МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СКАЗКИ

Александр Спивак,
Татьяна Сысоева

Впервые опубликовано в «Практическом журнале для учителя и администрации школы»

РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Продолжение. Начало в номере 9

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

На следующий день, едва проснувшись, Пух пошёл к крошке Ру в гости. Поздоровавшись, сразу начал хвастать:

– Ты знаешь, Ру, что такое равные треугольники? Это треугольники, которые можно совместить движением плоскости!

– А что такое движение? – спросил Ру.

– Точное определение движения ты узнаешь, когда будешь большой. В надлежащее время,– чуть смутившись, ответил Пух.

– А неточное?

– Возьми лист бумаги и вырежи несколько треугольников.

– А из картона нельзя?

– Из чего угодно, лишь бы вырезать.

– А выпилить нельзя?

– Можно и выпилить! Главное: совместить их! Понимаешь?

– Не совсем.

– Иногда их волоком тащат, а иногда переворачивают.

– А бывает, что треугольники равны, но их нельзя перетащить, а можно только перевернуть?

– Бывает. Мне Кристофер даже пример показал.

– Ну ладно, – согласился Ру, – у меня бумага есть. Даже цветная. Давай вырезать треугольники и переворачивать.

Вырезал. Перевернул – и треугольник лёг в точности на дырку.

– Смотри, Пух, – запищал Ру, – треугольник равен дырке!

– Треугольник всегда равен дырке! – ответил Пух.

– А вот и не всегда! Тебе же Кристофер пример показал! Смотри! Я сейчас вырежу треугольник, переверну – и он не будет равен дырке!!

– Не надо, не путай меня, треугольник всегда равен сам себе.

– Себе – да. Но не дырке.

– Дырка – это и есть бывший треугольник.

Ру немного подумал и сказал:

– Пожалуй, ты прав: любой треугольник равен самому себе. Только бывают треугольники, которые равны себе двумя способами. Такой треугольник я вырезал.

– А у треугольника Кристофера все стороны разные. И углы тоже разные, – сказал Пух.

– Я и говорю: у моего треугольника есть две равные стороны. И два равных угла.

– Такие треугольники как-то называются, только я позабыл, как.

– Пойдём к Сове, она помнит все учёные слова.

САМОСОВМЕЩЕНИЯ

– Здравствуй, Сова, – в один голос сказали Пух и Ру, – помнишь, как называют треугольник, у которого есть две равные стороны?

– Помню, – с достоинством ответила Сова.

– Смотри, – сказал Ру, показывая один из вырезанных им треугольников, – когда я его переворачиваю…

– Ты знаешь, как называют такие треугольники? – перебил Пух.

– Знаю.

– Мы знали, что ты помнишь и знаешь это, но можешь ли ты нам сказать это? – нетерпеливо спросил Ру.

– Могу, – невозмутимо ответила Сова.

– Я вспомнил, как это называется, – воскликнул Пух,– ты вырезал *равнобедренный* треугольник.

– А помните ли вы, – спросила Сова, – как называют треугольник, у которого все стороны равны?

– Если бы я был тобой, – ответил Пух, – то я ответил бы, что помню. Но я и вправду помню, и поэтому скажу, что он равносторонний.

– У этого термина есть синоним, – поучительно произнесла Сова, – *правильный* треугольник.

Ру взял со стола пожелтевший пыльный лист бумаги, чтобы вырезать из него правильный треугольник. На столе остался чистый от пыли прямоугольник.

– Ты словно вырезал из стола прямоугольник, – задумчиво заметил Пух.

– Положил бы ты его лучше на место! – сказала Сова.

– Интересно, сколькими способами можно положить лист на место? – заинтересовался Пух. – Можно, конечно, положить его так, как он только что лежал. Можно перевернуть пылью вниз, поменяв нижний край с верхним. А ещё как-нибудь можно?

– Если это тебя так интересует, – ответила Сова, – прямоугольник обладает четырьмя самосовмещениями: два из них сохраняют ориентацию, а два – меняют.

– Пылью вверх, – заметил Ру, – можно положить прямоугольник на место не только так, как ты сказал, но и повернув.

– Да, – согласился Пух. – При этом поменяются местами верхний и нижний края, а также правый и левый.

– А ещё, – показал Ру, – можно положить пылью вниз, поменяв левый и правый края.

– Я же говорила, четыре! – сказала Сова.

– А что ты говорила про ориентацию? – спросил Пух.

– Это пылью вверх или вниз, – ответил ему Ру.

– Если пыль сохранилась сверху, – догадался Пух, – то и ориентация сохранилась. А нет – так нет.

– Ну ладно, займусь уборкой, – сказала Сова, энергично и бесшумно замахав крыльями. Пыль поднялась в воздух.

