

■ НАШ КОНКУРС («Квантик» № 5)

21. Петя и Вася живут в одном доме и выходят в школу одновременно. Каждый Петин шаг на 10% длиннее Васиного, но Петя делает в минуту на 10% меньше шагов, чем Вася. Кто из них раньше придёт в школу?

Ответ: Вася.

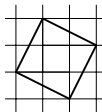
Пусть длина Васиного шага – x см и он делает y шагов в минуту. Тогда Петин шаг имеет длину $1,1x$ см, а в минуту он делает $0,9y$ шагов. Значит, за минуту Вася проходит $xу$ см, а Петя – $1,1x \cdot 0,9y = 0,99xу$ см. Видим, что Петя идёт медленнее.

22. Дан лист клетчатой бумаги. С помощью карандаша и линейки без делений нарисуйте на листе квадрат, площадь которого больше площади одной клетки a) в 2 раза; б) в 5 раз.

а) Квадрат на рисунке 1 состоит из четырёх половинок клетки.



б) Квадрат на рисунке 2 состоит из клетки и четырёх примыкающих к ней треугольников. Каждый из этих треугольников – половина двухклеточного прямоугольника, то есть по площади равен одной клетке.



23. Петя хочет придумать аналог игры «камень – ножницы – бумага» для 10 предметов. В ней должны выполняться два условия: про любые два предмета можно сказать, какой из них кого бьёт; любые два предмета равноправны (то есть каждый предмет бьёт одно и то же число предметов). Сможет ли Петя придумать такую игру?

Ответ: не сможет.

Соединим каждую пару предметов отрезком и поставим на нём стрелочку в сторону того предмета из пары, который бьётся вторым предметом из пары. Всего стрелочек будет столько, сколько пар, а их $\frac{10 \times 9}{2} = 45$ – ведь к каждому из 10 предметов можно взять 9 в пару, и ещё мы делим на 2, чтобы пары вида «камень-ножницы» и «ножницы-камень» считать за одну пару, а не за две.

Теперь заметим: если бы каждый предмет бил одно и то же число предметов, то количество стрелочек делилось бы на 10. Но 45 на 10 не делится.

24. Имеется два дома, в каждом по два подъезда. Жильцы держат кошек и собак. Известно, что доля кошек (отношение числа кошек к общему числу кошек и собак) в первом подъезде первого дома больше, чем доля кошек в первом подъезде второго дома. А доля кошек во втором подъезде первого дома больше, чем доля кошек во втором подъезде второго дома. Верно ли, что доля кошек в первом доме больше доли кошек во втором доме?

Ответ: не обязательно.

Пусть в 1-м доме в 1-м подъезде 5 кошек и 1 собака, а во 2-м подъезде 1 кошка и 5 собак; во 2-м доме в 1-м подъезде 49 кошек и 10 собак, а во 2-м подъезде 1 кошка и 6 собак. Условия задачи выполнены, но в первом доме доля кошек $6 : 12 = \frac{1}{2}$, а во втором – $50 : 66 > \frac{1}{2}$.

25. В таблицу 4×4 записали числа от 1 до 16 (так, как показано на рисунке). Перед каждым из них поставили знак «+» или «-» так, что в каждой строке и в каждом столбце оказалось по два плюса и по два минуса. Докажите, что сумма полученных чисел всегда будет равна нулю.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Во второй строке исходной таблицы стоят числа $4 + 1$, $4 + 2$, $4 + 3$, $4 + 4$ – это числа первой строки, к каждому из которых прибавлено 4. Если перед двумя из этих чисел поставить знак «+», а перед двумя другими – знак «-», то при сложении прибавленные четвёрки сократятся.

