить приз?



42. Толя Втулкин отметил на прямой три точки и заметил, что всевозможных отрезков с концами в этих точках оказалось 3, а всевозможных лучей с началами в этих точках – 6, в два раза больше.

«Интересно, – подумал Толя, – а можно ли отметить столько точек, чтобы получилось наоборот: число всевозможных лучей с началами в этих точках было бы в два раза меньше количества всевозможных отрезков с концами в этих точках?»

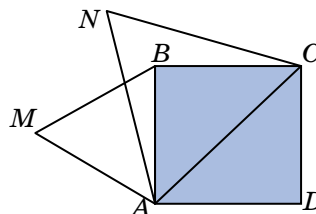
Ответьте на вопрос Толи.



Авторы: Михаил Евдокимов (41, 43), Сергей Дворянинов (42), Игорь Акулич и Максим Прасолов (44), Сергей Костин (45)



43. На диагонали и стороне единичного квадрата $ABCD$ построены правильные треугольники AMB и ANC так, как показано на рисунке. Чему равно расстояние MN ?



44. Число 1210 обладает таким свойством: каждая его цифра, кроме последней, показывает, сколько раз в нём встречается следующая цифра. А именно: «12» означает, что в числе одна двойка, «21» – что в числе две единицы, «10» – что в числе один ноль. Существует ли число с таким же свойством, большее миллиарда?

Сын, это в условии задачи единицы и двойки, а почему у тебя это всё в дневнике?



45. Можно ли записать в клетках фигуры F натуральные числа так, чтобы сумма чисел в любом горизонтальном прямоугольнике 1×3 , целиком лежащем внутри фигуры, равнялась 10, а сумма чисел в любом вертикальном прямоугольнике 3×1 , целиком лежащем внутри фигуры, равнялась 11, если фигура F – это

- квадрат 5×5 ;
- квадрат 5×5 , у которого удалили центральную клетку?



ОСТРИЁМ ВНИЗ

Большое число знаков дорожного движения имеют квадратную или треугольную форму. Как правило, они выглядят как квадрат или правильный треугольник, расположенный на одной из своих сторон. И только два знака повернуты вершиной вниз. Почему?

Автор Лев Емельянов

Художник Елена Цветаева

ISSN 2227-7986 20005



9 772227 798206