

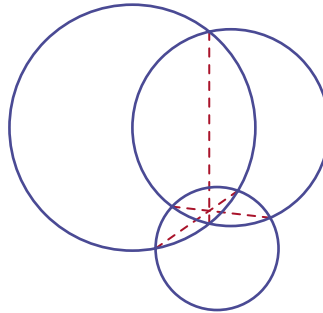
МЫЛЬНЫЕ ПУЗЫРИ И ХОРДЫ

СМОТРИ!

Александр Шень

ФОРМУЛИРОВКА

Три окружности попарно пересекаются. Для каждой пары пересекающихся окружностей провели их общую хорду. Докажите, что три такие хорды проходят через одну точку.

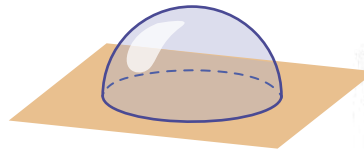


Эту задачу вполне можно решить, оставаясь в рамках планиметрии. Но у неё есть красивое (хотя и не вполне строгое) решение, использующее выход в пространство.

ПОЛУСФЕРА НА ПЛОСКОСТИ

Начнём издалека.

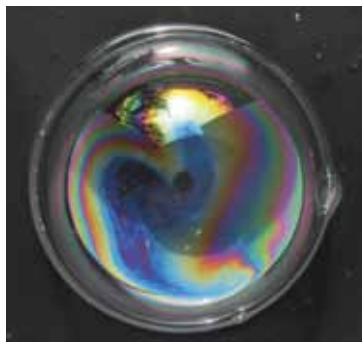
Разрежем сферу плоскостью, проходящей через её центр («по экватору»). Получатся две полусферы. Положим одну из них («северное полушарие») на плоскость.



Как знают физики, именно такой вид (полусфера) имеет мыльный пузырь на плоской поверхности.

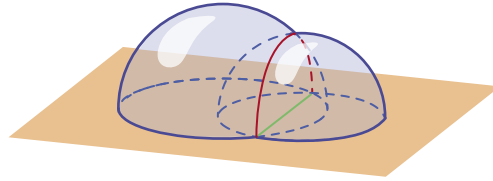


Если посмотреть на него сверху, то будет видна просто окружность.



ДВЕ ПОЛУСФЕРЫ

Теперь положим на плоскость две полусферы так, чтобы они пересекались. Что можно сказать про их линию пересечения?

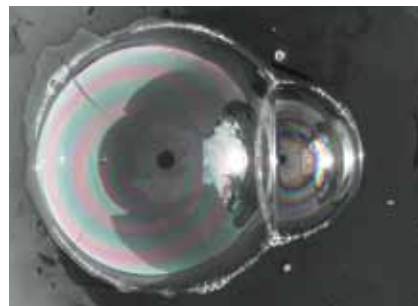


Линия пересечения двух сфер – это окружность. В нашем случае эта окружность лежит в вертикальной плоскости. (В самом деле, она перпендикулярна прямой, соединяющей центры сфер, а в нашем случае центры сфер лежат на плоскости.)

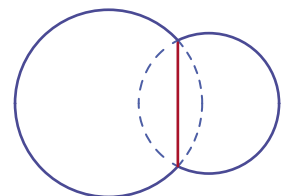
И снова это хорошо видно на мыльных пузырях.



Посмотрим на это сверху: тогда от каждой полусферы мы увидим окружность (точнее, её часть, лежащую вне другой). Полуокружность, по которой пересекаются полусферы, превратится в отрезок (ведь она лежит в вертикальной плоскости).



Возвращаясь к геометрии, мы видим на этом рисунке две окружности и общую хорду:



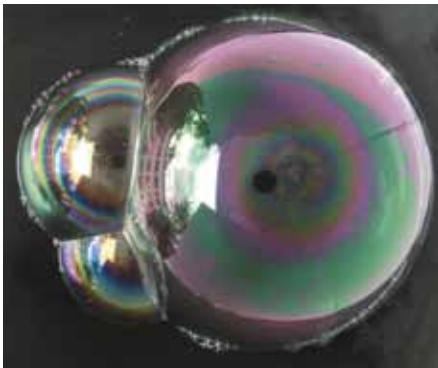
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Наверно, вы уже поняли, к чему идёт дело и как решить нашу задачу с помощью выхода в пространство. Будем считать плоскость горизонтальной, а окружности на ней – изображениями сфер. Тогда линии пересечения сфер (три окружности в вертикальных плоскостях) будут изображены отрезками (общими хордами). Точка пересечения всех трёх сфер попадёт на эти три отрезка – значит, они проходят через общую точку, что и требовалось доказать.

В качестве иллюстрации к этому решению можно сфотографировать три примыкающих друг к другу пузыря.



Вид сверху представляет собой три окружности и три общие хорды, пересекающиеся в одной точке.



Точнее говоря, тут видны лишь части этих окружностей и хорд, находящиеся вне других пузырей (внутри пузыри устроены иначе).

Вопрос. Обратите внимание, как расположена плёнка, разделяющая мыльные пузыри. В какую сторону она изогнута? В каком из пузырей давление больше?