Поэтому можно считать, что изначально вторая строка была такая же, как и первая: (1, 2, 3, 4). Аналогично, можно считать, что третья и четвёртая строки были такие же: (1, 2, 3, 4). Получаем таблицу, в которой в первом столбце – 4 единицы, во втором – 4 двойки, и т.д. Так как после расстановки знаков в каждом столбце окажется два плюса и два минуса, сумма чисел в каждом столбце будет нулевой, а значит и сумма всех чисел в таблице тоже.

■ КАК ПОВЕСИТЬ КАРТИНУ («Квантик» № 6)

В случае двух гвоздей верёвку можно привязать, как на рисунке 1.

Пусть мы умеем вешать картину на n гвоздей, как требуется в задаче. Научимся вешать картину на $n + 1$ гвоздь (для простоты можно считать, что $n = 2$).

Сначала заметим такую вещь. Пусть у нас как-то висит картина. У одного угла отвяжем верёвку. Потом свяжем её с ещё одной верёвкой чуть большей длины, которую мы пустим вдоль

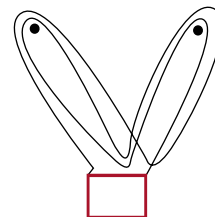


Рис. 1

старой верёвки и привяжем к свободному углу (пример – на рисунке 2).

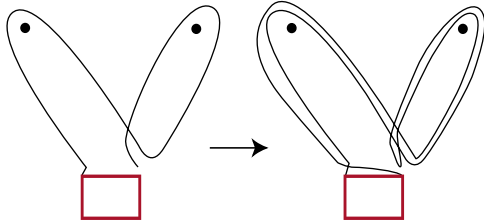


Рис. 2

Ясно, что полученная «двойная» верёвка соскочит с гвоздей, и картина упадёт. Теперь используем это наблюдение.

Повесим картину на n первых гвоздей, как мы умеем. Потом удвоим верёвку, как мы делали выше, но привяжем к ней ещё две петли вокруг $(n + 1)$ -го гвоздя, как на рисунке 3.

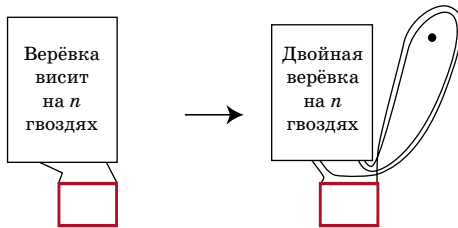


Рис. 3

Если вытащить один из первых n гвоздей, с них по предположению спадёт (двойная) часть нашей верёвки. Останутся две петли вокруг $(n + 1)$ -го гвоздя, но охватывающие его в противоположных направлениях. Поэтому они тоже спадут, и картина упадёт. А если вытащить $(n + 1)$ -й гвоздь, то две добавленные петли спадут, и остаётся двойная верёвка вокруг первых n гвоздей. И снова картина падает.

Нарисуйте верёвку для $n = 3$, используя изложенный метод и пример для $n = 2$.

К сожалению, строгое доказательство того, что предъявленные нами верёвки не разматываются и картина висит на них, очень сложно, и здесь мы его не приводим.

■ СОЛ ЛЕ ВИТТ

Настенная роспись № 260. Всего $5 \times 4 = 20$ видов линий. Из них нужно выбрать неупорядоченную пару, значит $(20 \times 19) / 2 = 190$ пар.

Неполные открытые кубы. Второй куб можно получить из первого поворотом. Значит, обе картинки представляют один и тот же неполный открытый куб, и это ошибка. Правильно заменить одну из этих картинок отражением.

■ УГАДАЙ ГОРОД

Небо довольно светлое, но на часах первый час ночи. Такое явление называют «белыми ночами», оно бывает только в городах, расположенных за полярным кругом или недалеко от него. Поскольку слово «Банк» на крыше здания написано кириллицей, то город может быть только российским. Также у здания в центре картинки мы видим признаки станции метро: буква «М» на дверях, очень большой вход с двойными дверями, хотя само здание довольно маленькое.

