КОНКУРС, IV ТУР (см. «Квантик» № 4)

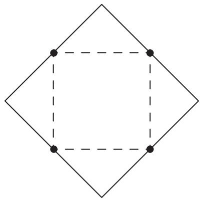

Рис. 1

16. Смотрите рисунок 1. Пунктиром показана граница старого пруда, а сплошной линией – граница расширенного пруда. Докажите, что площадь и вправду увеличилась в два раза.

17. Сначала надо договориться, учитываем ли мы встречи в портах; давайте их не учитывать. Посмотрим, какие пароходы встретит на своем пути выходящий из Гавра пароход? Во-первых, это 6 пароходов, которые уже плывут в Гавр (один вышел 6суток назад, другой – 5 суток назад, и так далее, последний плывущий вышел сутки назад). Во-вторых, за ближайшие 7 суток пути ещё 7 пароходов успеют выплыть из Нью-Йорка навстречу нашему пароходу (один выходит одновременно с нашим, другой – спустя сутки, и т.д., последний выплывет за сутки до прибытия нашего парохода в Нью-Йорк). Итого получаем 13 пароходов.

(Если учитывать встречи в портах, ответ будет на 2 парохода больше: один из них наш пароход встретит при выходе из Гавра, а второй – при заходе в Нью-Йорк).

18. *Ответ:* в ящике скорее всего три чёрных шара и один белый.

Решение. Ясно, что чёрных шаров в ящике не меньше двух (иначе два чёрных шара мы бы никогда не смогли вытащить). Все шары не могут быть чёрными: тогда мы всегда вынимали бы 2 чёрных шара. Значит, чёрных шаров два или три.

Если бы чёрных шаров было два, то и белых было бы два. Тогда два белых шара мы бы тоже вынули примерно 50 раз, а значит белый и чёрный шар не вынули бы практически ни разу, что маловероятно. Значит, чёрных шаров скорее всего три.

Посмотрим, насколько вероятно, что при этом мы примерно в половине случаев вынем два чёрных шара. Два чёрных шара можно выбрать из трёх чёрных тремя способами. А белый и чёрный шар из трёх чёрных и одного белого – тоже тремя способами. Значит, если мы выбираем шары случайно, примерно в половине случаев мы вытащим белый и чёрный шар, и примерно в половине случаев – два чёрных.

19. Давайте преобразуем равенство к виду КВАН + НТ = КВА + ТИК. Ясно, что сумма двух трёхзначных чисел всегда меньше, чем 2000, поэтому и КВАН меньше, чем 2000, то есть К = 1. Тогда имеем: 1ВАН + НТ = 1ВА + ТИ1. Сумма 1ВА+ТИ1 всегда меньше, чем 200 + 1000 = 1200, поэтому и 1ВАН меньше, чем 1200, то есть В = 0 (1 уже занята буквой К). Тогда 10АН + НТ = 10А + ТИ1.

Предположим, что Т – не девятка, тогда 10А+ТИ1 меньше, чем 110+900=1010, но 10АН+НТ всегда больше, чем 1010. Значит, всё-таки Т – девятка, и цифры 0, 1, 9 больше использовать нельзя.

Итак, Т = 9, тогда 10АН + Н9 = 10А + 9И1, или 1000+АН+Н9=100+А+900+И1=1000+И1+А, отсюда АН + Н9 = И1 + А. Заметим, что левая часть заканчивается на ту же цифру, что и Н + 9, а правая — на ту же, что и А + 1. Поэтому Н + 9 должно заканчиваться на ту же цифру, что и А + 1, то есть Н + 8 заканчивается на А.

Если Н = 2, то А = 0, что невозможно.

Если Н = 3, то А = 1, что невозможно.

Если Н = 4, то А = 2, тогда 24 + 49 = И1 + 2 = 73, откуда И = 1 — подходит под условие!

Если Н принимает значения от 5 до 8, то А принимает значения от 3 до 6 соответственно, тогда АН + Н9 не меньше, чем 35 + 59 = 94, но И1 + А – не больше, чем 81 + 6 = 87. Значит, такое тоже невозможно.

Итак, мы получили единственное решение: 1024 – 971 = 102 – 49.

