



Составитель  
Константин Кохась

Приводим подборку из нескольких задач районного тура Санкт-Петербургской олимпиады по математике (она состоялась 8 декабря 2012 года). В скобках после номера задачи указывается класс, в котором она предлагалась.



1. (6) В первую строку таблицы  $5 \times 5$  вписывают числа от 1 до 5, во вторую строку – тоже числа от 1 до 5, в третью – числа от 3 до 7, в четвертую – тоже от 3 до 7, в пятую – от 4 до 8. Как следует вписывать числа, чтобы суммы чисел во всех столбцах таблицы оказались одинаковыми?

*К. Кохась*



2. (6-8) На доске выписаны числа от 1 до 2150. Каждую минуту каждое число подвергается следующей операции: если число делится на 100, то его делят на 100; если же не делится, то из него вычитают 1. Найдите наибольшее среди чисел на доске через 87 минут.

*К. Кохась, Д. Максимов*



3. (6) Гарри Поттер ведёт машину со скоростью 60 км/ч. Проезжая мимо ёлки, он мгновенно телепортируется до ближайшего по ходу движения дуба. В пунктах  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми равно 120 км, растут дубы, а на дороге между ними растёт еще 10 дубов и ни одной ёлки. Докажите, что можно посадить на этой дороге 6 ёлок так, чтобы путь туда и обратно занимал у Поттера меньше 3 часов.

*О. Иванова*



4. (6) Два слова называются похожими, если в них присутствует общая буква, которая встречается в них одинаковое число раз. Например, слова «клюква» и «какао» – похожие (из-за буквы «к»). Влад задумал три ключевых слова: КАРАБАС, БАКАС и БАРС. Затем он взял большой словарь и выписал из него все слова, которые похожи на каждое из трёх его ключевых слов. Костя проделал с таким же словарём аналогичную операцию, используя другие ключевые слова: БАРАБАС, РАБ и КАРА. Докажите, что у Влада выписано не меньше слов, чем у Кости.

*В. Волков, К. Кохась*

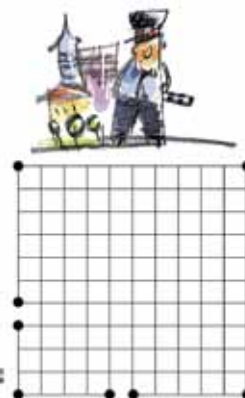
5. (7) Между городами  $A$  и  $B$  ездят автобусы с одинаковой постоянной скоростью. Автобус, выехавший из  $A$  в полдень, и автобус, выехавший из  $B$  в 15:00, встретились на расстоянии 500 км от  $A$ . Автобус, выехавший из  $A$  в 14:00, и автобус, выехавший из  $B$  в 11:00, встретились на рассто-



янии 300 км от  $A$ . На каком расстоянии от  $A$  встретятся автобусы, выехавшие из  $A$  и из  $B$  в 13:00?

*А. Голованов, М. Иванов*

6. (7) На рисунке изображён план города Альфинска. Каждый единичный отрезок – это улица. На некоторых улицах движение одностороннее, но при этом с каждого перекрёстка можно уехать по крайней мере в три стороны (кроме перекрёстков, отмеченных точками, – с них можно уехать в две стороны). Докажите, что из левого нижнего угла города можно проехать в правый верхний, не нарушая правил дорожного движения.



*А. Голованов*

7. а) (7) Таня выписала в строчку 180 последовательных натуральных чисел в некотором порядке. Серёжа выписал под ними ещё какие-то 180 последовательных чисел в некотором порядке. Под каждым числом второй строчки Саша написал произведение этого числа и числа, стоящего над ним. Оказалось, что в третьей строчке тоже стоят 180 последовательных натуральных чисел. Докажите, что Саша где-то обсчитался.

б) (8) Обнаружив ошибку, Саша решил, что числа слишком велики. Он заменил каждое Танино и каждое Серёжино число на его сумму цифр. После этого он заново пересчитал все произведения (умножил каждое из первой строки на написанное под ним число второй строки). В результате опять получилось 180 последовательных натуральных чисел. Докажите, что Саша опять ошибся.\*

*С. Берлов*

8. (8) Навигатор на «Лексусе» бизнесмена Бориса Михайловича сообщает, сколько осталось ехать до пункта назначения, если двигаться со скоростью, равной средней скорости на промежутке от начала пути до настоящего момента. Борис Михайлович выехал из дома на дачу. В середине пути навигатор сообщил, что осталось ехать 1 час. В этот момент прямо перед «Лексусом» на дорогу выехал тракторист Вася, обогнать которого не было никакой возможности. После того как Борис Михайлович проехал половину оставшегося пути, навигатор сообщил, что осталось ехать 2 часа. Через сколько часов после этого приедет на дачу бизнесмен, если так и не обгонит тракториста? (Скорость трактора постоянна.)

*С. Берлов*



\* Эта задача была предложена на олимпиаде в несколько другой формулировке для случая 200 последовательных чисел.