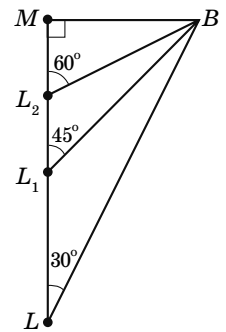
Итак, это северный российский город, в котором есть метро. Подходит только Санкт-Петербург.

■ МОРСКОЙ РАЗГОВОР

Считаем, что авианосец, чтобы не врезаться в остров, должен двигаться по линии LB . В момент первой реплики у нас имеется прямоугольный треугольник с углом 30° , это значит, что протяженность острова влево и вправо от маяка – 8 миль.

В момент второй реплики имеем равнобедренный прямоугольный треугольник. Значит, в этот момент $ML_1 = 8$, то есть за время между первой и второй репликами маяка (11,7 мин.) авианосец прошёл $\frac{8}{\sqrt{3}} - 8 \approx 5,86$ мили. Значит, его скорость примерно одна миля в две минуты, то есть 30 узлов (1 узел – 1 морская миля в час).

В третий момент имеем прямоугольный треугольник с углом 60° . В этот момент $ML_2 = \frac{8}{\sqrt{3}}$, а за время с начала беседы авианосец прошёл $8\sqrt{3} - \frac{8}{\sqrt{3}} \approx 9,24$ мили, значит, реплика послана в 02:18:27.



■ ЧАЕПИТИЕ В ПАРКЕ

- Больше всех шариков поразил Вова. Настя попала только в 1 шарик с числом 256. Лиза попала в 2 шарика с числами 128 и 16. Вова попал в 3 шарика с числами 32, 2 и 1.

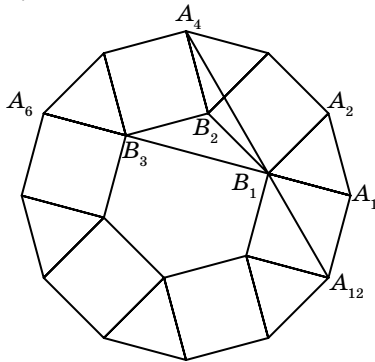
- 7 баллов из выбитых очков можно составить единственным образом: $7 = 5 + 1 + 1$, значит, это и есть очки, выбитые Лизой. Оставшиеся очки опять единственным образом можно раздать как Вове, так и Насте: $6 = 5 + 1$, $8 = 5 + 3$, они по разу промахнулись, а Лиза попала в мишень всеми выстрелами.

- Ребята подсластили чай леденцами, и в новой чашке тоже оказался сладкий чай. Если бы официант принёс свежий чай, этот чай был бы несладким.

■ ЗНАКОМЬТЕСЬ: ДВЕНАДЦАТИУГОЛЬНИК

Как известно, сумма углов n -угольника равна $n(n-3)/2$. Значит, в правильном двенадцатиугольнике каждый угол равен 150° . Так как $150 = 90 + 60$, то можно построить внутри на чётных сторонах квадраты, а на нечётных – правильные треугольники, причём квадраты с треугольниками будут пересекаться только по сторонам и оставшаяся часть фигуры будет шестиугольником, у которого все стороны равны (проверьте!) и все углы равны (их легко посчитать). Значит, шестиугольник в центре – правильный.

Чтобы доказать, что четыре диагонали пересекаются в одной точке, достаточно показать, что точки A_1, B_1, A_6 лежат на одной прямой и что точки A_{12}, B_1, A_4 лежат на одной прямой. Это легко показать, посчитав углы.



Действительно, заметим, что $\angle B_1B_2B_3 + 90^\circ + 60^\circ + 90^\circ = 360^\circ$, то есть $\angle B_1B_2B_3 = 120^\circ$. Так как треугольник $B_1B_2B_3$ – равнобедренный, то $\angle B_2B_1B_3 = 30^\circ$. Получаем, что $\angle A_1B_1A_2 + \angle A_2B_1B_3 + \angle B_1B_3A_4 = 180^\circ$. Значит, точки A_1, B_1, B_3 лежат на одной прямой. Аналогично A_6, B_1, B_3 лежат на одной прямой, и следовательно A_1, A_6, B_1, B_3 лежат на одной прямой.