20. Шпион может поступить так. Он начинает обход по кругу от одной из комнат (назовём её первой), включив в ней свет (если тот был погашен). Шпион идёт по кругу, считая комнаты, и в каждой очередной комнате зажигает свет. Пусть шпион попал в комнату, где свет уже зажжён, и это была, например, 10-я по счёту комната. Тогда он выключает в ней свет и возвращается обратно в начало к самой первой комнате (пройдя 9 комнат назад). Если, вернувшись в первую комнату, он обнаруживает, что там свет погашен, то 10-я комната была на самом деле первой: дойдя до неё, он замкнул круг, и всего в здании 9 комнат. Если же свет в первой комнате по-прежнему горит, шпион возвращается обратно в 10-ю комнату и идёт дальше, действуя по такому же алгоритму.

ОТВЕТЫ НА ЗАДАЧИ

СТРАННАЯ НАДПИСЬ (см. «Квантик» №3)

Надпись «Реанимация» сделана таким странным образом, чтобы водители впереди идущих машин правильно прочитали её в зеркале заднего вида и уступили дорогу.

КИТАЙСКАЯ ГРАМОТА (см. «Квантик» №5)

1.

本 – корень，大 – большой，井 – колодец，田 – поле，伞 – зонт，口 – рот，丁 – гвоздь.

2.

大 (большой) + 小 (маленький) = 大小 (размер, величина),

多 (много) + 少 (мало) = 多少 (много, количество),

高 (высокий) + 低 (низкий) = 高低 (высота),

买 (покупать) + 卖 (продавать) = 买卖 (торговля),

长 (длинный) + 短 (короткий) = 长短 (длина),

不 (не) + 正 (прямой) = 歪 (кривой).

СИМБИОЗ (см. «Квантик» №5)

Первое решение. Попытки расположить кубики наподобие того, как это сделано в первых двух задачах, ничего не дадут. Более того – эти примеры были специально приведены, чтобы задать ложное направление поисков. Настоящий же выход состоит, во-первых, в использовании шероховатости стола, и во-вторых – в переходе от статики к динамике. А именно: расположим кубики как на рис. 1, совместив их грани. Придерживая затем пальцем один из них, перекатим второй через ребро, получив расположение, показанное на рис. 2. На шероховатом столе такое перекатывание можно произвести без проскальзывания. Осталось измерить расстояние между точками A и B.

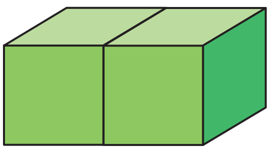

Рис. 1

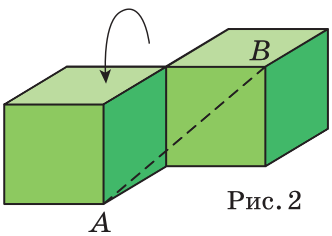

Рис. 2

Развивая эту идею, можно измерить большую диагональ и единственного кубика, если стол имеет хотя бы один угол (не обязательно даже прямой!). Надо лишь совместить одну из вершин кубика с углом стола, а затем перекатить его через ребро и измерить расстояние между углом и нужной вершиной кубика. Вместо угла сгодится и любая отмеченная точка поверхности стола (дырка от кнопки, например). В случае же бесконечно большого совершенно однородного стола, на котором к тому же запрещается делать какие-либо пометки, вопрос остаётся открытым. Не помогут ли читатели разобраться с ним?

Второе решение. Оказывается, можно обойтись и без шероховатого стола (при желании даже вообще без стола). Как? Очень просто. Поставим один кубик на другой. Если бы линейка могла проникать сквозь верхний кубик, то мы бы могли измерить длину диагонали AB (рис. 3). К сожалению, кубик мешает. Но если мы повернём его (рис. 4), то место для линейки освободится, и длину AB можно будет измерить!

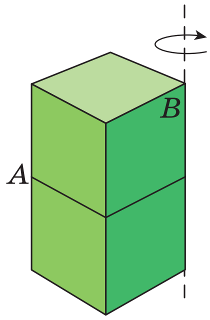

Рис. 3

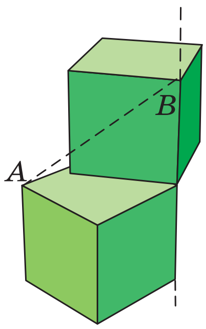

Рис. 4

КАЛЕНДАРЬ (см. «Квантик» №5)

1. Между двумя днями, один из которых находится в календаре сразу под другим, проходит ровно неделя, 7 дней. Поэтому одно из этих чисел на 7 больше другого. Точно так же получаем, что число, которое находится на одну клетку ниже и левее другого, больше того на 6. А если какое-то число делится на 3 нацело, то и числа, отличающиеся от него на 6 в ту или другую сторону, тоже делятся на 3.

