



ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕНТЫ

Г. Фельдман

ВКЛАД «ОБАЛДЕННЫЙ»



Привет! Я – Вилли. Работаю программистом в Kotleta-банке. А это мой босс Джо. За глаза его зовут Неудачником. Хотя он и босс, а регулярно делает всякие глупости. Даже с элементарными логическими рассуждениями у Джо проблемы. Так что без меня ему никак – кто же его будет выручать?

Когда мы открылись, у нас был только один вклад «Обалденный». Вклад проще некуда: годовой, под 10% годовых, то есть вкладчик даёт нам сколько-то долларов на год, а возвращаем мы ему на 10% больше. Вычислять легко: если кто внёс X долларов, через год положит в карман $1,1 \cdot X$ долларов (скажем, \$1000 превратятся в \$1100).

Если вкладчик забирает деньги раньше, то никаких процентов не получает. Естественно! Ведь мы платим ему за гарантию, что деньги будут в нашем распоряжении целый год. А уж мы попытаемся извлечь из них выгоду (например, вложим в какой-нибудь бизнес).

Хочется внести X долларов на 2 года? Пожалуйста – через год старый вклад закрывается и тут же создаётся новый, в котором начальная сумма уже $1,1 \cdot X$ долларов.

Первым «Обалденным» вкладчиком стала мисс Уткинс. Джо так обрадовался, что сам побежал её обслуживать. Мисс Уткинс принесла в банк свою годовую премию \$1000 и спрашивала, какую прибыль от вклада она получит через 5 лет? Джо несколько растерялся и пробормотал: раз 10% годовых, то за 5 лет будет 50%, то есть прибыль составит \$500.

Вопрос: Почему Неудачник Джо неправ?

Я поспешил исправить Джо. Я сказал мисс Уткинс, что через год у неё будет $1,1 \cdot \$1000 = \1100 , через 2 года уже $1,1 \cdot (1,1 \cdot \$1000) = 1,1^2 \cdot \$1000 = \$1210$, и так далее.

Через 5 лет у неё окажется $1,1^5 \cdot \$1000 = \$1610,51$, то есть получается \$610,51 чистой прибыли! Вообще, за n лет прибыль составит $(1,1^n - 1) \cdot \$1000$.





Мисс Уткинс осталась довольна. Она сказала, что премию \$1000 дают каждый год, и ей хотелось бы держать все эти деньги у нас.

Вопрос: Сколько денег будет на счёте мисс Уткинс через 5 лет, если все годовые премии она будет относить в Kotleta-банк?

Неудачник замешкался, и я понял: опять надо помогать, хоть вопрос и простой. Те \$1000, которые положит мисс Уткинс сейчас, за пять лет превратятся в $1,1^5 \cdot \$1000$. Следующие \$1000, которые она добавит через год, превратятся в $1,1^4 \cdot \$1000$, и так далее. Всего через 5 лет получается (включая взнос в начале шестого года)

$$(1,1^5 + 1,1^4 + 1,1^3 + 1,1^2 + 1,1^1 + 1) \cdot \$1000.$$

Мне стало лень считать значение такого большого выражения на калькуляторе, и я решил облегчить себе работу. Я сделал трюк* – домножил и разделил выражение на $1,1 - 1$:

$$(1,1^5 + 1,1^4 + 1,1^3 + 1,1^2 + 1,1^1 + 1) \cdot \$1000 = \frac{(1,1^5 + 1,1^4 + 1,1^3 + 1,1^2 + 1,1^1 + 1)(1,1 - 1)}{(1,1 - 1)} \cdot \$1000.$$

Раскрывая скобки в числителе (там почти всё сократится), легко понять, что на счетах мисс Уткинс окажется

$$\frac{1,1^6 - 1}{1,1 - 1} \cdot \$1000 = \$7715,61.$$



* Если ты знаешь, что такое геометрическая прогрессия, то сразу поймёшь, что Вилли просто вывел формулу для суммы её членов