– А вот если бы мы были сейчас у Кристофера, – мечтательно произнёс Пух, рассматривая мириады пылинок, – то давно пили бы чай. А может быть, уже готовились бы к обеду. Давайте расскажем Кристоферу про дырки и треугольники!

И они втроём отправились к Кристоферу.

ТЕОРЕМА О РАВНОБЕДРЕННОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

Когда они пришли к Кристоферу, Ру сразу показал лист бумаги с вырезанным равнобедренным треугольником и спросил:

– Знаешь, почему этот треугольник накладывается на дырку двумя способами?

– Потому что он равнобедренный, – не давая Кристоферу ответить, важно сказала Сова, – у него есть равные стороны, $AB = AC$. Для ясности я ставлю буквы A, B, C у вершин треугольника и те же буквы – у соответствующих вершин дырки.

– Ну и что? – спросил Кристофер.

– А то, – ответила Сова, – что мы разбирали признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними.

– Понял, – сказал Кристофер, – этот признак можно применить к треугольникам ABC и ACB: угол A общий, $AB = AC$, $AC = AB$. Значит, треугольник ABC равен треугольнику ACB.

– Порядок букв важен! – вставила Сова.

– Поэтому, – не обращая на неё внимания, сказал Пух, – треугольник ABC можно перевернуть так, что точка A останется на месте, а B и C поменяются местами.

– Здорово! Давайте ещё что-нибудь вырежем, – предложил Ру.

– Не торопись, – остановила его Сова, – только что прозвучало доказательство важной теоремы!

УПРАЖНЕНИЯ

3. Существует ли треугольник, у которого больше двух самосовмещений?

– Какой теоремы? – спросил Пух.

– В равнобедренном треугольнике углы при основании равны: $\angle B = \angle C$, – ответила Сова.

– Что? – не понял Пух.

– Угол B треугольника ABC соответствует углу C треугольника ACB, – ответил Кристофер. – Треугольники равны – поэтому и соответствующие углы равны!

– Пока вы обсуждали соответствующие углы, я не терял время даром, – привлёк к себе внимание Ру. – Я разрезал равнобедренный треугольник на две половинки.

– Да, – согласилась Сова, – ты разрезал треугольник по его оси симметрии. Именно относительно этой оси надо выполнить симметрию, чтобы половинки равнобедренного треугольника поменялись местами. Только не подумай, что Учение об Оси Симметрии требует ножниц и бумаги.

– Как это не требует? – спросил Пух.

– Очень просто, – ответил Кристофер. – Рассмотри середину M основания BC и соедини её с вершиной A. Тогда треугольники ABM и ACM равны по двум сторонам и углу между ними: $AB = AC$, $BM = CM$, $\angle B = \angle C$.

– Ты не понял, Кристофер, – возразил Ру, – я не брал середину, а просто опустил перпендикуляр. Приложил угольник – вот и всё!

– В равнобедренном треугольнике это то же самое, – ответил Кристофер.

– Почему? – спросил Ру.

– Из равенства треугольников ABM и ACM, – объяснил Кристофер, – следует равенство углов AMC и AMB. Поскольку в сумме эти углы составляют 180°, то они равны 90° каждый. Значит, медиана AM заодно является и его высотой.

– Между прочим, – сказал Пух, – из равенства треугольников ABM и ACM следует ещё равенство углов BAM и CAM.

– Правильно! – подтвердил Кристофер, – медиана AM является ещё и биссектрисой.

– Значит, AM – это высота, биссектриса и медиана! Мы доказали триединство! – сказал Пух и спросил: – Кристофер, у тебя случайно нет чего-нибудь вкусненького?

Окончание следует

УПРАЖНЕНИЯ

4. Докажите равенство прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету: если $AB = XY$, $AC = XZ$, углы C и Z прямые, то треугольники ABC и XYZ равны.

5. Сколько существует разных равнобедренных треугольников, у каждого из которых есть

а) сторона длины 7 и сторона длины 8?

б) сторона длины 1 и сторона длины 2?

6. Длина одной из сторон равнобедренного треугольника равна 6, а величина одного из углов равна

а) 97°, б) 87°, в) 60°. Сколько существует таких треугольников?

7. В треугольнике ABC стороны $AB = BC = 14$ см. Перпендикуляр, проведённый к боковой стороне AB через её середину, пересёк основание треугольника в точке E. Точка E соединена с точкой B. Определить основание треугольника ABC, если периметр треугольника BEC равен 40 см.

8. Серединный перпендикуляр к боковой стороне AB равнобедренного треугольнике ABC пересёк боковую сторону BC в точке D. Точка D соединена с точкой A. Периметр треугольника ADC равен 27 см. Определить длину основания AC, если $AB = BC = 18$ см.

Художник: Сергей Чуб