2. Запомним число, которое находится в середине столбца, и обратим внимание на другие числа. Число, которое располагается в клетке под средним числом, больше него на 7. То, которое на клетку выше, – на 7 меньше. Значит, если сложить эти два числа, то получим удвоенное среднее число столбца. Такая же сумма будет у первого и последнего чисел в столбце. Получается, что сумма всех пяти чисел столбца в 5 раз больше числа, стоящего в середине, и значит, делится на 5.

3. Обозначим числа, которые находятся в вершинах параллелограмма, через A, B, C и D – по часовой стрелке, начиная от левой нижней вершины. Тогда насколько A будет больше B, настолько и D будет больше C – например, если A на одну клетку ниже и на две правее, чем B (а это значит, что $A=B+7+2$), то и для C и D верно то же самое. Это можно записать, как $A-B=D-C$. Прибавив к обеим частям этого равенства $B+C$, получим требуемое: $A+C=D+B$.

4. С числами в строке всё ясно – это семь последовательных чисел, и цифры у них не успевают повториться.

Про числа на диагонали, идущей сверху вниз в левую сторону, мы уже говорили: каждое следующее получается прибавлением 6 к предыдущему. Если бы на диагонали оказались числа с одинаковой последней цифрой, то разность этих чисел оканчивалась бы нулём. Но разность любых двух чисел на диагонали – это число вида $6k$, где k – количество прибавлений шестёрки, необходимых, чтобы получить из одного числа другое. При этом $k<5$, так как на диагонали может быть не более пяти чисел. Но $6k$ не заканчивается нулём при $k=1,2,3,4$. Значит, числа на диагонали оканчиваются на разные цифры.

Аналогично, очередное число в столбце получается из предыдущего прибавлением семёрки, но 7, 14, 21 и 28 не делятся на 10.

Разберитесь самостоятельно с диагоналями, идущими сверху вниз в правую сторону.

5. Заметьте, что случай квадрата 2×2 сразу следует из решения задачи 3 – ведь квадрат 2×2 – это тоже параллелограмм, а числа в его противоположных углах как раз образуют его диагональ. В случае квадрата 3×3 суммы чисел в противоположных углах равны по задаче 3, осталось добавить центральное число, и мы получим, что равны суммы на диагоналях. А случай квадрата 4×4 можно решить, дважды применив задачу 3: сначала для углов этого квадрата, а потом – для углов внутреннего квадрата 2×2.

Подумайте, а может ли в календаре встретиться целиком заполненный числами квадрат 5×5?

6. Пусть n – наименьшее число в этом квадрате. Тогда в квадрате будут записаны такие числа, как на рисунке 5. Тогда

n	$n+1$
$n+7$	$n+8$

Рис. 5

$$(n+1)(n+7)-n(n+8)=(n^2+8n+7)-(n^2+8n)=7.$$

7. Один из возможных способов приведён на рисунке 6.

8. Раскрасим все клетки в три цвета, как показано на рисунке 7. Убедитесь, что как бы ни расположить рассматриваемый прямоугольник, всегда будут закрыты три клетки разного цвета. Но на этой табличке зеленых клеток – 11, а розовых – 9. То есть разное количество. Поэтому закрыть все клетки не удастся.

ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

Рис. 6

ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	СБ	ВС
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

Рис. 7

9. $3840\times7=4\times8\times3\times8\times7\times5$.

МУДРЕЦЫ И КОЛПАКИ

Итак, в третьем туре мудрецам надели на головы колпаки одного из трех цветов – синего, красного и зелёного. Закодируем цвета числами: синий – числом 0, красный – числом 1, зелёный – числом 2. Тогда мудрецы могут себе представлять, что они видят колпаки с числами. Пусть последний в шеренге мудрец подсчитает сумму чисел, которые он видит. Потом возьмёт остаток от деления этой суммы на 3 и назовёт цвет, соответствующий этому остатку. Тогда следующий мудрец может подсчитать сумму чисел, которые он видит, и сравнить остаток от деления её на 3 с остатком, который назвал предыдущий мудрец. По этим данным он восстановит свой цвет и назовёт его. Дальше мудрецы могут действовать аналогично.