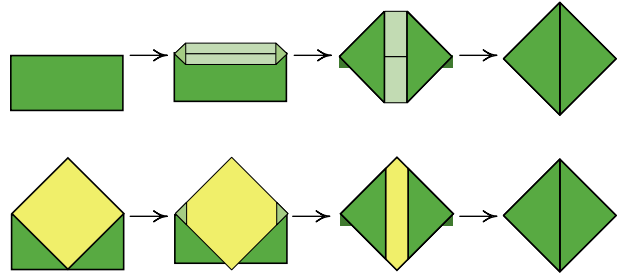
То, что A_1, A_6, B_1, B_3 лежат на одной прямой, также следует из того, что две противоположные стороны любого правильного чётноугольника – это две противоположные стороны прямоугольника.

Теперь заметим, что $\angle B_1B_2A_4 = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. Так как $B_1B_2A_4$ – равнобедренный, то $\angle B_2B_1A_4 = 15^\circ$. Из последнего, $\angle A_2B_1A_4 = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$. Получаем, что $\angle A_{12}B_1A_1 + \angle A_1B_1A_2 + \angle A_2B_1A_4 = 45^\circ + 60^\circ + 75^\circ = 180^\circ$. Значит, точки A_{12}, B_1, A_4 лежат на одной прямой.

■ КВАДРАТ В КОНВЕРТЕ

Мы покажем, как поместить квадрат в конверт даже чуть меньшего размера $5\sqrt{2} \times 10\sqrt{2}$. Заметим, что диагональ квадрата равна $10\sqrt{2}$. Поэтому два угла конверта можно натянуть на два противоположных угла квадрата. Далее действуем по схеме: вверху по-

казано, как изгибается (зелёный) конверт, внизу конверт показан вместе с (жёлтым) квадратом.



■ РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. Очевидно, что речь идёт о прошлом. Отсчёт начинается с текущего дня, поэтому *третьего дня* – это позавчера. **Ответ: (Б).**

2. Фантастика фантастикой, а нарушать грамматические нормы непозволительно даже Незнайке. Проверим, какие из предложенных моделей соотношения форм именительного падежа единственного числа и родительного падежа множественного числа действительно встречаются в современном русском языке:

одна шумимля – букет шумимлей: невозможно – в русском языке нет слов с чередованием гласных $e \sim u$ при склонении;

одна шумимля – букет шумимлей: возможно (*одна ассамблея – много ассамблей*);

одна шумимля – букет шумимлей: в принципе возможно (*одна кегля – много кеглей*), хотя более вероятным в этом случае был бы вариант *шумимель* (как *сабля – сабель*);

одна шумимль – букет шумимлей: возможно (*одна мысль – много мыслей*);

один шумимль – букет шумимлей: как ни странно, возможно (*один вопль – много воплей*).

Ответ: (А).

3. Слово *очень* может сочетаться с прилагательными: *очень большой, очень красивый*, – с наречиями: *очень холодно, очень хорошо*, – с глаголами: *очень обрадоваться, очень испугаться*. А с существительными слово *очень* не сочетается: нельзя сказать *очень холод* или *очень радость* (говорят: *сильный холод, большая радость* и т.п.). **Ответ: (А).**

4. О наглухо закупоренной стеклянной трубке говорят, что она *герметично* закрыта. Слово *герметично* производно от имени собственного *Гермес* – это и есть, согласно греческой легенде, имя того, кто изобрёл такой способ (с ним – Гермесом Трисмегистом, то есть Трижды величайшим – греки отождествляли также египетского бога Тот). **Ответ: (Г).**