К примеру, пусть в шеренге цвета колпаков шли в таком порядке: 2, 2, 0, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 0 (от последнего к первому). Последний находит сумму чисел, которые он видит: 2+0+2+1+2+1+1+1+0=10, берёт остаток от деления на 3 – получает 1. Он называет красный цвет, свой цвет не угадывает, но не в этом дело: главное, что он сообщает следующему остаток 1. У следующего сумма равна 8 (на 2 меньше), то есть остаток равен 2. Следующий понимает: у него такой цвет, что если прибавить соответствующее число к 2, остаток от деления на 3 станет равным 1. Ясно, что прибавлять надо 2, то есть у него колпак зелёного цвета: он его и называет (сообщая очередному мудрецу остаток 2). У третьего мудреца сумма будет 8. Прибавляя к ней число предыдущего мудреца, он получает 8+2=10, то есть остаток 1. Теперь надо прибавить такое число, чтобы получилось 1 – остаток, названный в самом начале. Значит, прибавлять надо 0, и у него синий колпак. И так далее.

Аналогично можно решить задачу и в случае, когда мудрецам надевают на головы колпаки десяти разных цветов: надо закодировать цвета числами от 0 до 9 и подсчитывать остаток суммы видимых чисел от деления на 10.

ХОД НАЗАД

Задача 2. При короле на c8 решение то же самое – белые берут назад ход b6:a7 и дают мат **b6-b7×**, но в данном случае на a7 стоял черный слон. Кстати, заменяя пешку a7 белым конем (при короле на c8), получаем третьего близнеца – вместо b5:a7 матует **b5-c7×**.

Задача 3. Позиция возникла после того, как рассеянный Ленский нарушил правила и забрал пешкой g4 свою собственную ладью h5. Теперь он умоляет Ольгу простить его, берет неверный ход назад и объявляет удивленной барышне шах и мат – **h5-h8×**.

Задача шуточная, но решение однозначно. Например, предположение, что Ленский взял на h5 своего ферзя, а не ладью, означает, что Ольга тоже играла рассеянно – отправила короля под шах. Но об этом у Пушкина ничего не сказано...

НАНОЧЕЛОВЕЧКИ

1. Когда он бывает *не за будкою.*

3. а) Икра сочная / И красочная.
б) По машинам! / Помаши нам...
в) Ужас! Мина! / У жасмина!
г) Ты желаешь удачи? / Ты же лаешь у дачи!

4. а) В селе жатва, а все – / все лежат в овсе.
б) Стой, лошадка! – / стойло шатко.
в) Пойду шакалом бурым. –/
Пой, душа, каламбуром!
г) Мил ли он нам, / миллионам?

5. а) Не тусил – / нету сил.
б) Музыка – приз, / музы каприз.
в) Нет, удавы, / не туда вы!

ПЕЛЬМЕНИ

Ответ: первому путнику 0 пельменей, второму 6 пельменей, третьему 10 пельменей.

Рассуждаем так: 3-й путник оставил своим товарищам 16 пельменей – 2 равные части, – а сам съел 1 часть, то есть он съел 8 пельменей, а всего перед ним их было 8 + 16 = 24. Второй путник оставил 24 пельменя для двоих товарищей, значит, сам съел 12, а всего пельменей перед ним было 24 +12 = 36. Именно столько оставил своим товарищам 1-й путник, а значит, сам он съел 18. Таким образом, только первый съел то, что ему причиталось, и по 18 должны были съесть его товарищи. Восстановим справедливость: второму дадим 6 пельменей, а третьему 10.

ЯБЛОКО В БАНКЕ

Ответ: никакая, весы будут в равновесии.

Если вы уже изучали физику, то знаете (а если не изучали – то скоро узнаете), что по закону Архимеда вес плавающего тела равен весу вытесненной им воды. Значит, вес первой банки (с яблоком) не изменится, если мы заменим яблоко тем количеством воды, которое это яблоко вытесняет. Но тогда мы получим в точности вторую банку – с тем же уровнем воды, но без яблока.